EDWIN BENITO MITACC MEZA

MODELOS MATEMÁTICOS PARA O PLANEJAMENTO E CONTROLE DA PRODUÇÃO

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia de Produção da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia de Produção. Área de Concentração: Sistemas de Apoio à Decisão

Orientador: Prof. D. Sc. LUIS ERNESTO TORRES GUARDIA

658.56 M617 2000 Meza, Edwin Benito Mitacc

Modelos Matemáticos para o Planejamento e Controle da Produção/ Edwin Benito Mitaco Meza.- Niterói: UFF/CTC, 2000.

122 p.

Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal Fluminense, 2000.

- 1. Controle da produção 2. Planejamento
- 3. Pesquisa Operacional. I. Título.

EDWIN BENITO MITACC MEZA

MODELOS MATEMATICOS PARA O PLANEJAMENTO E CONTROLE DA PRODUÇÃO

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia de Produção da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia de Produção. Área de Concentração: Sistemas de Apoio à Decisão

Aprovada em 30 de outubro, 2000.

BANCA EXAMINADORA

Prof. D. Sc. Luis Ernesto Torres Guardia - Orientador Universidade Federal Fluminense

Prof. D. Sc. Nair Maria Maia de Abreu Universidade Federal de Rio de Janeiro

Prof. Ph. D. Luiz Fleury Wanderley Soares Universidade Federal Fluminense

> NITERÓI 2000

A minha família, pela vivência do compromisso solidário, pelo aprendizado da humildade e pelo exemplo de amor e fé.

Resumo

A lógica do MRPII é implementada em muitas ferramentas de software para o planejamento e controle da produção, o qual é freqüentemente aceitada pelos profissionais. De qualquer forma essas pessoas não estão satisfeitas com o planejamento de produção fornecido e reclamam a respeito de grandes tempos de execução, trabalhos em processo e estocagem. Muitos pesquisadores têm concluído que a razão para essas desvantagens é inerente aos métodos que são utilizados. Assim, os pesquisadores estão preocupados em definir uma abordagem mas sofisticada.

Esta dissertação resume trabalhos recentes no campo de programação e tamanho de lote. O objetivo é explicar as diferenças dos modelos formais, sendo que nosso enfoque está sob para casos capacitados, dinâmicos e determinísticos. Modelos de programação matemática onde o horizonte de planejamento é subdividido em vários períodos discretos são determinados, formando o estado de arte nesta área de planejamento e controle da produção.

Para o caso de uma simples máquina, o conhecido problema de tamanho de lote capacitado (CLSP) tem sido proposto para determinar as soluções de custo mínimo. O CLSP é baseado na suposição que para cada lote produzido em um período determinado um custo de preparação é incorrido. Más na prática a preparação da máquina pode ser preservada freqüentemente durante um tempo ocioso. Portanto, foi proposto o CLSP com tamanhos de lote ligados a períodos adjacentes, o qual reduz o custo total do processo de produção. O problema é formulado como um modelo de programação misto-inteiro. Para a solução heurística, apresentaremos um procedimento de programação baseado na regra de prioridade o qual é regressivo. Será demostrado através de um estudo computacional que o procedimento proposto é mais eficiente que uma abordagem de dois estágios, o qual primeiro resolve o CLSP com outras heurísticas e mais tarde executasse a ligação dos lotes.

Abstract

The logic of Manufacturing Resource Planning (MRPII) is implemented in most commercial production planning software tools and is commonly accepted by practitioners. However, these people are not satisfied with production planning and complain about long lead times, high work in process, and backlogging. As many researchers have pointed out, the reason for these shortcomings is inherent to the methods that are used. The community is thus eager to find more sophisticated approaches.

This contribution summarizes recent work in the field of lot-sizing and scheduling. The objective is explain differences of formal models, our focus is on capacitated, dynamic and deterministic cases. Mathematical programming models where the planning horizon is subdivided into several discrete periods are given for both approaches that are well-established and approaches which may represent tomorrow's state of the art.

For the single machine case the well-known Capacitated Lot-Sizing Problem (CLSP) has been proposed to determine minimum cost solutions. The CLSP is based on the assumption that for each lot produced in a period setup cost is incurred. But in practice the machine setup can be preserved over idle time very often. Therefore we propose the CLSP with linked lot-sizes of adjacent periods, which reduced the total cost of production process. The problem is formulated as a mixed-integer programming model. For the heuristic solution we present a priority rule based scheduling procedure which is backward-oriented. We show by computational study that our procedure is more efficient that a two stage approach which first solves the CLSP with other heuristics and performs linking of lots afterwards.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Escola de Engenharia da UFF pelos conhecimentos na área de Engenharia de Produção que me foram transmitidos, através de um Curso de Mestrado bem estruturado, com um corpo docente atualizado e competente.

Agradeço, em particular, ao Prof. Luis Torres Guardia, pela orientação dada a esta dissertação e pelas valiosas sugestões apresentadas, também agradeço a minha amiga e colega Rita pela colaboração na revisão do texto.

Agradecimento especial às secretarias do mestrado pelo apoio dado, em especial a Tânia e Neia.

SUMÁRIO

SUMÁRIO				. v
LISTA DE ILUS	TRAÇ	ÕES		.viii
LISTA DE TABI	ELAS .			ix
CAPÍTULO I: I	NTROI	DUÇÃO		
1.1	CONS	SIDERAÇÔ	ÕES GERAIS	1
1.2	ESTR	UTURAÇ	ÃO DA TESE	4
CAPÍTULO II: () SIST	EMA E	MPRESA E O SUBSISTEMA DE PRODUÇÃO	
2.1	INTR	ODUÇÃO		6
2.2	A EM	PRESA C	OMO ELEMENTO DO SISTEMA ECONÔMICO	6
2.3	A EM	PRESA C	OMO SISTEMA ABERTO: UM ENFOQUE FUNCIONAL	8
	2.3.1	O Subsis	tema de Direção e Gestão	11
	2.3.2	O Subsis	tema Comercial	11
	2.3.3	O Subsis	tema de Investimento / Financiamento	11
	2.3.4	O Subsis	tema de Recursos Humanos	12
	2.3.5	O Subsis	tema de Informação	12
	2.3.6	O Subsis	tema de Produção	13
2.4	OS OBJETIVOS DO SUBSISTEMA DE PRODUÇÃO		DO SUBSISTEMA DE PRODUÇÃO	16
	2.4.1	A Reduç	ão do Custo	17
		2.4.1.1	Classes de custos	18
		2.4.1.2	Eficiência e Produtividade	18
	2.4.2	Cumprin	nento das Entregas	19

		2.4.3 A Melhora da Qualidade	20
		2.4.4 Aumento da Flexibilidade	21
		2.4.5 O Serviço ao Cliente	24
		2.4.6 Relações e Conflitos entre os Objetivos	26
	2.5	A PRODUÇÃO DENTRO DO CONTEXTO DA GLOBALIZAÇÃO	27
CAPÍTULO	III:	CONCEITOS GERAIS DO PLANEJAMENTO E CONTROLE DA PRODUÇÃO	
	3.1	INTRODUÇÃO	29
	3.2	NATUREZA DO PLANEJAMENTO E CONTROLE DA PRODUÇÃO	29
	3.3	CLASSIFICAÇÃO DOS SISTEMAS DE PRODUÇÃO	35
	3.4	PREVISÃO DE DEMANDA	37
		3.4.1 Etapas de um Modelo de Previsão	38
		3.4.2 Técnicas de Previsão	40
	3.5	MÉTODOS DE ADMINISTRAÇÃO DA PRODUÇÃO	41
		3.5.1 MRP II - Manufacturing Resources Planning	41
		3.5.1.1 Planejamento de Materiais	42
		3.5.1.2 Planejamento dos recursos	43
		3.5.2 JIT - Just-in-Time	47
		3.5.2.1 Técnica Kanban	48
		3.5.3 OPT - Optimized Production Technology	50
	3.6	COMPARATIVO ENTRE OS TRÊS MÉTODOS: MRP II, JIT, OPT	51
		3.6.1 Algumas limitações	54
	3.7	LIMITAÇÕES DA TAREFA DE PLANEJAMENTO E CONTROLE	56
CAPÍTULO		DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO E TAMANHO DE LOTE	
	4.1	INTRODUÇÃO	58
	4.2	DOMÍNIO DO PROBLEMA	58
	4.3	ESBOÇO DO PROBLEMA	59
	4.4	PROCESSO ATUAL DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO (MRPII)	61
CAPÍTULO		MODELOS E MÉTODOS PARA O PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO	
	5.1	INTRODUÇÃO	67
	5.2	QUE É UM PROBLEMA NP?	68
	5.3	BREVE RESENHA HISTÓRICA DOS MODELOS DE PLANEJAMENTO	
		DA PRODUÇÃO	71
	5.4	MODELOS DE PLANEJAMENTO DE UM ÚNICO NÍVEL	74
		5.4.1 O problema do tamanho de lote capacitado	75
		5.4.2 O problema de programação e tamanho de lote discreto	78

	5.4.3 O problema do tamanho de lote com preparação contínua	
	5.4.4 O problema proporcional de programação e tamanho de lote	
	5.4.5 O problema geral de programação e tamanho de lote	
	5.4.6 Programação e tamanho de lote de tempo contínuo	
5.5	MODELOS DE PLANEJAMENTO DE VÁRIOS NÍVEIS	
CAPÍTULO VI: 1	EXPERIÊNCIA COMPUTACIONAL	
6.1	INTRODUÇÃO	
6.2	DESVANTAGENS DO CLSP	
6.3	O CLSP COM TAMANHOS DE LOTE LIGADOS A PERIODOS ADJACENTES	
	(CLSPL)	
6.4	MELHORAMENTO DA SOLUÇÃO CLSP	
6.5	HEURÍSTICA BASEADA NA REGRA DE PRIORIDADE 101	
6.6	ESTÚDIO COMPUTACIONAL	
CAPÍTULO VII:	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	
REFERÊNCIAS	BIBLIOGRÁFICAS	

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1:	A empresa na economia de mercado	7
Figura 2.2:	A empresa como Sistema	10
Figura 2.3:	O subsistema de produção	13
Figura 2.4:	Modelo de Transformação	14
Quadro 2.1	: Os diferentes tipos de flexibilidade	22
Figura 3.1:	A função de planejamento e controle concilia o fornecimento	
	dos produtos de uma operação com sua demanda	30
Figura 3.2:	Estrutura de um sistema de planejamento e controle da	
	produção	32
Figura 3.3:	Processo de planejamento e controle da produção	35
Quadro 3.1	: Classificação dos sistemas de produção	36
Figura 3.4:	Etapas do modelo de previsão da demanda	38
Figura 3.5:	Datas da liberação das ordens de fabricação dos componentes	
	P' e P", e da ordem de montagem do produto P	43
Figura 3.6:	Fluxo do "Kanban"	49
Figura 4.1:	Uma estrutura Gozinto com três produtos	62
Figura 4.2:	Uma programação ótima	66
Quadro 6.1	Esboço da Heurística BA	06
Figura 6.1:	Busca Local no espaco do parâmetro	109

LISTA DE TABELAS

Tabela	4.1:	Dados do exemplo	62
Tabela	4.2:	Um plano de produção com violações das restrições de	
		capacidade	63
Tabela	4.3:	Um plano de produção com violações das relações de	
		precedência	64
Tabela	4.4:	Um plano de produção com Lead Times positivos	64
Tabela	4.5:	Um plano de produção factível	65
Tabela	4.6:	Um plano de produção ótimo	66
Tabela	5.1:	Variáveis de decisão para o CLSP	76
Tabela	5.2:	Parâmetros para o CLSP	76
Tabela	5.3:	Nova variável de decisão para o DLSP	79
Tabela	5.4:	Novo parâmetro para o DLSP	79
Tabela	5.5:	Novo parâmetro para o GLSP	86
Tabela	5.6:	Variáveis de decisão para o GLSP.	87
Tabela	5.7:	Variáveis de decisão para o BSP	89
Tabela	5.8:	Parâmetro para o BSP	89
Tabela	5.9:	Parâmetro o PLSP de vários níveis	. 93
Tabela	6.1:	Nova variável de decisão para o CLSPL	97
Tabela	6.2:	Valores da função objetivo dependentes de γ	108
Tabela	6.3:	Desvio médio percentual do ótimo	111
Tabela	6.4:	Comparação do DS, KK e BA	113
Tabela	6.5:	Tempo médio computacioanl do BA em segundos 1	14

CAPÍTULO I INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Os objetivos tradicionais de uma empresa de produção são usualmente descritos na literatura como (i) serviço máximo ao cliente, (ii) mínimo investimento em inventários, e (iii) máxima eficiência na produção.

Para poder cumprir com estes objetivos, freqüentemente na empresa são utilizados diferentes sistemas de planejamento e controle da produção (sistemas PCPs). Na prática, estes sistemas apresentam algumas desvantagens, que podem levar a não cumprir com os objetivos, descritos anteriormente. Estas desvantagens são :

- Os sistemas PCPs não permitem a utilização de um processo de planejamento hierárquico,
- não leva em conta os limites de disponibilidade dos recursos em todos os níveis de produção,
- e frequentemente n\u00e3o suporta ambientes de produ\u00e7\u00e3o diferentes da ordin\u00e1ria produ\u00e7\u00e3o por lotes.

Além disso, na atualidade o incremento da concorrência internacional tem obrigado a muitas empresas a dar maior atenção aos pedidos especiais dos clientes, e a lidar com pequenos tamanhos de lote e grande variedade de produtos.

Esta dissertação tem como base um processo de planejamento hierárquico orientado à capacidade, descrito por [Dre93], o qual engloba diferentes estágios de planejamento e controle, como os descritos a seguir:

- Planejamento agregado,
- Programação mestre da produção capacitada,
- > Tamanho de lote em vários níveis,
- Planejamento da capacidade e do tempo,
- Planejamento refinado de segmentos de produção individuais, e
- Controle em tempo real.

O planejamento agregado, refere-se à totalidade da empresa, onde seu programa de produção é baseado sobre tendências de termo médio e longo prazo. Neste estágio, grupos de produtos finais, ao invés de produtos simples, são gerenciados sobre um horizonte de planejamento de um ano até três anos. Nesta dissertação, não será discutido este estágio de planejamento porque tem pouca conexão com a produção "make-to-order", o qual é de interesse.

O programa mestre de produção visa combinar o programa de produção com a disponibilidade dos recursos. O horizonte de planejamento é usualmente ao redor de um ano que inclui doze períodos de um mês cada. Em contraste com a produção "*make-to-*

stock", os custos que dependem do tamanho de lote são de menor importância no ambiente de produção "make-to-order". Assim, os custos relacionados ao consumo dos recursos são de maior importância.

O estágio de tamanho de lote de vários níveis lida com a estrutura geral do produto, onde os produtos finais são decompostos em produtos intermediários. O horizonte de planejamento é usualmente ao redor de três meses compreendendo treze períodos ou semanas, respectivamente. O resultado deste estágio de planejamento é a especificação dos tamanhos de lote para produtos intermediários, com as restrições detalhadas dos recursos.

No estágio de planejamento da capacidade e tempo, os produtos intermediários são decompostos em produtos individuais. Para cada semana, tempos de finalização para lotes de produtos individuais são calculados e os recursos necessários para o processamento dos lotes são determinados. O tempo decorrido até a finalização de um lote deve ser especificado em termos de um número preciso de turnos de trabalho. Isto significa, que as ordens de produção planejados em fases de tempo são fixas. Neste estágio, se um programa factível não pode ser identificado, retorna-se ao estágio prévio e se determina os novos tamanhos de lote baseado nos recursos modificados.

No caso da produção de pequenos lotes e item simples, o estágio de planejamento refinado lida com a programação "shop floor", isto é, processa trabalhos através de máquinas individuais em uma seqüência predeterminada, tal que as datas combinadas sejam abastecidas. A data combinada de uma tarefa é definida pelo tempo de finalização da ordem de produção correspondente, determinado no estágio precedente. O

horizonte de planejamento é usualmente um dia de trabalho, sendo a unidade de tempo um determinado número de minutos ou possivelmente até quase uma hora.

Por último, o estágio de controle em tempo real monitora e controla o processamento de tarefas minuto a minuto. Não discutiremos esta abordagem porque está muito longe dos atuais estágios de planejamento.

Nesta dissertação serão apresentados e descritos alguns dos modelos matemáticos que são utilizados como ferramentas para a resolução dos problemas nos estágios de planejamento da produção, esses modelos situam-se no segundo e terceiro estágio do planejamento, citados anteriormente.

É apresentado para uma experiência computacional um modelo, o qual melhora a performance do problema tradicional de tamanho de lote capacitado, declarado anteriormente no segundo estágio de planejamento.

1.2 ESTRUTURAÇÃO DA TESE

No capítulo 2, apresenta-se a empresa dentro do sistema econômico na qual se desenvolve, ressaltando sua função no conjunto total. Também mencionaremos os objetivos fundamentais do subsistema de produção, o que levará a compreender o ambiente no qual se irá desenvolver o presente trabalho.

No capítulo 3, explica-se os diferentes aspectos e características do planejamento e controle da produção.

No capítulo 4, apresenta-se a definição do problema de programação e tamanho de lote através do estabelecimento de seus conceitos básicos, do seu domínio e campo de aplicação, gerando uma declaração formal do problema.

No capítulo 5, estuda-se os diferentes modelos e métodos para resolução do problema definido anteriormente.

No capítulo 6, apresenta-se um modelo que melhore a performance do problema tradicional de tamanho de lote capacitado. Também mostra-se os resultados da experiência computacional do modelo proposto.

Finalmente no capitulo 7, apresenta-se as conclusões e recomendações.

CAPÍTULO II O SISTEMA EMPRESA E O SUBSISTEMA DE PRODUÇÃO

2.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo será apresentada a empresa industrial dentro do sistema econômico na qual se desenvolve, ressaltando sua função no conjunto total. Também mencionaremos os objetivos fundamentais do subsistema de produção, o que levará a compreender o ambiente no qual se irá desenvolver o presente trabalho.

2.2 A EMPRESA COMO ELEMENTO DO SISTEMA ECONÔMICO

Na atividade econômica destacam-se fundamentalmente as empresas e as unidades de consumo, sendo as primeiras o organismo característico de qualquer tipo de sociedade industrial. Assim, podemos dizer que as empresas colocam em movimento os fluxos de energia, materiais e dinheiro que circulam no sistema econômico. Na figura 2.1 mostra-se, de forma simplificada, o funcionamento básico da empresa na economia do mercado. Segundo a figura 2.1, as empresas detectam as necessidades dos consumidores e as satisfazem mediante a elaboração de uma série de bens e serviços, o que vai gerar um

fluxo constante de materiais entre eles (*arco 1*). Em contrapartida a este fluxo de materiais, se gera um fluxo monetário (*arco 1'*), que, partindo dos consumidores, chega às empresas em forma de ingresso por vendas. Este transação realiza-se dentro de um elemento fundamental do sistema econômico, **o mercado**, que neste caso será de bens e serviços.

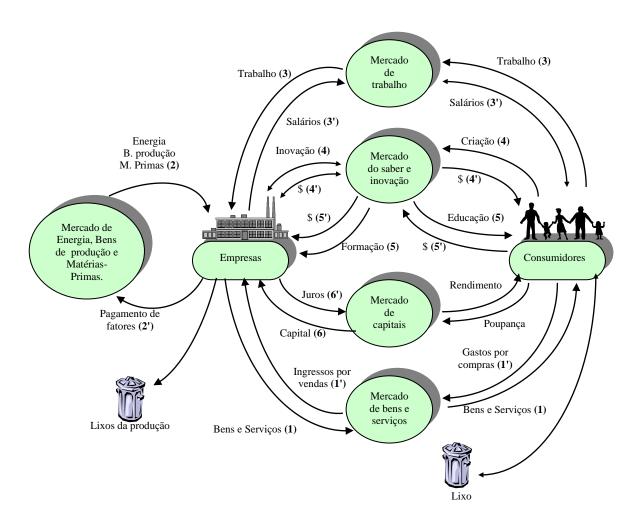


Figura 2.1 - A empresa na economia de mercado

Para a obtenção de bens ou serviços, a empresa utiliza uma série de fatores básicos para seu funcionamento. Assim podemos citar:

Somateriais, que servem de base à transformação do produto (arco 2).

- As equipes produtivas, que realizam a fabricação e/ou montagem (arco
 2).
- A energia, que faz funcionar a maquinaria (arco 2).
- ➤ O **fator trabalho**, conjunto de operários, empregados e funcionários que lidam com a informação (*arco 3*).
- A informação, o conhecimento, os bens imateriais, possuídos pelos membros da empresa e que procedem de um saber previamente elaborado (arco 4 e 5).
- ➤ O **capital**, recursos financeiros com os quais deverá fazer frente aos investimentos representados pelos fatores anteriores (*arco* 6).

Os fluxos mencionados deverão ser retribuídos pela empresa, dando lugar a fluxos monetários que saem desta e se contrapõem àqueles (arco 2', 3', 4', 5' e 6'). Estas saídas monetárias estão lidadas com os ingressos proporcionados pelas vendas (arco 1'), e somente à medida que as unidades de produção gerem maior valor que o utilizado poderão criar riqueza ou utilidade. Precisamente a criação de um valor agregado depois de retribuir os distintos fatores é uma das principais funções da empresa no sistema e uma condição necessária para sua sobrevivência a longo prazo. Até aqui temos uma idéia clara da função da empresa industrial no sistema econômico.

2.3 A EMPRESA COMO SISTEMA ABERTO: UM ENFOQUE FUNCIONAL

Segundo [Dom95] concebe-se a empresa como um sistema complexo e aberto, no qual os distintos subsistemas e elementos estão convenientemente interrelacionados e organizados, formando um todo unitário e desenvolvendo uma série de

funções que levem a alcançar os objetivos globais da empresa. Toda esta atividade é executada em permanente interação com o ambiente, com a qual troca matéria, energia e informação, que são utilizadas para a manutenção da organização contra a degradação que exerce o tempo.

Embora coincidindo no fundamental, existem diversas tendências no que se refere à concepção sistemática da empresa, ver [For 72], [Ber76] e [Fir68]. Será dado aqui um enfoque funcional, segundo o qual, os distintos elementos agrupam-se em subsistemas homogêneos de acordo com o tipo de função desenvolvida. Assim, podemos distinguir:

- > Subsistemas relativos às funções básicas:
 - ♦ Produção.
 - ♦ Investimento / Financiamento.
 - ♦ Comercial.
- Subsistema de Direção e Gestão, que envolve os anteriores a nível estratégico, tático e operativo.
- Subsistema de Recursos Humanos, que proporciona pessoal ao sistema total.
- Subsistema de Informação, verdadeiro tecido nervoso que relaciona as distintas áreas empresariais com o ambiente que os rodeia, possibilitando a direção e gestão empresarial.

Esta ótica, na qual cada subsistema engloba uma área específica, tem a vantagem de sua simples compreensão, devido ao fato de que responde claramente à realidade. Assim, a empresa pode ser representada como na figura 2.2. Nela, o subsistema

de informação aparece na forma de setas descontínuas entre os distintos subsistemas e o ambiente. A seguir, daremos uma explicação breve dos subsistemas, dando maior importância ao subsistema de produção ou operação, o qual é a área de interesse desta dissertação.

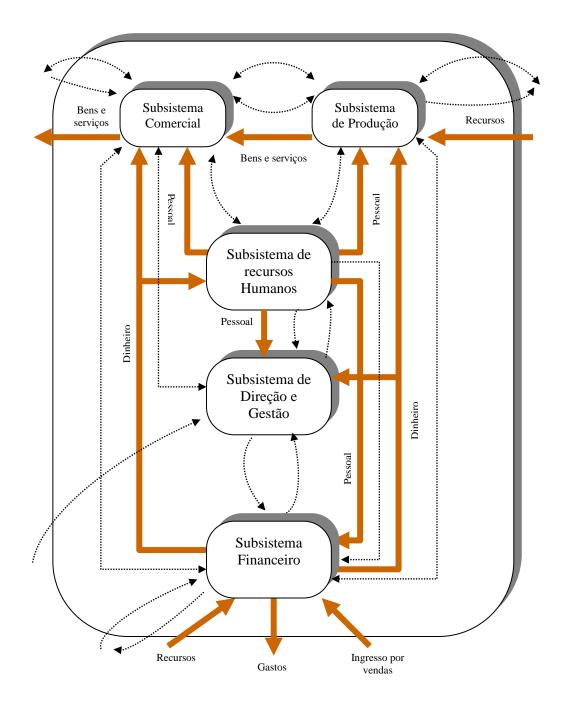


Figura 2.2 - A empresa como Sistema

2.3.1 O Subsistema de Direção e Gestão

O processo de direção e gestão deve começar pela formulação clara dos fins e objetivos da empresa ao longo prazo. Para cada um destes objetivos, ao menos para os principais (rentabilidade, crescimento, flexibilidade, etc), será necessário ter em conta as distintas restrições que podem influir na formulação da mesma, como por exemplo, os procedentes do mercado, da estrutura financeira, dos custos, etc., e, com dita informação, definir as evoluções desejadas para cada um deles a longo prazo.

2.3.2 O Subsistema Comercial

A atividade do subsistema comercial se desenvolve em duas *vertentes* principais. Por um lado, detectar as necessidades dos consumidores e, a partir delas decidir os bens e serviços que deverão satisfazê-los, assim como realizar a previsão de vendas correspondentes. Por outro lado, deve fazer com que os bens e serviços produzidos sejam vendidos e que produzam uma cifra de vendas adequada em relação aos objetivos gerais da empresa definidos no subsistema de direção e gestão.

2.3.3 O Subsistema de Investimento / Financiamento

As atividades anteriormente mencionadas junto com o subsistema de produção, o qual será posteriormente definido, requerem uma série de investimentos, tanto em ativo fixo (instalações, maquinarias, etc), quanto em ativo circulante (mão-de-obra, matérias-primas, etc). A seleção de ditos investimentos de acordo com os determinados objetivos de rentabilidade, constitui uma das funções deste subsistema, o qual gerará a

estrutura do ativo. A determinação da adequada proporção de cada um dos citados componentes, tendo em conta, entre outros fatores, o custo de cada um deles, dará lugar à estrutura do passivo.

2.3.4 O Subsistema de Recursos Humanos

Este subsistema é formado pelo conjunto de indivíduos que compõem uma organização. Através dela se trata, por uma parte, procurar recursos humanos que necessita a empresa, tanto em termos de quantidade quanto de qualidade e, por outra, incidir na conduta das pessoas orientando-as para alcançar os objetivos gerais da empresa. Assim, todas as funções que se desenvolvem nos outros subsistemas da organização são dirigidas e executadas por pessoas; portanto, ditos subsistemas não devem identificar-se exclusivamente com os órgãos ou departamentos de recursos humanos.

2.3.5 O Subsistema de Informação

Para levar a cabo a direção e gestão nos distintos subsistemas, assim como desenvolver o conjunto de suas funções, necessita-se dispor da informação adequada no momento certo. O subsistema de informação capta os dados necessários para o funcionamento da empresa e os transforma em informação utilizável pelos diferentes níveis da organização; tais dados, convenientemente atualizados, não somente procedem da atividade da própria empresa, como também do ambiente na qual se desenvolve, o que é essencial para a sobrevivência e desenvolvimento da mesma.

2.3.6 O Subsistema de Produção

Sua missão é a obtenção dos bens e serviços que deverão satisfazer as necessidades detectadas pelo subsistema comercial e/ou as geradas pelo departamento de pesquisa e desenvolvimento (Conforme mostra a figura 2.3). Esta missão é comum às empresas de manufatura e às de serviços, incorrendo em ambas um processo de conversão (produção) de *inputs* (recursos) em *outputs* (bens e/ou serviços) de acordo com os objetivos empresariais.

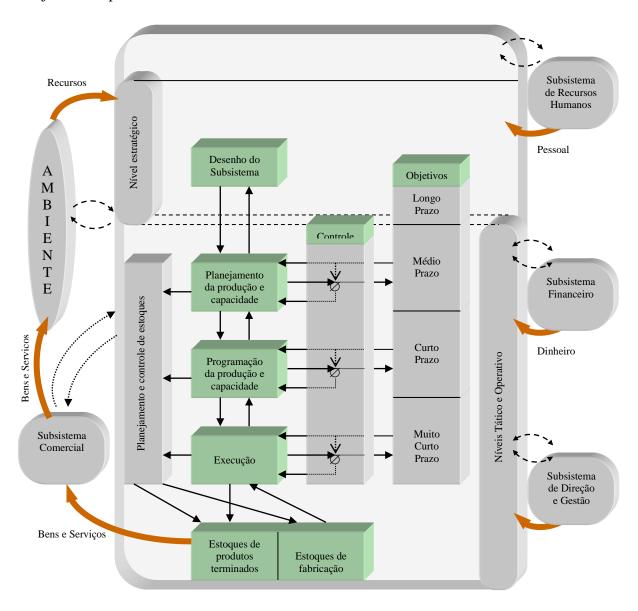


Figura 2.3 - O subsistema de produção

Qualquer operação produz bens ou serviços, ou um misto dos dois, e faz isso por um processo de transformação. Por transformação nos referimos ao uso de recursos para mudar o estado ou condição de algo para produzir *outputs*. A figura 2.4 mostra um modelo de transformação que é usado para descrever a natureza da produção. Em resumo, a produção envolve um conjunto de recursos de *inputs* usado para transformar algo ou para ser transformado em *outputs* de bens e serviços. Qualquer atividade de produção pode ser vista conforme esse modelo *input*-transformação-*output*.

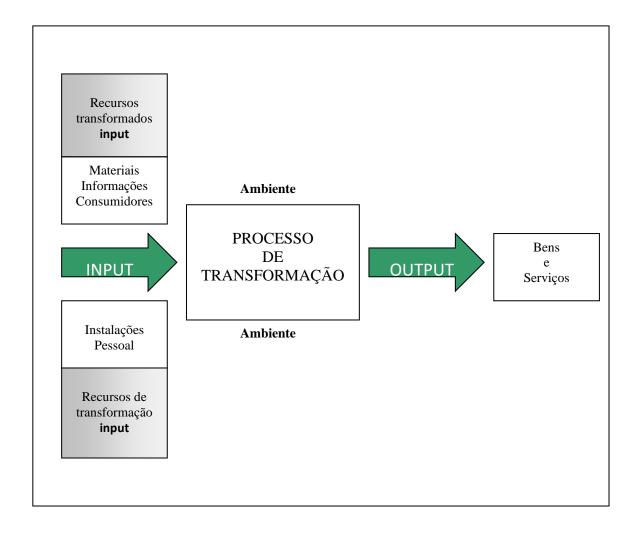


Figura 2.4 - Modelo de Transformação

O processo de direção e gestão da produção começa definindo os objetivos ao longo prazo e desenhando estratégias coerentes com os mesmos. Estes objetivos e estratégias devem presidir o desenho do subsistema de produção, processo na qual se decidem investimentos em estrutura, tendo grande importância os critérios tecnológicos, econômicos-financeiros, assim como outros menos quantificáveis.

Neste ponto, dispõe-se de um marco de referência o qual indica as metas a conseguir ao longo prazo. A partir deste ponto, temos que descer ao médio e curto prazo através das distintas atividades inter-relacionadas:

- Concretizando os objetivos.
- Determinando as quantidades de produtos e serviços a elaborar, assim quanto aos correspondentes momentos de tempo (Planejamento).
- Decidindo que subconjuntos e componentes devem ser produzidos ou adquiridos, e em que datas, para satisfazer o plano elaborado para os produtos (Programação).
- Visando que atividades deverão desenvolver as distintas unidades produtivas, para satisfazer o previsto na fase anterior (Programação a muito curto prazo).
- Considerando em todos os níveis a problemática da capacidade, de forma que se elaborem planos e programas factíveis.
- ➤ Tendo em conta as necessidades de materiais, tanto de produtos terminados para os consumidores quanto de componentes e matérias-primas para a fabricação (Planejamento, Gestão e Controle de estoques).

Logo após das mencionadas fases de planejamento, programação e controle, se seguirá a execução e o desenvolvimento dos controles necessários, os quais facilitarão a detecção e correção dos possíveis desvios com respeito aos objetivos marcados (Datas, Quantidade, Qualidade, etc).

2.4 OS OBJETIVOS DO SUBSISTEMA DE PRODUÇÃO

Tradicionalmente, os objetivos a serem alcançados pelo subsistema de produção têm sidos centrados em quatro aspectos: Custo, Entregas, Flexibilidade e Qualidade. Embora, na atualidade esteja surgindo a consideração do Serviço como o quinto elemento.

A importância relativa dos distintos objetivos não é geral e estática, devido a que, num determinado momento esta depende de vários fatores (por exemplo: setores e mercados) e, além disso, evolui ao longo do tempo. Por isso, é necessário estabelecer para cada período quais são as prioridades estratégicas ou competitivas.

Devemos também realçar que, no momento de fixar as prioridades mencionadas, devemos tentar conseguir algumas vantagens competitivas sustentáveis para a empresa; o objetivo é fazê-la sobressair a níveis fora do alcance dos concorrentes, em alguma área em que os clientes tenham um especial interesse. Assim, a empresa decidirá seu enfoque, determinando em função das mudanças circunstanciais, sobre que objetivos se concentrará maiores esforços e sobre quais, menores esforços, de forma a alcançar uma vantagem competitiva desejada. Depois de ter em conta estas considerações, analisaremos cada um dos objetivos mencionados.

2.4.1 A Redução do Custo

O custo expressa o valor monetário de bens e serviços consumidos pela empresa no desenvolvimento de sua atividade; trata-se assim, de um conceito que não surge até que seja realizado o consumo. É evidente a importância da redução de custos como uma das armas competitivas da empresa, o que por uma parte é uma das condições fundamentais do preço dos produtos, e de outro lado, a diminuição destes incrementaria o benefício empresarial, o que é sempre um dos objetivos a alcançar para qualquer empresa. Na hora de alcançar diminuições nos custos, sem chegar a diminuir a qualidade do produto, nos encontraremos com duas soluções básicas:

- A melhora do aproveitamento dos recursos existentes sem realizar investimentos (mão-de-obra, materiais, etc).
- A realização de investimentos que melhorem a tecnologia empregada.

Em ambos os casos pretende-se alcançar o objetivo através do aumento na eficiência. A importância da variável custo requer o desenvolvimento de um correto planejamento e controle dos mesmos. Em primeiro lugar, será necessário sua determinação *a priori*, é dizer, antes da produção, o qual será feito em função de uma série de hipóteses prévias em relação ao benefício e/ou rentabilidade que se deseja obter, e em relação ao desenvolvimento do processo de transformação. Em segundo lugar, será necessário o cálculo dos custos *a posteriori*, quer dizer, uma vez realizado o consumo real dos fatores, o qual determinará os resultados reais obtidos. A comparação entre estes dois levará a descobrir as possíveis divergências entre os mesmos, a partir delas se deverá estudar as causas e, em seu caso, as medidas corretivas para eliminá-las.

2.4.1.1 Classes de custos

Começaremos classificando os custos em função da sua relação com a quantidade produzida. De acordo com isto, se produz por uma parte, os custos fixos (CF), o qual não varia com dita quantidade (Q), portanto, se consideram constantes para certo período de tempo. Por outra parte, os custos variáveis (CV), que dependem do volume de produção, sendo uma função crescente desta CV(Q). O custo total (CT) é o equivalente monetário do consumo de todos os fatores utilizados, igual à soma dos anteriores e, portanto, função crescente com Q: CT(Q) = CF + CV(Q).

Outros conceitos de interesse são o custo unitário (ou custo médio) e custo marginal. O custo unitário é o custo por unidade de produto, ou seja, o resultado de dividir o custo correspondente a um certo volume de produção, por dito volume. Existirá, portanto, o custo total unitário (CTu), o custo fixo unitário (CFu) e o custo variável unitário (CVu). Enquanto o custo marginal (C'), é a variação produzida no CT como resultado de acrescentar a produção em uma unidade.

2.4.1.2 Eficiência e Produtividade

A eficiência pode ser definida como a divisão entre a saída útil da produção e as entradas necessárias para conseguí-la. Se os conceitos anteriores forem medidas em unidades físicas será encontrada a denominada Eficiência Técnica (Et), a qual deverá ser inferior à unidade devido a uma série de fatores tais como rupturas, etc. obtidos no decurso do processo de transformação. Quanto mais eficiente fora o sistema, melhor serão utilizados os recursos e mais perto da unidade estará o valor de **Et**. Se pelo contrário,

utilizamos as unidades monetárias para expressar os valores das entradas e saídas, obteremos a Eficiência Econômica (Ee), que deve ser maior que a unidade, pois o processo produtivo deve gerar um valor adicionado que possibilite a continuidade e o crescimento da empresa.

A produtividade é, sem dúvida, o indicador por excelência da eficiência, medindo para um certo período de tempo, a relação entre a produção obtida e a quantidade de fator(es) empregado(s) para obtê-la. Esta medida pode referir-se a qualquer fator produtivo, a mais empregada tem sido à mão-de-obra, medida como a relação entre as unidades de produto obtidas e as horas da mão-de-obra empregadas. Embora, um fator importante a ter em conta é que, em um contexto de contínuo incremento da tecnologia e da redução da mão-de-obra em muitos setores, a utilização exclusiva da produtividade desta última como elemento de comparação pode resultar inadequada. Devido à sua importante função no momento de alcançar uma vantagem competitiva, uma alta produtividade constitui um dos objetivos essenciais para as empresas.

2.4.2 Cumprimento das Entregas

Este objetivo compreende basicamente dois aspectos, que representam a denominada competência baseada no tempo (*time based competition*): "Entregas rápidas" e "Entregas em data". De acordo com isto se trataria de lograr:

➤ O menor tempo de entrega possível, sendo este o intervalo de tempo que transcorre entre o momento em que se recebe um pedido e o instante da sua chegada ao cliente.

➤ Entregar na data prometida ao cliente, o maior número de pedidos possíveis, o qual pode ser medido em função do nível de serviço, relação entre as entregas realizadas dentro do tempo e o total de entregas efetuadas.

O primeiro dos aspectos refere-se à duração do tempo de abastecimento, enquanto o segundo refere-se à possível variabilidade do mesmo. A problemática do Tempo de Abastecimento (TA) é realmente complexa. Em configurações contínuas do sistema produtivo estará determinado basicamente pela escassez da cadeia de produção e pela adequação entre a demanda e a capacidade produtiva. Em configurações por lotes, o assunto complica-se notavelmente, pois toma uma maior importância o tempo de espera de um lote em cada um dos centros de trabalho em que há de ser processado. A extensão do TA vai depender, pois, da seleção e desenho do processo, da capacidade instalada, da tecnologia aplicada e da flexibilidade da mesma e da qualidade do planejamento e controle da produção.

2.4.3 A Melhora da Qualidade

Se forem analisadas as definições que oferecem os autores especializados em qualidade, encontraremos uma grande variedade. Neste trabalho optaremos pela definição segundo a Sociedade Americana de Controle da *Qualidade (American Society of Quality Control*, A.S.Q.C.) que a define como um conjunto de características de um produto, processo ou serviço, que são necessários para satisfazer as necessidades dos usuários. Assim, poderemos medir a qualidade de nosso produto ou serviço comparando as características que realmente possui com as que, teoricamente, nos tem solicitado.

Outros dos objetivos que podem ser alcançados com a melhora da qualidade é a diminuição dos custos gerados por produtos defeituosos.

2.4.4 Aumento da Flexibilidade

Em seu conceito mais simples, a flexibilidade envolve a capacidade de responder ante mudanças, e a adaptabilidade ou habilidade para fazer frente de forma mais eficiente e eficaz às circunstancias mutáveis. A flexibilidade do Subsistema de Produção pode ser definida como a habilidade de uma entidade para utilizar ou não seus recursos de forma eficaz e eficiente em resposta às condições mutáveis. Esta variabilidade do ambiente pode adotar as seguintes formas:

- ➤ Na demanda: esta pode adquirir formas irregulares e estacionais, cada vez mais difíceis de prever, afetando o volume e mix de produtos.
- No fornecimento: provocada pelo comportamento dos fornecedores, a escassez de matéria-prima, os resíduos no processo industrial, a amplitude da variedade dos diferentes componentes empregados, a introdução de novos materiais, etc.
- Nos produtos: pode aparecer nas mudanças diárias a executar sobre os já existentes, assim como também na introdução de outros totalmente novos.
- No processo: Pela introdução de novas tecnologias de processo e pela introdução de novas técnicas de gestão do processo.

➤ Na maquinaria e mão-de-obra: a fonte de variabilidade não tem porque ser externa à empresa, podendo ser motivada pela manutenção e preparação (caso das máquinas), ou absentismo, rotações, políticas de pessoal, etc. (caso da mão-de-obra).

Partindo das diferentes dimensões da variabilidade se podem definir distintos tipos de flexibilidade, as quais são mostradas no quadro 2.1.

Flexibilidade na maquinaria: Variedade de operações que pode desempenhar uma máquina sem incorrer em altos custos ou utilizar quantidades proibitivas de tempo ao passar de uma operação a outra.

Flexibilidade no transporte e armazenamento de materiais: Habilidade do sistema para utilizar eficientemente diferentes tipos de peças, incluindo a carga e descarga, transporte entre máquinas e armazenamento, respeito a condições diversas.

Flexibilidade em operações: Possibilidade de produzir uma peça utilizando planos de processos alternativos, gerados a traves de intercâmbios ou substituições das operações.

Flexibilidade em produto: Facilidade para incrementar novas peças ou produtos e/ou substituir as existentes; isto é, facilidade para modificar a gama atual de produtos a um custo baixo e em um período relativo de tempo.

Flexibilidade no roteiro: Habilidade de um sistema para produzir uma peça alternando o roteiro de fabricação.

Flexibilidade em volume: Habilidade do sistema para operar economicamente com diferentes níveis de *output*, permitindo aos processos de fabricação realizar uma ampla variedade de ajustes.

Flexibilidade em expansão: Amplitude ou extensão do esforço global necessário para incrementar a capacidade e capacitação quando seja necessário.

Flexibilidade em programas: Habilidade do sistema para funcionar com diferentes programas depois de um longo período de tempo.

Flexibilidade em produção: Universo de componentes ou produtos que o sistema pode gerar sem necessidade de incrementar equipamento básico.

Flexibilidade em mercado: Facilidade com que o sistema pode se adaptar às condições de mudança do mercado.

Flexibilidade em processo: Habilidade do sistema produtivo para fabricar um variado conjunto de peças sem incorrer em custos importantes.

Quadro 2.1 - Os diferentes tipos de flexibilidade

Os tipos mencionados podem se agrupar em dois conjuntos atendendo aos objetivos estratégicos e táticos da empresa. O primeiro deles, ao qual chamaremos flexibilidade em produtos e desenho, está condicionado às necessidades de flexibilidade planejadas pela estratégia empresarial em relação aos mercados em que pretende competir, isto é, mix de produtos e volume de fabricação.

A flexibilidade operativa forma o segundo grupo e está delimitada na estratégia empresarial ao estabelecer os objetivos de custo, qualidade e serviço. Esta recolhe as flexibilidades em programas, em rotas e em transporte e armazenamento de materiais.

Em relação com a flexibilidade operativa, interesse da dissertação, esta depende habitualmente da configuração produtiva da empresa, de tal forma que os processos contínuos e repetitivos têm sido sempre mais rígidos que os intermitentes e os projetos, porém, muito mais eficientes. A utilização das tecnologias avançadas de fabricação pode dar lugar a efeitos sem precedentes.

A incorporação da fabricação flexível permite processos mais eficientes e eficazes em termos de custo, já que possibilita a fabricação de produtos à medida, sem sacrificar outros objetivos. Ao facilitar a diminuição dos tempos de lançamento, a produção em pequenos lotes pode ser tão econômica como a produção em grande escala, o qual pode dar à empresa a oportunidade de mudar sua estratégia competitiva em um processo de procura de economias de alcance. Segundo [Alv93], a habilidade crescente para desenhar sistemas com uma adequada flexibilidade e "inteligência" para encarar diversas contingências, contribui significativamente ao desenvolvimento da flexibilidade

nos processos. As novas tecnologias de fabricação e informação permitem a queda da curva de custos médios associados às dimensões competitivas, tempos de troca entre produtos, tempos de lançamento, etc. A estas vantagens devem-se adicionar as relacionadas com questões operacionais, tais como programação e sequênciamento das atividades no chão da fábrica, o qual supõe poder competir em custos com os fabricantes de produtos padronizados com maiores séries de fabricação.

Um ponto importante a realçar é a flexibilidade dos fornecimentos e maquinarias, que vão depender da estratégia do planejamento e controle da produção. O desenvolvimento de sistemas como JIT, MRP ou OPT tem permitido uma notável melhora na gestão, trazendo com ele, uma maior flexibilidade associada à rápida reprogramação para adaptar o planejamento às mudanças que vão surgindo ao longo do tempo.

2.4.5 O Serviço ao Cliente

Paralelamente ao enorme crescimento do setor serviços nas economias desenvolvidas, pouco a pouco a fronteira de separação entre o produto e serviços puros tem desaparecido. Como consequência, o uso da estratégia competitiva orientada ao cliente já não pode limitar-se a entregar o produto de qualidade, na data prometida e com preço adequado, devendo também proporcionar um serviço adequado.

A importância de melhorar o serviço ao cliente pode-se justificar por diversas razões, entre elas:

- Serviço pode ser um dos meios para lograr uma vantagem competitiva via diferenciação, especialmente quando se desenvolve através da comercialização.
- > Um melhor serviço aumenta o valor agregado do produto.
- O serviço é uma determinante muito importante para a percepção da qualidade por parte do cliente.
- A crescente demanda de um alto nível de serviço por parte do cliente, faz com que o serviço seja um requisito para competir, mais que em uma vantagem competitiva.

São muitas as atividades do serviço a desenvolver dentro das empresas de manufatura, podendo se agrupar em cinco conjuntos:

- As encaminhadas a satisfazer as exigências e necessidades do cliente:

 Podem estar relacionadas com o desenho do produto ou com o processo

 (por exemplo: torná-lo mais flexível para responder a mudanças no mercado).
- As informativas (por exemplo: proporcionar toda a informação técnica que se requer sob o produto, elaborar adequados manuais, etc)
- As que pretendem reduzir o risco do cliente (por exemplo: A garantia e seu funcionamento, a quantidade e localização dos serviços de reparos, a rapidez e qualidade dos mesmos, etc)
- As orientadas a facilitar a ação de compra (por exemplo: Modalidades de pagamento, serviços de crédito, etc.).
- As relativas ao trato do cliente.

2.4.6 Relações e Conflitos entre os Objetivos

São muitas as interações existentes entre os diferentes objetivos estudados anteriormente. Isto implica que será absolutamente necessário tê-las em conta à hora de fixar níveis concretos para os mesmos em função das prioridades competitivas estabelecidas. Assim, não devemos esquecer, que o fim último não deve ser a consecução de um objetivo concreto, senão lograr um adequado equilíbrio entre os mesmos, o qual colabore para obter os objetivos globais da empresa.

Muitas vezes opina-se que os incrementos de qualidade trazem consigo um aumento de custos, o que não se deve tomar como uma verdade em termos absolutos. Assim, a diminuição de componentes e produtos defeituosos gerada pela melhoria da qualidade faz com que, para uma determinada quantidade de fatores, a produção obtida aumente. Com o aumento da qualidade, a produtividade também aumentará.

Às vezes os aumentos da produtividade podem trazer efeitos colaterais negativos; assim, um processamento mais rápido pode levar a erros no desenvolvimento das operações de produção e, conseqüentemente, a uma diminuição da qualidade.

Aumentar a flexibilidade pode levar a incrementos no custo, porém também a uma melhora do nível de serviço e uma maior adequação às atuais condições do mercado. Por outra parte, os mencionados aumentos do custo podem ser afetados com a utilização das tecnologias flexíveis de fabricação que, através da obtenção das denominadas economias de alcance, permitirão menores custos unitários, uma maior variedade de produtos e, com ele, um melhor serviço ao cliente.

2.5 A PRODUÇÃO DENTRO DO CONTEXTO DA GLOBALIZAÇÃO

Atualmente o aumento da competitividade global tem forçado as empresas a buscar incessantemente alta qualidade do produto, baixo custo de produção, confiabilidade nos prazos de entrega e flexibilidade para atender às flutuações da demanda. Respostas rápidas devem ser dadas às mudanças do mercado, às necessidades do cliente e as tecnologias emergentes, entre outros fatores.

Esse ambiente agressivo é gerado por fatores externos às empresas, como: mercado, governo e concorrentes. A situação interna é agravada em companhias que operam no sistema de produção intermitente sob encomenda, apresentando:

- ➤ Falta de conhecimento do produto por todos os departamentos da organização, em virtude da diversificação da produção imposta pela incerteza da demanda;
- Variação brusca no volume de produção;
- > Freqüentes postergações ou suspensões das encomendas;
- ➤ Alterações constantes no projeto do produto;
- Alta prioridade do cumprimento de prazos;
- Incerteza quanto ao prazo de entrega dos suprimentos.

Nesse contexto dinâmico e incerto, é muito difícil para o administrador efetuar uma gestão da produção de modo eficiente. Procurando auxiliá-lo, diversas técnicas de gerenciamento da manufatura surgiram nos últimos anos, como *Manufacturing*

Resource Planning (MRP II), Just-in-Time (JIT), Kanban, Optimized Production Technology (OPT), entre outras.

As técnicas mencionadas anteriormente serão abordadas no capítulo seguinte, para uma melhor compreensão do trabalho apresentado.

CAPÍTULO III CONCEITOS GERAIS DO PLANEJAMENTO E CONTROLE DA PRODUÇÃO

3.1 INTRODUÇÃO

O projeto físico de uma operação produtiva deve proporcionar recursos capazes de satisfazer as exigências dos consumidores. O planejamento e controle da produção preocupa-se em operar estes recursos no nível diário de modo a fornecer bens e serviços às exigências dos consumidores. Neste capítulo tentaremos explicar os diferentes aspectos de planejamento e controle da produção.

3.2 NATUREZA DO PLANEJAMENTO E CONTROLE DA PRODUÇÃO

Qualquer operação produtiva requer planos e controle, mesmo que a formalidade e os detalhes dos planos e do controle possam variar. As que tem um alto nível de imprevisibilidade podem ser particularmente difíceis de planejar. Já as operações que têm um alto grau de contato com os consumidores podem ser difíceis de controlar devido à natureza imediata de suas operações. Em todos os casos os aspectos do planejamento e

controle podem ser representados como a conciliação entre fornecimento e demanda, conforme mostrado na Figura 3.1.

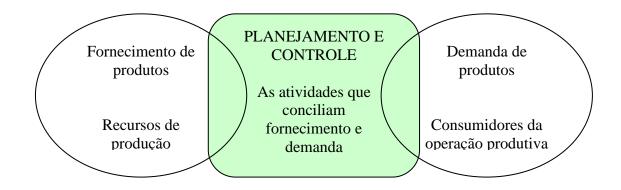


Figura 3.1 - A função de planejamento e controle concilia o fornecimento dos produtos de uma operação com sua demanda

O propósito do planejamento e controle é garantir que a produção ocorra eficazmente e produza produtos e serviços como deve. Isto requer que os recursos produtivos estejam disponíveis:

- ➤ Na quantidade adequada;
- No momento adequado; e
- No nível de qualidade adequado.

Todas as atividades do planejamento e controle estão de alguma forma dirigidas à conciliação das capacidades de fornecimento de uma operação com as demandas alocadas sobre ela. Normalmente, isto é feito através de um conjunto de sistemas, procedimentos e métodos de decisão, que os gerentes de produção podem usar no contínuo decorrer da produção.

Para que isto possa ocorrer, o planejamento e controle da produção deverão seguir um enfoque hierárquico que permita a coordenação entre os objetivos, planos e atividades dos diferentes níveis estratégico, tático e operativo de uma empresa, o que quer dizer, que cada um perseguirá suas próprias metas, porém tendo em conta os de nível superior, das quais dependem, e as de nível inferior, as quais restringem.

São muitas as formas pelas quais podemos estruturar o processo de planejamento e controle com um enfoque hierárquico, embora a essência seja a mesma. Neste trabalho adotamos a estrutura segundo [Dom95], a qual é apresentada na figura 3.2. Nesta figura pode-se observar cinco etapas claramente diferenciadas:

- > Planejamento estratégico ou de longo prazo;
- Planejamento agregado ou de médio prazo;
- Programação mestre;
- Programação de componentes; e
- Execução e controle.

A primeira etapa vai partir dos objetivos estratégicos da empresa, os quais, tendo em conta, entre outros fatores, as previsões da demanda ao longo prazo, definirão o *Plano de Vendas* para dito horizonte temporal. Este plano, ao lado dos citados objetivos, servirão para estabelecer o *Plano de Produção ao Longo Prazo*, que indicarão as quantidades a produzir em cifras trimestrais ou anuais muito agregadas (tipos de produto). A partir destes planos derivarão as necessidades dos recursos, o qual gera, ao lado dos ingressos previstos por vendas, o *Plano Financeiro ao Longo Prazo*.

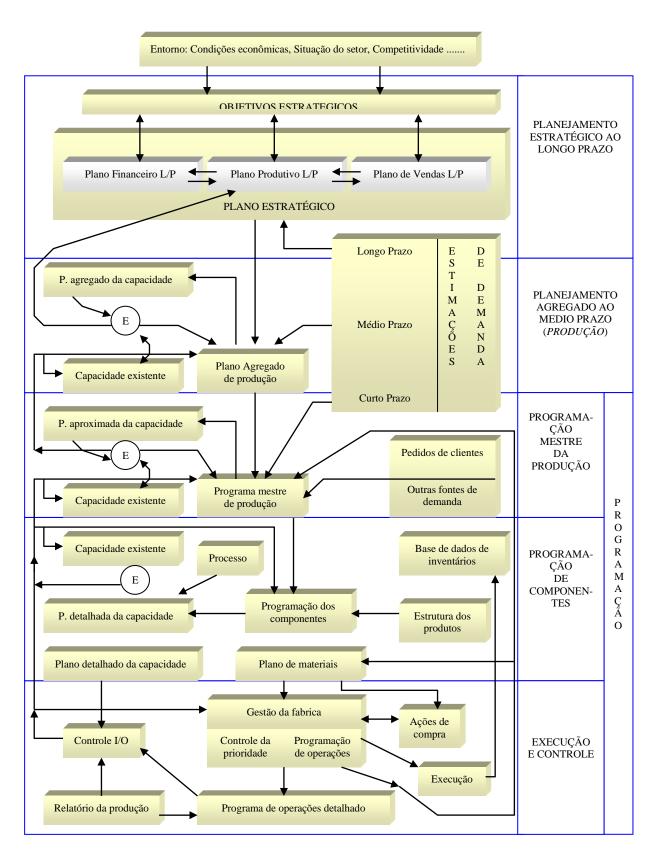


Figura 3.2 - Estrutura de um sistema de planejamento e controle da produção.

Logicamente, os planos mencionados devem ser factíveis, podendo ser necessário mudar alguns ou todos eles em função das possíveis restrições existentes. O conjunto destes planos mencionados são a base do *Plano Estratégico ou Plano de Empresa*, que deve ter em conta a situação do setor, as considerações sobre competitividade e previsões sobre as condições econômicas em geral. Neste nível, as atividades de planejamento da produção centram-se no desenvolvimento de novos produtos ou modificação dos existentes, em tecnologia e processos, assim como na valorização das necessidades de capacidade derivadas do plano ao longo prazo.

A seguinte etapa deste caminho complexo que levará do plano de produção ao longo prazo à execução, é o planejamento agregado. Esta etapa trata de estabelecer, ainda em unidades agregadas (família de produtos), porém para períodos normalmente mensais, os valores das principais variáveis produtivas (quantidades de produtos, inventários, nível de mão-de-obra, etc), tendo em conta a capacidade disponível e tentando cumprir o plano ao longo prazo ao menor custo possível. Esta etapa denominado também planificação ao médio prazo, finaliza com o estabelecimento dos planos agregados: de produção e da capacidade.

O grau de detalhe do plano agregado, não é suficiente para permitir a coordenação do planejamento estratégico e do planejamento operativo, devido à descomposição das distintas famílias em produtos concretos e aos períodos que mudam de meses para semanas. O resultado será *o* **Programa Mestre de Produção** (*Master Production Schedule*), com um horizonte que não chega superar o ano. Apesar de assegurar anteriormente a factibilidade do plano agregado em relação com a capacidade, haverá que fazer o mesmo para o programa mestre. Isto é devido, a que o nível de

desagregação é maior (em produtos e períodos de tempo). Em conseqüência, deverá ser realizada uma análise aproximada da capacidade, tendo em conta as necessidades derivadas das distintas atividades da elaboração de produtos terminados. O programa mestre obtido deverá ter suficiente estabilidade para garantir a execução da produção e a flexibilidade para obter uma resposta competitiva antes das possíveis mudanças na demanda. Nestas duas últimas etapas mencionadas, devemos considerar as estimações da demanda a médio e curto prazo.

Neste ponto estamos em condições de começar a quarta etapa, o qual levará à programação detalhada (em quantidades e momentos de tempo) dos componentes que integram os distintos produtos e ao planejamento detalhado da capacidade requerida por eles. O resultado deste processo, é a obtenção do plano de materiais.

Finalmente, entraremos na última etapa, que implica a execução e controle do plano de materiais. Para isto teremos, por um lado, a programação das operações nos centros de trabalho considerando as prioridades de produzir um item e, por outro lado, as ações de compra das matérias-primas. Também será necessário realizar um controle da capacidade, porém, de tipo detalhado, o qual proporcionará uma retroalimentação neste nível e nos níveis superiores. Não devemos esquecer que a aproximação hierárquica é condição necessária, mas não suficiente, para lograr a mencionada integração, quer dizer, falta ter em consideração o sentido horizontal, a integração entre as distintas áreas da empresa, os quais influenciarão no planejamento e controle. A figura 3.3 apresenta um resumo das fases anteriormente mencionadas, juntamente com os planos que delas derivam, tudo aquilo relacionado com os níveis de planejamento empresarial e com o planejamento e gestão da capacidade.

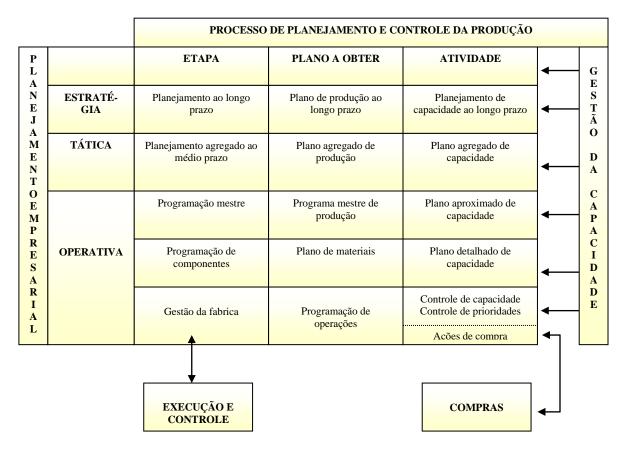


Figura 3.3 - Processo de planejamento e controle da produção.

3.3 CLASSIFICAÇÃO DOS SISTEMAS DE PRODUÇÃO

Um sistema pode ser definido como um conjunto de partes interrelacionadas que existem para atingir um objetivo. As inter-relações entre as partes são comunicações ou interdependências. Uma empresa pode ser considerada um sistema composto de vários departamentos (subsistemas) e fazendo parte de um sistema maior, que é a própria sociedade.

Focalizando a produção - e não mais a empresa - como um sistema, observa-se diferentes tipos de sistemas de produção, que podem ser classificados de várias formas, com o intuito de facilitar o entendimento das características inerentes a cada

sistema e sua relação com a complexidade das atividades de planejamento e controle desses sistemas.

[Tub97] cita três dessas formas mais conhecidas, que são apresentadas no seguinte quadro:

CRITÉRIO	CLASSIFICAÇÃO	CARACTERÍSTICAS
Por grau de padronização dos produtos	Sistemas que produzem produtos padronizados	- Alto grau de Uniformidade - Produção em grande escala - Produtos facilmente encontrados no mercado
	Sistemas que produzem produtos sob medida	- Cliente define o produto - Lotes normalmente unitários
Por tipo de operações	Processos contínuos	- Os produtos não podem ser identificados individualmente
	Processos discretos	- Produtos podem ser identificados individualmente
Pela natureza do produto	Manufatura de bens	- Produtos tangíveis (rádio)
	Prestador de serviços	- Produtos intangíveis (consulta médica)

Quadro 3.1 - Classificação dos sistemas de produção.

Os processos discretos de produção podem ser subdivididos em *processos* repetitivos em massa - produção em grande escala de produtos altamente padronizados; processos repetitivos em lote - volume médio de produção, onde cada lote segue uma série de operações que necessitam ser programadas a medida que as operações anteriores forem realizadas, e processos por projeto que têm como objetivo atender uma necessidade específica do cliente, com todas as suas atividades voltadas para esta meta.

3.4 PREVISÃO DE DEMANDA

Previsões de demanda do consumidor são fundamentais para a operação de uma empresa. Qualquer empresa está no negócio principalmente para atender, de alguma forma, as exigências de seus clientes. Sua sobrevivência depende da habilidade de adaptação das suas operações às exigências do consumidor, de demostrar ou estimular a necessidade e de serví-la adequadamente e de forma eficiente, quando ocorrer. A previsão da demanda é o elo entre avaliação de fatores externos na economia que possam influenciar o negócio e a administração dos assuntos internos da empresa.

Para o PCP a previsão de demanda é importante em dois momentos distintos: para planejar o sistema produtivo e para planejar o uso deste sistema. No primeiro caso, são previsões de longo prazo que são usadas para elaborar estrategicamente o plano de produção. No planejamento do uso do sistema produtivo, as previsões, agora de médio e curto prazo, são empregadas para o planejamento mestre e programação da produção, com o objetivo de utilizar os recursos disponíveis, englobando a definição de planos de produção e armazenagem, planos de compras e reposições dos estoques, planos de cargas de mão-de-obra e programação da produção.

A elaboração da previsão de demanda fica geralmente a cargo do departamento de marketing ou vendas, mas existem pelo menos dois motivos para que os integrantes do PCP entendam como esta atividade é realizada [Tub97]. Primeiro, porque a previsão de demanda é a principal informação utilizada pelo PCP na elaboração de suas atividades, e afeta diretamente o desempenho esperado das funções de planejamento e controle do sistema produtivo. É fundamental o entendimento de como os dados foram

obtidos e de que técnicas de previsão foram usadas, e quais as suas limitações, de maneira a facilitar a comunicação entre o PCP e o marketing. Segundo, em muitas empresas de pequeno e médio porte não existe uma especialização muito grande das atividades, cabendo ao pessoal do PCP (normalmente o mesmo de vendas) a elaboração das previsões.

3.4.1 Etapas de um Modelo de Previsão

Um modelo de previsão de demanda pode ser dividido em cinco etapas básicas [Tub97], conforme a figura 3.4.

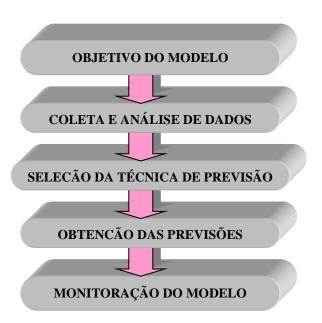


Figura 3.4 - Etapas do modelo de previsão da demanda

Na primeira etapa deve-se definir o motivo pelo qual se esta fazendo a previsão. O detalhamento e a sofisticação do modelo dependem da importância relativa do produto (ou família de produtos) a ser previsto e do horizonte ao qual a previsão se destina. Itens poucos significativos podem ser previstos com maior margem de erro, empregandose técnicas de previsão mais simples.

Uma vez definido o objetivo do modelo de previsão, deve-se coletar e analisar os dados históricos do produto, com intuito de identificar e desenvolver a técnica de previsão que melhor se adapte. Mesmo nos casos de previsões baseadas em julgamento e opinião de especialistas, as mesmas são feitas com base na experiência passada destes especialistas. Quanto mais dados históricos forem coletados e analisados, mais confiável será a técnica de previsão. É importante observar que variações extraordinárias de demanda, como promoções especiais ou greves, devem ser analisadas e substituídas por valores médios, compatíveis com o comportamento normal da demanda. O tamanho do período de consolidação de dados (semanal, mensal, trimestral, etc.) tem influência direta na escolha da técnica de previsão mais adequada, bem como na análise das variações extraordinárias.

O terceiro passo é a decisão pela técnica mais apropriada. Nesta escolha deve-se ponderar sobre uma série de fatores, principalmente custo e confiabilidade. Quanto maior for a confiabilidade desejada no modelo, maior será o custo de elaboração. É importante avaliar o quanto se esta disposto a gastar no modelo de previsão e quanto custa o erro decorrente de uma previsão inadequada. Geralmente, para questões estratégicas opta-se por correr menos riscos e gastar mais, enquanto que para questões operacionais a situação é inversa.

Existem outros fatores que merecem destaque na escolha da técnica de previsão: disponibilidade de recursos computacionais, disponibilidade de dados históricos, experiência passada com aplicação de determinada técnica, disponibilidade de tempo para coletar, analisar e preparar os dados e a previsão, entre outros.

O passo seguinte é a obtenção da previsão propriamente dita, uma vez que já definiu-se a técnica de previsão e a aplicação dos dados passados. Quanto maior for o horizonte pretendido, menor a confiabilidade da demanda prevista.

No decorrer do tempo as previsões vão sendo alcançadas pela demanda real. Surge então a última etapa de um modelo de previsão que é o monitoramento do modelo. Deve-se monitorar a extensão do erro entre a demanda real e a prevista, para averiguar se a técnica e os parâmetros usados são válidos. Um ajuste nos parâmetros do modelo é suficiente, em situações normais, para que reflita as tendências mais recentes.

Em situações mais críticas, uma reavaliação de todo o modelo (desde o objetivo do modelo) pode ser necessária, incluindo um novo exame dos dados e a escolha de uma nova técnica de previsão.

3.4.2 Técnicas de Previsão

Como foi visto anteriormente a escolha da técnica de previsão de demanda é apenas uma das etapas do modelo de previsão, mas sem dúvida é a mais importante. As técnicas de previsão podem ser divididas em dois grandes grupos [Tub97]: técnicas qualitativas e quantitativas. As primeiras privilegiam principalmente dados subjetivos, que são difíceis de representar numericamente. Já as técnicas quantitativas trabalham com a análise numérica dos dados passados, isentando-se de opiniões pessoais ou palpites. As técnicas quantitativas podem ser baseadas em séries temporais, que partem do princípio de que a demanda futura será uma projeção de seus valores passados, não sofrendo influência de outras variáveis, ou baseadas em correlações, que buscam prever a demanda de

determinado produto com base na previsão de outra variável que esteja relacionada com o produto, como por exemplo, a demanda de azulejos pode ser relacionada com o número de novas residências em construção.

3.5 MÉTODOS DE ADMINISTRAÇÃO DA PRODUÇÃO

Os Sistemas de PCP são elaborados, geralmente, com fundamento em um dos três métodos de administração da produção mais conhecidos: *Manufacturing Resources Planning* - MRP II; *Just-in-Time* - JIT e *Optimized Production Technology* - OPT. A seguir mencionaremos as principais características de cada um destes métodos de administração da produção.

3.5.1 MRP II - Planejamento dos Recursos de Manufatura

O método MRP surgiu a partir de meados da década de 60, quando se tornaram disponíveis computadores com capacidade de armazenagem e processamento suficientes para sistematizar os princípios que fundamentam a filosofia tradicional. O tipo MRP II, evolução do MRP, se propõe a fornecer dados que permitam às pessoas analisar todas as opções disponíveis relacionadas ao gerenciamento da manufatura.

A lógica do MRP II está baseada no conceito de cálculo de necessidades, uma técnica de gestão que permite o cálculo das quantidades e dos momentos em que são necessários os recursos de manufatura (materiais, pessoas, equipamentos, etc.), para que se cumpram os programas de entrega de produtos com um mínimo de formação de estoques.

Num sistema de ponto de pedido as ordens de produção são geradas para qualquer item a partir do seu nível de estoque (ponto de reposição). Já o sistema MRP II dispara ordens de produção de acordo com o cronograma de fabricação dos produtos finais. O cálculo da necessidade de componentes é feito a partir do cálculo de necessidade dos produtos finais. Com isto, a compra de itens adquiridos de fornecedores e a produção de itens produzidos internamente ocorre apenas nos momentos e nas quantidades necessárias. O objetivo principal do sistema MRP II é trabalhar com o mínimo de formação de estoque e com a garantia de que os prazos de entrega dos pedidos sejam cumpridos.

3.5.1.1 Planejamento de Materiais

Para o cálculo das necessidades de materiais o sistema tipo MRP II utiliza uma lista de materiais chamada de "estrutura de produto", que contém todos os componentes e suas quantidades para fabricar determinado produto final. Através desta lista podemos identificar os itens de demanda *independente* e os itens de demanda *dependente*.

Os itens de demanda *independente* são aqueles cuja demanda não depende da demanda de nenhum outro item (ex: produto final), ao contrário dos de demanda *dependente* (ex: componentes). A diferença básica entre os dois itens é que a demanda do primeiro tem que ser prevista com base nas características do mercado consumidor. Já a demanda do segundo não necessita ser prevista, pois, sendo dependente, pode ser calculada. Outro dado importante que deve ser alimentado no sistema é o *lead-time*, ou tempo de ressuprimento de um item. Quando se trata de um item comprado, o *lead-time* é o tempo decorrido desde a colocação do pedido até o seu recebimento na fábrica. Quando é

um item produzido internamente, o *lead-time* é o tempo entre a liberação de uma ordem de produção e a disponibilização do item pronto para uso.

Quanto ao tamanho dos lotes de fabricação, o ideal é que o lote seja exatamente igual ao tamanho da ordem de fabricação calculada pelo sistema. Porém, algumas empresas optam por tamanhos de lotes calculados (lote econômico) para fazer frente a custos fixos, tais como: tempo de preparação de máquinas, perdas de matéria-prima para ajuste da preparação (*setup*), etc. Conforme ilustra a Figura 3.5, as datas da liberação das ordens de compra de materiais e ordens de produção são calculadas para o período mais tarde possível, de acordo com o *lead-time* dos produtos.

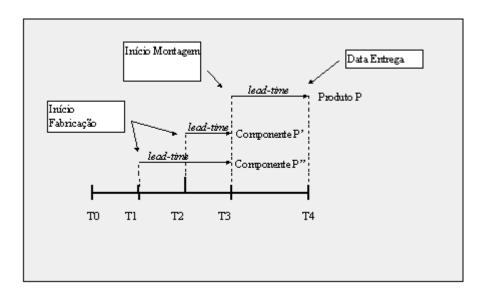


Figura 3.5 - Datas da liberação das ordens de fabricação dos componentes P' e P", e da ordem de montagem do produto P.

3.5.1.2 Planejamento dos recursos

O planejamento dos recursos surgiu como uma extensão do planejamento de materiais. A lógica é a mesma do cálculo da necessidade de materiais, adicionando-se ao sistema dados relacionados aos recursos de produção, tais como: disponibilidade de mão-

de-obra e equipamentos, rotas de produção, capacidade dos equipamentos, taxas de consumo de recurso por item produzido, etc.

O MRP II é um sistema hierárquico de administração da produção, no qual os planos de longo prazo são sucessivamente detalhados até se chegar ao nível mais baixo de planejamento, onde são "explodidas" ordens e definidos roteiros de produção.

Os principais módulos que compõem o sistema MRP II são :

- Módulo de planejamento da produção;
- Módulo de planejamento mestre de produção-MPS;
- Módulo de cálculo de necessidade de materiais-MRP;
- Módulo de cálculo de necessidade de capacidade-CRP;
- Módulo de controle de fábrica-SFC.

a) Planejamento da Produção

Chamado de plano agregado de produção, é o primeiro nível hierárquico de planejamento, geralmente feito a longo prazo. Sendo um nível mais abrangente, a unidade usada para volumes a serem produzidos e estoques a serem mantidos é muitas vezes monetária.

Os planos de produção desagregados, estabelecidos pelos demais módulos, devem ser consolidados e confrontados com o planejamento da produção, para que o

planejador tenha certeza de que suas decisões desagregadas e detalhadas estejam contribuindo para o atingimento das metas de produção de prazo mais longo.

b) Planejamento(programa)-mestre da Produção - MPS

O MPS é uma abertura do plano agregado, período a período, por produtos e em volumes de produção e estoques a serem atingidos. A soma das quantidades do planomestre deve ser igual ou próxima aos valores definidos pelo plano agregado de produção. Para definir os volumes de produção do plano-mestre são levados em conta, dois conjuntos de variáveis: a demanda e os recursos. As quantidades definidas pelo plano-mestre tornamse a base para a explosão das ordens nos outros módulos, onde serão calculadas as necessidades de materiais e as capacidades de recursos.

As variáveis de demanda são projeções de vendas, previsão de pedidos e pedidos em carteira. As variáveis de recursos abrangem dados sobre os roteiros de produção e sobre o consumo dos diversos tipos de recursos na produção unitária de cada produto. O MPS, auxiliado por um mecanismo chamado *rough-cut capacity* (que é parte do módulo CRP), combina os dados de demanda e dados de consumo de recursos disponíveis. Desta maneira, o sistema define os volumes de produção de acordo com as limitações e a conveniência de se utilizar melhor a capacidade disponível. Isto pode significar que alguns itens podem ser produzidos antes do momento necessário para a venda e outros itens podem não ser produzidos, ainda que o mercado se disponha a consumi-los.

É importante frisar que neste módulo é feita uma pré-análise da existência de setores que possam representar possíveis gargalos no fluxo de produção. Se for detectada uma necessidade de recursos maior do que a disponível, o plano-mestre analisado tem grande possibilidade de não ser viável.

c) Planejamento da Necessidade de Materiais - MRP

A partir da necessidade de produtos conforme definida no Programa-Mestre, o módulo de Planejamento de Materiais calcula as necessidades de compras de materiais e de produção de itens componentes, de forma a cumprir o plano mestre e, ao mesmo tempo, minimizar a formação de estoques. O sistema faz isto programando ordens de compra e produção para o momento mais tarde possível, desde que não haja comprometimento do cumprimento dos prazos de entrega das ordens.

d) Cálculo da Necessidade de Capacidade - CRP

O CRP calcula as necessidades de capacidade produtiva para cumprir o plano de necessidades de materiais, utilizando-se dos seguintes dados cadastrais sobre os centros produtivos: roteiros de produção e consumo de recursos por operação. Comparando a necessidade de capacidade ao longo do tempo com a capacidade máxima, em cada centro produtivo, o CRP pode identificar possíveis inviabilidades do plano de materiais, assim como futuras ocorrências de ociosidades excessivas de recursos. Isto pode indicar a revisão do plano de materiais ou, até mesmo, do plano-mestre de produção.

e) Controle de Fábrica - SFC

Este módulo procura garantir que o planejamento dos módulos anteriores seja cumprido pelo "chão-de-fábrica". É o módulo que carrega as ordens do período nas máquinas, segundo prioridades pré-definidas e segundo uma lógica de programação finita, baseada em regras de seqüenciamento. Alguns dos parâmetros necessários são: tamanhos dos lotes, níveis de estoque de segurança e *lead-times* de processamento dos itens. Este módulo depende de uma constante de realimentação de informações relativas ao andamento das atividades na fábrica, visando tomar medidas corretivas de re-priorização de ordens e, se for necessário, sinalização de inviabilidades locais quanto ao cumprimento do plano original.

3.5.2 JIT - Just-in-Time

Este sistema tem como primeiro princípio a minimização dos custos. Ele vê a origem dos lucros pela fórmula "Preço - Custo = Lucro". Como o preço é estabelecido pelo mercado, a única maneira de aumentar o lucro é reduzir constantemente os custos. Para reduzir custos, deve-se perseguir ardorosamente à eliminação de perdas.

Segundo o sistema, podemos dividir as operações em dois tipos: a) as operações que não agregam valor, como: caminhar para obter peças, desembalar peças vindas de fornecedores, movimentar materiais, etc.; e b) as operações que agregam valor, ou seja, aquelas que transformam realmente a matéria-prima, modificando a forma ou a qualidade. Agregar valor é transformar um material em estado bruto em um produto final com maior valor econômico.

A perda é qualquer atividade que não contribui para as operações que agregam valor. Dentro desta ótica, a geração de estoques é considerada uma grande fonte de desperdício, sendo classificada como uma perda por superprodução. A superprodução pode ser de dois tipos:

- Quantitativa: quando, por exemplo, são produzidas mais peças do que o necessário para suprir a taxa histórica de rejeição por defeitos; nesse caso, numa produção com poucos defeitos as peças excedentes produzidas serão desperdiçadas.
- Antecipada: quando o produto é feito antes que ele seja necessário; assim, se 100 peças foram encomendadas para o dia 30 mas foram produzidas antecipadamente no dia 15, está caracterizada a superprodução.

Na Toyota Motors, o método utilizado para eliminar a perda por superprodução é o *Just-in-time*. Significa produção com estoque zero, onde cada processo deve ser abastecido com os itens necessários, na quantidade exatamente necessária e no momento necessário. *Just-in-time* pode ser traduzido literalmente como "no tempo certo", ou seja, sem a geração de estoques.

3.5.2.1 Técnica Kanban

Taichi Ohno, ex-vice-presidente de manufatura da Toyota, afirma: "Os dois pilares do Sistema Toyota de Produção são o 'just-in-time' e a automação com toque humano, ou autonomação. A ferramenta empregada para operar o sistema é o Kanban."

O *Kanban* é uma técnica de controle visual, com fichas ou painéis de informações, e têm o objetivo fundamental de acabar com os estoques de produtos acabados, buscando produzir somente em resposta aos pedidos. Foi inspirado no sistema utilizado pelos supermercados, o qual tem as seguintes características:

- a) Os consumidores escolhem diretamente as mercadorias e compram as suas favoritas;
- b) Trabalho dos empregados é menor, pois os próprios consumidores levam suas compras às caixas registradoras;
- c) Ao invés de utilizar um sistema de reabastecimento estimado, o estabelecimento repõe somente o que foi vendido, reduzindo os estoques.

A principal característica da técnica *Kanban* é a terceira (item "c"), ou seja, apenas aquilo que o consumidor adquiriu é reabastecido. Os pedidos percorrem a cadeia de processos do final ao início, de um processo a outro, conforme mostra a Figura 3.6.

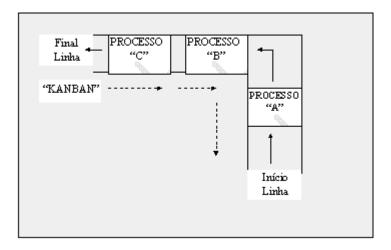


Figura 3.6 - Fluxo do "Kanban".

O Kanban é muito eficiente na simplificação do trabalho administrativo e permite maior autonomia ao "chão-de-fábrica", o que possibilita responder a mudanças com maior flexibilidade. Ao dar instruções no processo final da linha, a informação é transmitida de forma organizada e rápida ao longo de todas as operações até o início da linha.

Para se beneficiar plenamente da técnica *Kanban*, o processo produtivo precisa ter natureza repetitiva, sem muitas alterações temporais ou quantitativas. O sistema não é recomendável em empresas com produção sob projeto não repetitivo, onde os pedidos são infreqüentes e imprevisíveis.

3.5.3 OPT - Tecnologia Otimizada de Produção

De maneira similar ao MRP II, o OPT parte das previsões de demanda do mercado para, a seguir, determinar a programação da produção para o período previsto. A diferença é que o OPT programa primeiramente a produção do recurso-restrição, procurando extrair o máximo de sua capacidade, para somente depois programar os outros recursos.

O sistema utiliza dois algoritmos diferentes, um para elaborar o programa de produção do recurso-restrição e outro para programar os recursos não-restrição. O primeiro tem uma lógica de programação finita para frente, carregando ordens nos recursos no tempo considerando as restrições de capacidade. O segundo algoritmo tem uma lógica de programação infinita para trás, o qual sincroniza todos os recursos não-restrição ao ritmo do recurso-restrição, minimizando os estoques.

Desta forma, as programações para frente e para trás se combinam para gerar um programa completo para o Sistema de Produção. Porém, é importante que se saiba com precisão quais os recursos-restrição do Sistema de Produção que se pretende gerenciar com o OPT. Caso contrário, toda a programação se fundará em premissas falsas, comprometendo totalmente a qualidade da solução apontada pelo sistema.

3.6 COMPARATIVO ENTRE OS TRÊS MÉTODOS: MRP II, JIT, OPT.

De modo algum se pode afirmar que qualquer destes métodos abordados seja considerado ideal, ou o mais adequado aos dias de hoje. Tampouco se pode colocá-los em escala de valor e afirmar que um seja superior a outro. O que se pode dizer é que um método "adere", melhor ou pior, a determinadas características do Sistema de Produção de uma empresa.

Geralmente, um método se sobressai em relação a outro quando diferentes características de manufatura são analisadas. Por exemplo, o JIT é o mais indicado para fábricas que não "elegem" o planejamento integral de produção de forma antecipada e centralizada como fator fundamental de eficiência nas operações. A filosofia do Sistema Toyota de Produção, que suporta o JIT, propõe que as decisões sobre as operações estejam descentralizadas no "chão de fábrica". A fabricação acontece sem um planejamento "pesado" que procure otimizar todas as variáveis envolvidas na produção. O mercado é que dita o que e quanto deve ser produzido, cabendo aos operadores a responsabilidade de atender a demanda, reduzir custos buscando um melhoramento contínuo dos processos e diminuir os estoques para níveis próximos de zero.

Já o MRP II e o OPT são métodos centrados no planejamento prévio da produção, como ponto fundamental. O MRP II está baseado na filosofia tradicional de produção, onde o principal objetivo é a redução de custos através de escala de produção e diminuição de ociosidade de recursos. De outra parte, o método OPT traz elementos novos aos mecanismos de planejamento: o conceito de restrição e medidas de desempenho. Segundo a Teoria das Restrições, somente determinadas ações influenciam na meta da empresa que é "ganhar dinheiro" e todo o ritmo de trabalho da fábrica deve estar subordinado ao funcionamento do chamado recurso-restrição. Um grande benefício do método OPT é levar em conta as restrições do Sistema de Produção no planejamento das atividades da fábrica.

O sistema MRP II tem uma "vocação" especial para lidar com problemas complexos de gestão de suprimentos, que é geralmente o caso dos Sistemas de Produção que trabalham com produtos que têm estruturas complexas. Uma fábrica que trabalhe com produtos que demandem um grande número de componentes e materiais para sua fabricação (ex: placas usadas na telefonia celular, as quais chegam a ter 300 componentes) precisa de um bom sistema de gestão de materiais para resolver seus problemas de suprimentos.

Entretanto, o MRP II torna-se muito frágil quando existe variabilidade dos *lead-times* de produção. Este método assume que os *lead-times* são fixos e determinados antes do seqüenciamento das ordens. Quando os *lead-times* verificados na realidade são diferentes do planejado, o planejamento pode estar comprometido e levar as pessoas a decisões erradas.

Com relação ao controle das operações, entre os três métodos o MRP II é o que busca o maior nível de controle. O MRP II faz um planejamento da produção em vários níveis, desde o plano agregado de produção (longo prazo), passando pelo planomestre e descendo até o nível mais baixo de programação, onde são detalhadas as necessidades diárias de materiais e capacidade de recursos.

Na prática, o MRP II tem mostrado bons resultados como instrumento de planejamento de longo prazo. Porém, o módulo de controle dos níveis mais baixos tem sido considerado "pesado", por exigir que as pessoas envolvidas nas atividades de produção tenham que informar ao sistema, de forma freqüente, tudo o que ocorre na fábrica. A crítica generalizada é a de que as pessoas passam a dedicar muito de seu tempo à geração de informações, diminuindo o comprometimento e o tempo investido na solução dos problemas da produção.

Em contrapartida, por ser um método descentralizado onde o controle da fabricação é exercido pelos próprios operadores, o JIT tem se mostrado de grande aceitação pelo "chão de fábrica". A filosofia do Sistema Toyota lembra que todas as atividades que não agregam valor ao produto devem ser, sempre que possível, eliminadas. Os operadores devem produzir produtos e não informações. Da mesma maneira, o OPT também dá ênfase ao controle pelo "chão de fábrica", mas não num nível tão descentralizado como o JIT. Uma vez programada as atividades do recurso-restrição, todo o esforço deve ser concentrado apenas em atender a sua necessidade.

Em determinadas situações pode ser conseguida uma sinergia entre o JIT e o MRP. Podemos citar o seguinte exemplo: "a empresa japonesa Yamaha combinou os dois

sistemas chamando-o de MRP sincronizado. O MRP foi utilizado para fazer o balanceamento das cargas na linha de produção a médio prazo, verificando os picos de produção e buscando fazer um ajustamento viável de capacidade, e também para gerar ordens de produção para os trabalhos não repetitivos, enquanto que o JIT foi utilizado para ajustar a produção dos produtos que apresentam repetitividade no curto prazo".

3.6.1 Algumas limitações

Corrêa e Gianesi em [Cor96], esclarecem que certos métodos se adequam melhor a certas características de exigências sobre um Sistema de Produção. A grosso modo, o JIT se ajusta melhor nos Sistemas de Produção em que se exige: a) um volume de produção estável com fluxo de materiais suave e contínuo; e b) que a produção seja limitada a produtos da mesma característica de engenharia, porém, seja oferecida uma grande diversidade dentro das "famílias" de produtos produzidos.

Os sistemas MRP são maiormente indicados para os Sistemas de Produção, dos quais se exige uma flutuação maior no volume de produção e que sejam produzidos produtos com características de engenharia diferentes, os quais necessitam de mudanças constantes de roteiros de produção. Já para fábricas que tenham relevantes restrições de capacidade e certo grau de variabilidade de produção, o sistema OPT pode trazer bons resultados.

Em geral, fábricas que trabalham com produtos que possuem características básicas de engenharia diferentes não são um bom ambiente para aplicação do JIT,

principalmente devido a gestão de materiais. Isto porque a técnica *Kanban* exige que certa quantidade de estoques seja mantida entre determinada operação e a operação subsequente.

Se uma variedade muito grande de famílias de produtos passa pelas linhas, o estoque de materiais entre processos torna-se muito alto. Além disto, a complexidade dos roteiros de produção também pode restringir o uso do JIT.

O JIT deve trabalhar com fluxos de produção bem definidos, balanceados e estabilizados, onde a estrutura física mais apropriada é a de linhas de produção ou organização por unidades celulares dedicadas à fabricação de famílias de produtos com roteiros similares.

Já o OPT e o MRP II têm mais facilidade para trabalhar num ambiente onde os fluxos de produção dos produtos sejam compostos por roteiros de produção muito diferentes, mudanças constantes na engenharia dos produtos e demanda muito flutuante no mercado. Estes levam vantagem sobre o JIT principalmente quanto a introdução de novas famílias de produtos, pois geralmente o JIT demandará um rearranjo dos equipamentos e uma nova linha ou célula para acomodá-los, enquanto que para o OPT e MRP II basta uma reprogramação levando em conta a demanda e roteiros de produção dos novos produtos.

Exemplificando, uma fábrica de móveis "sob encomenda" tem uma produção muito inconstante e deve atender aos clientes com uma diversidade grande de produtos em várias medidas: armários de cozinha, roupeiros, estantes, camas, etc. Nesse caso, provavelmente, a produção será melhor organizada em setores com funções bem definidas: corte da madeira, pintura, montagem, acabamento e outras. Nestas condições,

parece ser mais indicado um sistema MRP II ou OPT, dependendo da existência ou não de gargalos no fluxo de produção.

Já uma fábrica de móveis especializada num determinado segmento, por exemplo "móveis para cozinhas", pode organizar sua produção em linhas dedicadas a determinadas famílias de produtos: armários fixados na parede, balcão para pias, mesas e cadeiras de cozinha, etc. Dentro das famílias, os produtos podem ter a mesma estrutura padrão e a variedade de modelos pode ser obtida através de variações nas cores, alças e dobradiças, divisórias e outros acabamentos. Este tipo de estrutura é mais favorável à utilização do JIT, que pode trazer excelentes resultados.

Em relação ao OPT, especial atenção deve ser dada a identificação do recurso-restrição. Toda a arquitetura do sistema gira em torno da busca da melhor utilização do recurso-restrição, e, se este não estiver claramente identificado, o desempenho do sistema fica comprometido. A identificação do recurso-restrição nem sempre é tarefa simples, pois, apesar de não ser usual, existem casos de "gargalos errantes", ou seja, restrições que variam de recurso conforme o *mix* de produção.

3.7 LIMITAÇÕES DA TAREFA DE PLANEJAMENTO E CONTROLE DA PRODUÇÃO

Genericamente, as limitações às quais as atividades de planejamento e controle da produção estão sujeitas, são as seguintes:

- ➤ Limitações de custo os produtos devem ser produzidos dentro de custos determinados (lote econômico).
- ➤ Limitações de capacidade Os produtos devem ser produzidos dentro de limites de capacidades projetados para a operação.
- ➤ Limitações de tempo Os produtos devem ser produzidos dentro de um intervalo de tempo, no qual eles ainda têm valor para o consumidor.
- ➤ Limitações de qualidade As características do produto devem de estar dentro dos limites de tolerância projetados para o produto.

CAPÍTULO IV DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO E TAMANHO DE LOTE

4.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo objetiva apresentar a definição do problema de programação e tamanho de lote através do estabelecimento de seus conceitos básicos, seu domínio e campo de aplicação, gerando uma declaração formal do problema a ser resolvido.

4.2 DOMÍNIO DO PROBLEMA

Neste trabalho será considerada a organização de um sistema de produção tradicional. Tipicamente, a arquitetura deste sistema é construída a partir de muitas células de produção, chamadas segmentos, os quais podem ser implementados de diferentes formas (por exemplo: linhas de fluxo ou centros de trabalho). Esta macro-estrutura se torna mais delicada dentro de uma micro-estrutura à medida que cada segmento proporciona a habilidade para executar um grupo de operações.

O planejamento e programação da produção é um dos assuntos mais desafiantes que o administrador tem. Este assunto parece ser um processo hierárquico envolvendo decisões de termo curto, médio e longo. O enfoque utilizado nos diferentes modelos estão ligados a decisões de termo médio via programa-mestre de produção (MPS - *Master Production Schedule*). O MPS mencionado no capítulo anterior define a demanda externa, como, por exemplo, as datas impostas e o tamanho da ordem para produtos finais.

O objetivo, já neste momento, é definir um plano de produção factível que conheça as solicitações e determine as datas e quantidades para todos os produtos. Se temos em conta somente razões econômicas, um plano factível não é suficiente.

Em um caso normal, os planos de produção podem ser avaliados por meio de uma função objetivo (por exemplo, uma função que mede os custos de preparação e custos de estocagem). Portanto, a finalidade é encontrar um plano de produção factível com um valor ótimo (ou perto ao ótimo) da função objetivo.

4.3 ESBOÇO DO PROBLEMA

Os processos de manufatura são colocados em funcionamento pelas ordens de produção, os quais provêm de clientes ou de outros meios. Suponha agora que o produto do sistema *make-to-order* de interesse esteja incluindo pelo menos um conjunto de produtos não-customizados. Certamente, isto é uma concepção válida para muitas empresas, não importando a que indústria pertencem e de que tamanho são.

Para motivar a atividade do planejamento, primeiro necessitamos identificar um assunto de interesse, digno de consideração, em termos de raciocínio econômico. Um primeiro sinal são os grandes inventários. Devido aos custos de oportunidade do capital e dos custos diretos de mercadorias armazenadas, produtos colocados em inventário e, portanto, causando custos de estocagem poderiam ser evitados. Por outro lado, se partes diferentes são manufaturadas utilizando recursos comuns, isto é, máquinas, e uma ação de preparação para uma operação adequada é tomada em conta, então os custos de oportunidade (por exemplo, custos de preparação) são incorridos desde que a produção é atrasada. Outro aspecto de recursos compartilhados é que a produção de tais partes não pode coincidir se diferentes situações de preparo são requeridas. Portanto, as ordens devem ser programadas. Em resumo, temos uma escolha entre os custos de preparação baixos, favorecendo lotes grandes de produção, e os custos de estocagem baixos, favorecendo uma produção lote por lote, onde as decisões de agendamento devem ser feitas de acordo com o compartilhamento dos recursos comuns.

Essencialmente, o problema de planejamento da produção de termo-curto é determinado como um problema de programação e tamanho de lote. Ao perguntarmos sobre como resolver este problema de planejamento da produção, necessitamos primeiro um entendimento mais profundo de seus atributos básicos.

O primeiro elemento-chave que devemos lembrar é a rota das partes do componente flutuando dentro de um sistema de produção complexo. As operações podem ser executadas somente se aquelas partes sujeitas a estas operações particulares estiverem realmente disponíveis. Em outras palavras, um plano de produção deve considerar as relações precedentes das operações. Por motivos de conveniência, não iremos distinguir

entre operações e itens (também chamados produtos ou partes). Cada operação produz um produto, e cada produto é o resultado de uma operação. Aparentemente, vamos estar diante de um problema de vários níveis, porém neste trabalho, para efeitos computacionais, abordaremos o problema de um único nível.

O segundo elemento-chave de nosso problema é a presença da capacidade escassa. Como é usual em sistemas de produção tradicionais, produzir um produto requer uma certa quantidade de um ou mais recursos (por exemplo: força de trabalho, tempo de máquina, energia, etc) com capacidade limitada por unidade de tempo. Assim, o planejamento da produção deve levar em conta a capacidade escassa.

Nesta abordagem a demanda (conhecida ou estimada) externa (dada pelo MPS) é conhecida exatamente no final de cada período. Acumulações e carências não são permitidas aqui, o que obriga a um nível alto de serviço. A demanda pode variar durante o tempo, sendo chamada de demanda dinâmica. Todos os dados relevantes para os processos de planejamento são considerados deterministicos, o que é justificado por ter-se a mão um problema de planejamento de termo-curto.

4.4 PROCESSO ATUAL DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO (MRPII)

O princípio básico dos sistemas de apoio de decisão em relação ao Manufacturing Resource Planning (MRPII) é mais ou menos o mesmo em todas as implementações atuais. Para entender melhor o funcionamento do MRP, assumiremos os seguintes dados: Três itens j=1,2,...,3 estão sendo produzidos compartilhando uma simples máquina. A estrutura *Gozinto* destes itens é dada na Figura 4.1. O horizonte de planejamento é de 10 períodos (t=1,....,10) longos e o inventário é vazio.

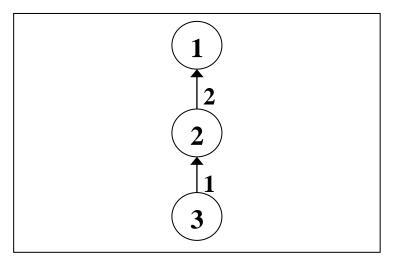


Figura 4.1 - Uma estrutura Gozinto com três itens.

A tabela 4.1 fornece o MPS (com demandas externas d_{jt}), a capacidade limite por período C_t , a capacidade necessária por produto p_j , os custos de preparação para um produto específico s_j e custos de estocagem(arrendamento) por período h_j . Vamos assumir que o tempo mínimo de transporte é zero. Começando com o MPS, os tamanhos de lote para todos os produtos são determinados por uma abordagem nível-a-nível sem dar importância às restrições de capacidade.

$d_{j,t}$	t=1	•••	6	7	8	9	10	h_j	S_j	p_j
j = 1			20		20		20	25	900	1
j=2								10	850	1
j=3								10	800	1
C_t	100	•••	100	100	100	100	100			

Tabela 4.1 - Dados do exemplo.

Em nosso exemplo, começaremos a computar os tamanhos de lote para o produto 1 utilizando alguma regra de medição do tamanho de lote. É importante destacar que decidimos utilizar uma política lote-por-lote. Portanto, derivamos as demandas internas e as devidas datas para o próximo estágio que é o produto 2. Como resultado, teremos uma demanda interna de 40 unidades do item 2 nos períodos 6, 8 e 10. Novamente aqui, utilizaremos alguma regra de medição do tamanho de lote, porém, nesta vez considerando o produto 2. Suponha que decidimos produzir as demandas dos períodos 8 e 10 em um único lote no período 8. Seguindo as mesmas linhas, computaremos as demandas internas para o produto 3 e novamente utilizaremos alguma regra de medição de tamanho de lote.

Como resultado, será obtido o que é apresentado na Tabela 4.2 onde q_{jt} denota a quantidade da produção do produto j no período t. Devemos notar que este plano de produção não é válido, visto que as restrições da capacidade são violadas no período 8.

$q_{j,t}$	t = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
j=1						20		20		20
j=2						40		80		
j=3						40		80		

Tabela 4.2 - Um plano de produção com violações das restrições de capacidade.

Em um próximo passo, o resultado intermediário é modificado para definir um plano sem requerer um excesso da capacidade. Isto é feito pelo desvio dos lotes para a esquerda ou direita até que o perfil da capacidade seja encontrado.

Em nosso exemplo, isto pode ser alcançado pelo desvio à esquerda do lote relacionado ao produto 2 (conforme mostra a Tabela 4.3).

$q_{j,t}$	<i>t</i> = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>j</i> = 1						20		20		20
j=2						40	80			
j=3						40		80		

Tabela 4.3 - Um plano de produção com violações das relações de precedência.

Porém, devido ao fato de que as restrições de precedência não são levadas em conta quando os lotes são transferidos ou mexidos para definir um plano que não viole as restrições de capacidade, a abordagem obviamente falha. Observando-se no exemplo mostrado, poderia nunca ser possível produzir o produto 2 no período 7 devido à ausência de uma certa quantidade do produto 3 ali.

O tradicional caminho para superar isto é introduzir *Lead Times*. Para tornar esta idéia clara, vamos começar com o MPS novamente, mostrado na Tabela 4.1. Partindo da abordagem nível-por-nível, descrito anteriormente, utilizaremos um compensador de dois períodos -também conhecido como *lead time*- quando computarmos as datas certas da demanda interna. O resultado do procedimento é dado na tabela 4.4.

$q_{j,t}$	<i>t</i> = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>j</i> = 1						20		20		20
j=2				40		80				
j=3		40		80						

Tabela 4.4 - Um plano de produção com Lead Times positivos.

Notamos, que este plano é inviável novamente. Uma vez mais, estamos fora dos limites da capacidade.

Se desviamos o lote do produto 2 do período 4 à esquerda, nós leva à solução mostrada na tabela 4.5.

$q_{j,t}$	<i>t</i> = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
j = 1						20		20		20
j=2			40			80				
j=3		40		80						

Tabela 4.5 - Um plano de produção factível.

Agora finalmente temos uma tabela onde o resultado representa um plano de produção factível, onde a soma dos custos de preparação e estocagem é 9800.

Devido à introdução de *lead times* positivos teremos mais flexibilidade quanto ao desvio dos lotes. E, realmente isto pode ser observado na prática. Conhecido como síndrome de *lead-time*, os gerentes de planejamento tendem a aumentar os *Lead-Times* arbitrariamente sem detectar ordens posteriores ou altos inventários de trabalhos em processo.

Para estarmos seguros, comparamos o plano factível da Tabela 4.5 com o plano ótimo da Tabela 4.6. A Figura 4.2 mostra o programa da solução ótima por meio de um gráfico de Gantt. A soma dos custos de preparação e estocagem é 6700.

q_{jt}	t=1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>j</i> = 1						20		20		20
j=2						40		80		
j=3						40	80			

Tabela 4.6 - Um plano de produção ótimo.

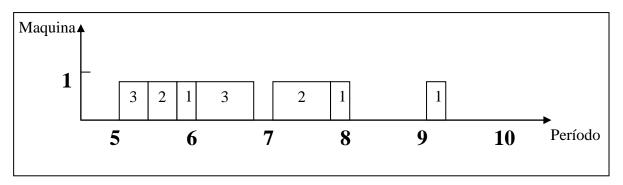


Figura 4.2 - Uma programação ótima.

A razão para este dilema no planejamento da produção aparentemente é a tradicional abordagem nível-por-nível. Este método é utilizado amplamente, porém não leva em conta as restrições de capacidade e as relações precedentes simultaneamente. Infelizmente, alternativas melhores ainda não estão disponíveis, o que motivou o desenvolvimento do presente trabalho.

CAPÍTULO V MODELOS E MÉTODOS PARA O PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO

5.1 INTRODUÇÃO

Muitos problemas de Planejamento da Produção têm um problema de decisão associado que é tratado na literatura da **Pesquisa Operacional** como um problema de **Dimensionamento e Programação de lotes.** De particular importância, os sistemas **MRP** (*Material Requirements Planning*) lidam com um complexo problema de dimensionamento e programação de lotes. Neste capítulo serão apresentados os diferentes modelos e métodos para o problema definido anteriormente. Os modelos propostos na literatura podem ser divididos em dois grandes ambientes, segundo o critério de otimização adotado: um ambiente de um único nível (produto final) e um ambiente de vários níveis (produto final e seus componentes). Ao mesmo tempo, também os problemas podem ser divididos como problemas contínuos ou discretos.

Decidir o tamanho dos lotes e sua programação num sistema de produção, onde a capacidade de produção é limitada e objetivando a minimização dos custos, é uma tarefa complexa. A presença de tempos de produção diferentes de zero envolve um problema de sincronização na produção dos produtos. Além disso, a inclusão de tempos e

custos de preparação faz com que, matematicamente, o problema precise ser modelado como um problema inteiro-misto de grande porte e de difícil resolução. Assim, encontrar a solução ótima é um problema *NP-hard*. Neste capítulo serão conhecidas as principais características dos diferentes modelos e métodos de solução.

5.2 QUE É UM PROBLEMA NP?

Nesta dissertação serão encontrados problemas de otimização, onde buscaremos o mínimo valor de uma função no qual existem um conjunto de restrições. Assim, um problema de otimização pode também ser formulado de maneira mais fácil como segue:

"Dado um problema de otimização, pode-se encontrar o mínimo valor deste problema"

Sabemos que dado um problema de otimização, pode-se definir um problema de decisão associado a ele, isto é, uma pergunta que pode ser respondida com sim ou não. A definição do problema de decisão a partir do problema de otimização permite estudar ambos os tipos de problemas de uma maneira mais uniforme. Além disso, como temos dito que um problema de decisão não é mais difícil que o problema de otimização original, qualquer resultado negativo provado sobre a complexidade do problema de decisão será aplicável também ao problema de otimização.

Assim, estamos interessados em classificar os problemas de decisão de acordo a sua complexidade. Denota-se por P a classe de problemas de decisão que são polinomialmente delimitados, isto é, a classe de problemas de decisão que podem ser

solucionados em tempo polinomial. A classe P pode ser muito bem definida precisamente em termos de qualquer formalismo matemático para algoritmos.

Pode-se dizer que P é a classe de problemas de decisão relativamente fáceis, para os quais existe um algoritmo que os soluciona eficientemente.

Para uma entrada dada, uma "solução" é um objeto que satisfaz o critério do problema e justifica uma resposta afirmativa. Uma "solução proposta" é simplesmente um objeto do tipo apropriado, isto pode ou não satisfazer o critério. Informalmente, pode-se dizer que NP é a classe de problemas de decisão para os quais uma "solução proposta" para uma dada entrada, pode ser verificada rapidamente (em tempo polinomial) para saber se esta é realmente uma solução, isto é, se está satisfaz todos os requisitos do problema. Desta forma, pode-se dizer que: NP é a classe de problemas de decisão para os quais há um algoritmo não-determinístico delimitado polinomialmente (o nome de NP vem de não-determinístico polinomialmente delimitado).

NP-completo é o termo utilizado para descrever os problemas de decisão que são os mais difíceis em NP no sentido que, se temos um algoritmo polinomialmente delimitado para um problema NP-completo, então teríamos um algoritmo polinomialmente delimitado para cada problema em NP. NP-hard é utilizado na literatura para se referir aos problemas de otimização dos quais, seu problema de decisão associado é NP-completo.

Algoritmos de aproximação têm sido desenvolvidos em resposta à impossibilidade de resolução de grande variedade de importantes problemas de otimização. Também freqüentemente, quando tentamos obter uma solução para um problema, nos

deparamos com o fato de que o problema é *NP-hard*. Isto em palavras de [Gar79], significa:

"Eu não posso definir um eficiente algoritmo, se nem podem todas essas pessoas famosas".

Dado que muitos problemas de otimização são NP-hard, qual é o próximo passo? Durante anos, problemas NP-hard têm sido tratados com "heurísticas" ou ferramentas de programação inteira. As ferramentas de programação inteira são formas de algoritmos de enumeração implícita que combinam derivações eficientes de limites inferior e superior com uma busca de otimismo para uma solução ótima. A quantidade de tempo requerido para resolver mesmo que seja um típico problema de otimização de tamanho moderado é exorbitante. Em vez disso, o usuário interrompe um ou outro processo de enumeração quando o processo de solução é considerado satisfatório, ou quando o tempo de execução tem excedido um limite razoável. A razão é que algoritmos de programação inteira não fornecem *garantia* de uma solução ótima. É impossível perceber se 5 minutos adicionais de tempo de execução nos levaria a obter uma solução significativamente melhor, ou se 5 dias mais de tempo de execução não dariam uma maneira de melhora.

Além do assunto de garantia de qualidade da solução e do tempo de execução razoável, a ferramenta clássica de programação inteira, *Branch-and-Bound*, necessita de limites excelentes para que existam soluções factíveis, assim como excelentes estimativas do valor ótimo (limites inferiores para problemas de minimização; limites superiores para maximização). Os algoritmos de aproximação são direcionados tanto ao assunto de garantia como à composição de excelentes soluções factíveis. As análises de

algoritmos de aproximação sempre envolvem estimativas de dedução sobre o valor do ótimo. Como tal, algoritmos de aproximação e suas análises são úteis em problemas tradicionais de programação inteira.

5.3 BREVE RESENHA HISTÓRICA DOS MODELOS DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO

As pesquisas sobre o dimensionamento de lotes começaram com o modelo clássico chamado Lote Econômico de Compra (EOQ-Economic Order Quantity). A suposição para o modelo EOQ é um processo de produção de um único nível, sem restrições de capacidade, o que leva o problema a tornar-se um problema de um único produto. A demanda para este produto é assumida estacionária, quer dizer, a demanda ocorre continuamente como uma taxa constante. O modelo EOQ é um modelo de tempo contínuo com um horizonte de planejamento infinito. A solução ótima do modelo é fácil de derivar.

Hoje em dia, segundo [Tim99], na era da gestão Just in Time (JIT) dos níveis de estoque, o conceito do lote econômico de compra parece estar um pouco defasado.

A fórmula do EOQ calcula o tamanho ótimo do lote a partir do *trade-off* entre os custos de carregar estoques e o custo de processar o pedido (transporte, avaliação de crédito, *setup* de equipamentos, etc). A sabedoria tradicional do fornecimento enxuto, entretanto, nos diz que o tamanho de lote unitário deve ser o objetivo principal a ser perseguido. Percebemos claramente que estas duas abordagens são antagônicas.

A reconciliação destas duas abordagens vem através do reconhecimento que a fórmula do EOQ é válida, mas percebe o problema de forma equivocada, focalizando a variável errada. Por exemplo, o EOQ assume que os custos de processamento do pedido são dados do sistema, e portanto calcula o tamanho de lote que vai diluir este custo sem, no entanto, incorrer em custos excessivos de manter estoques. A prática JIT faz o caminho inverso: dado que o tamanho de lote ideal é o unitário, a empresa deve se esforçar para reduzir os custos de processamento do pedido. À medida que os custos de processamento do pedido diminuem, o tamanho ótimo do lote calculado pela forma do EOQ também diminui.

Os defensores do JIT tendem a colocar um peso maior no custo de carregar estoques. Em sua perspectiva, os estoques são um recurso utilizado para esconder ineficiências nos sistemas de produção e distribuição. Usando a famosa analogia do lago, os defensores do JIT argumentam que, ao se baixar o nível de água (estoques), as pedras aparecem (problemas ou deficiências do sistema). A partir daí, é possível direcionar esforços para eliminar estes problemas permitindo que o barco (fluxo de produtos e materiais) navegue com maior tranquilidade.

Desta forma, os defensores do JIT não devem rejeitar a fórmula do EOQ. O tamanho de lote que equilibra os custos de processar pedidos com os custos de carregar estoques, de fato leva ao menor custo total da operação.

As empresas líderes perceberam não apenas a importância de reduzir estoques, mas também a necessidade de aperfeiçoar continuamente o processamento de

pedidos de modo a assegurar que o fornecimento enxuto seja a operação de menor custo total.

Visto que as suposições para o modelo EOQ parecem ser muitos restritivas, outros modelos têm sido desenvolvidos. O primeiro a mencionar é o problema de programação do lote econômico (ELSP-Economic Lot Scheduling Problem), onde as restrições de capacidade são levadas em conta. Devido ao fato de que recursos escassos são usualmente compartilhados por muitos produtos, o ELSP é um problema de um único nível de múltiplos produtos. De qualquer forma, o ELSP ainda assume uma demanda estacionária, quer dizer, também é um modelo de tempo contínuo, e onde o horizonte de planejamento é infinito novamente. Resolver o ELSP do modo mais eficiente é NP-hard. Assim podemos encontrar algumas heurísticas de solução em [Dob87] e [Gal94].

Um progresso completamente diferente foi encontrado a partir das hipóteses do modelo EOQ voltado para condições de demanda dinâmica. O problema chamado *Wagner-Whitin* (WW) assume um horizonte de planejamento finito, o qual é subdividido em muitos períodos discretos. A demanda é dada por período e pode variar durante o tempo. De qualquer forma, os limites de capacidade não são considerados, o que significa que o problema WW de um único nível é um problema de um único produto. O problema pode ser visto como um problema de caminho mais reduzido.

Esta interpretação mostra que os procedimentos para a solução ótima do problema WW existe para aqueles que são polinomialmente limitados. Alguns procedimentos de solução exata são apresentados em [Agg93] e [Fed91].

A geração próxima de modelos têm combinado abordagens dinâmicas e de capacidade e desde então tem perturbado a comunidade de pesquisadores. Pesquisas de tamanho de lote podem ser encontradas em [Bah87] e [Wag58]. Além disso, a programação foi integrada com decisões de tamanho de lote. Esta abordagem, integrando programação e tamanho de lote será abordada nesta dissertação.

5.4 MODELOS DE PLANEJAMENTO DE UM ÚNICO NÍVEL

Os modelos desenvolvidos nesta seção são dirigidos para problemas de demanda dinâmica determinística, em um único nível, capacitado e de vários produtos. Tais problemas aparecem em qualquer indústria na qual é necessário programar os lotes de produção ótimos de vários produtos que competem por recursos limitados. Devido à grande variedade de problemas individuais específicos, é útil, para propósitos de modelagem, melhorar a taxonomia. Utilizando a terminologia MRP, os problemas podem ser classificados em problemas *large bucket* ou *small bucket*. Em problemas *small bucket*, o período de tempo é tão curto que somente um único produto pode ser produzido por uma máquina (ou em cada centro de trabalho) durante um determinado período. Enquanto o problema *large bucket* permite a produção de vários produtos por cada máquina durante um único período.

Esta divisão assegura deduções importantes para custos fixos. Em muitos casos o custo fixo associado à produção é composto de duas partes distintas: um custo de preparação (*setup cost*) e um custo de estocagem (*holding cost*). Um custo de preparação é incorrido somente se a máquina é mudada de um modo de execução, que não permita a produção de um dado produto, para um modo de execução que permita a produção daquele

produto. A magnitude deste custo de preparação pode depender de qual produto está sendo produzido antes de mudar para um novo produto. Observe que se a máquina está produzindo um dado produto no final do período t e continua produzindo dentro do período t+1, o sistema não causa um novo custo de preparação no começo do período t+1. Na literatura, custos de preparação são chamados custos de inicialização ou custos de modificação. Agora, o custo de estocagem associado ao produto é incorrido sempre que um produto é deixado no armazém em um determinado período Este custo também é conhecido como o custo de deixar um produto em estoque. A seguir, serão conhecidos alguns dos modelos associados à programação e tamanho de lote em um único nível.

5.4.1 O problema do tamanho de lote capacitado.

Uma das mais importantes tarefas do gerente de operações está relacionada à determinação da quantidade de produção durante um horizonte de planejamento do termo-médio, tal que: a demanda seja satisfeita, os meios de produção escassos não sejam sobrecarregados e que a soma dos custos de preparação e estocagem seja mínima. No caso de uma máquina simples, o problema do tamanho de lote capacitado (CLSP-Capacited Lot-Sizing Problem) é bem conhecido e foi proposto para determinar soluções de custo mínimo. O CLSP é baseado na hipótese que para cada lote produzido em um determinado período, um custo de preparação de máquina é incorrido. Similar ao ELSP, o CLSP é um problema de múltiplos produtos.

O CLSP é caracterizado como segue: Um número j=1,...,J de diferentes produtos está sendo manufaturado por uma máquina. O horizonte de planejamento é segmentado dentro de um número finito t=1,...,T de períodos de tempo. No período t a

máquina está disponível com C_t unidades de capacidade. A produção de uma unidade do produto j utiliza p_j unidades de capacidade (velocidade de produção finita). A demanda do produto j no período t, $d_{j,t}$, deve ser satisfeita sem atraso, isto é, a escassez não é permitida. A preparação da máquina para o produto j causa custos de preparação de s_j (coeficiente do custo setup). O custo de estocar uma unidade no armazém é h_j (coeficiente do custo holding), o qual é incorrido no inventário do produto j no final de um período determinado.

O objetivo neste problema é minimizar a soma dos custos de preparação e estocagem (custos *setup* e *holding*). As variáveis de decisão para o CLSP são dadas na tabela 5.1. A tabela 5.2 fornece os parâmetros do CLSP.

Símbolo	Definição
$I_{j,t}$	Inventario do produto j no final do período t .
$q_{j,t}$	Quantidade (tamanho de lote) do produto j a ser produzido no período t .
$\chi_{j,t}$	Variável binária que indica se uma preparação para o produto j ocorre no
	período t ($x_{j,t} = 1$) ou não ($x_{j,t} = 0$).

Tabela 5.1 - Variáveis de decisão para o CLSP.

Símbolo	Definição
C_t	Capacidade disponível da maquina no período t.
$d_{j,t}$	Demanda externa para o produto j no período t .
h_j	Custo de estocagem (não negativa) para o produto j.
$I_{j,0}$	Inventario inicial do produto <i>j</i> .
J	Número de produtos.
p_j	Capacidade necessária para a produção de uma unidade do produto j.
Sj	Custo de preparação (não negativa) para o produto j.
T	Número de períodos

Tabela 5.2 - Parâmetros para o CLSP.

Utilizando esta notação, o CLSP pode ser formulado como um modelo de programação misto-inteiro:

$$\operatorname{Min} \quad \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} (s_j x_{j,t} + h_j I_{j,t})$$
(1)

Sujeito a:

$$I_{j,t} = I_{j,t-1} + q_{j,t} - d_{j,t},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (2)

$$p_j q_{j,t} \le C_t x_{j,t},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (3)

$$\sum_{i=1}^{J} p_{j} q_{j,t} \le C_{t}, \qquad t = 1, ..., T, \tag{4}$$

$$x_{j,t} \in \{0,1\},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (5)

$$I_{j,t}, q_{j,t} \ge 0,$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T.$ (6)

O objetivo (1) é minimizar a soma dos custos de preparação e estocagem. A equação (2) representa o balanço de inventário. Devido a restrição (3), a produção de um produto somente pode ocorrer se a máquina estiver preparada para aquele produto particular. A restrição (4) assegura que a produção total em cada período não exceda a capacidade. O domínio adequado das variáveis são determinados pelas restrições (5) e (6). A condição de não-negatividade para o inventário assegura que a escassez não ocorra.

O CLSP é chamado de problema *large bucket*, porque vários produtos podem ser produzidos por período. Assim, um período tipicamente representa uma brecha de tempo de, digamos, uma semana no mundo real. O horizonte de planejamento usualmente é menor que seis meses.

Encontrar a solução ótima para o CLSP é um problema *NP-hard* [Flo80]. Se tempos de preparação positivos são incorporados dentro do modelo, a praticabilidade do problema é NP-completo [Mae91]. Portanto, temos somente poucas tentativas para resolver o CLSP do modo mais eficiente [Bar84] e [Che90]. Muitos autores têm desenvolvido heurísticas como as encontradas em [Cat90], [Dia92A] e [Dia92B].

Decisões de programação são, por enquanto, não integradas dentro do CLSP. A aproximação usual então é resolver o CLSP primeiro, e mais tarde resolver um problema de programação para cada período separadamente. Uma revisão da literatura de programação pode ser definida em [Bla96]. Uma recente tentativa para integrar a programação e o tamanho de lote ótimo é descrita em [Dau94].

5.4.2 O problema de programação e tamanho de lote discreto.

A subdivisão dos macro-períodos do CLSP em muitos micro-períodos leva a um problema de programação e tamanho de lote discreto (DLSP - Discrete Lot sizing and Scheduling Problem). Nesta subdivisão, será utilizado o período de termo curto para nos referirmos a um micro-período. A concepção fundamental do DLSP é também conhecida como produção "tudo ou nada": Somente um produto pode ser produzido por período, e, se é assim, a produção aproveita a totalidade da capacidade.

O DLSP é chamado de problema *small bucket* [Epp87], porque no máximo um produto pode ser produzido por período. Portanto, períodos no modelo DLSP usualmente correspondem a brechas de tempo pequenas, tais como horas ou turnos.

As variáveis de decisão e os parâmetros para o DLSP são os mesmos em relação ao CLSP, mostradas nas tabelas 3.1 e 3.2. Visto que consideramos períodos curtos no problema, não faz muito sentido considerar custos de preparação em cada período na qual a produção ocorre como é feito no CLSP. Deste modo, custos de preparação poderiam ser incorridos somente se a produção de um novo lote começa.

Repare que a produção de um lote pode levar vários períodos. Para modelar isto, necessitamos de uma nova variável de decisão dada na tabela 5.3 e um novo parâmetro dado na tabela 5.4, onde ambos representam o estado de preparação da máquina em um certo período.

Símbolo	Definição
$y_{j,t}$	Variável binária, o qual indica se a máquina está preparada para o produto j no período t ($y_{j,t} = 1$) ou não ($y_{j,t} = 0$).

Tabela 5.3 - Nova variável de decisão para o DLSP.

Símbolo	Definição
У <i>j,0</i>	Valor binário, o qual indica se a máquina está preparada para o produto j no começo do período 1 ($y_{j,0} = 1$) ou não ($y_{j,0} = 0$). Certamente $\sum_{j=1}^{J} y_{j,0} \le 1$ deve-se cumprir.

Tabela 5.4 - Novo parâmetro para o DLSP.

Matematicamente, o DLSP pode agora ser especificado como um modelo de programação misto-inteiro:

Min
$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} (s_j x_{j,t} + h_j I_{j,t})$$
 (7)

Sujeito a:

$$I_{i,t} = I_{i,t-1} + q_{i,t} - d_{i,t},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (8)

$$p_j q_{j,t} = C_t y_{j,t},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (9)

$$\sum_{j=1}^{J} y_{j,t} \le 1, \qquad t = 1, ..., T, \tag{10}$$

$$x_{j,t} \ge y_{j,t} - y_{j,t-1},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (11)

$$y_{j,t} \in \{0,1\},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (12)

$$I_{j,t}, q_{j,t}, x_{j,t} \ge 0,$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T.$ (13)

A função objetivo, assim como várias restrições são iguais àquelas do CLSP. A concepção "tudo ou nada" aproxima-se através da Eq. (9), quando ao contrário do CLSP o lado direito e esquerdo devem ser iguais. A restrição (10) garante que no máximo um produto pode ser produzido por período. Em combinação com a restrição (9), os limites de capacidade são levados em conta. Muitos autores assumem que a capacidade não varia no tempo, isto é, $C_I = ... = C_T$. O começo de um novo lote é identificado pela desigualdade (11). A condição (12) define as variáveis de estado de preparação da máquina como binários. Observe que ao contrário do CLSP, a restrição não-negativa para a variável $x_{j,t}$ é suficiente (desigualdade (13)). Isto é devido à combinação das restrições (11) e (12) juntamente com a função objetivo (7).

Considerações de complexidade para o DLSP são publicadas em [Sal91]. Encontrar a solução ótima do DLSP é um problema *NP-hard*. Uma solução factível pode ser obtida em tempo polinomial. Se tempos de preparação ou máquinas paralelas são consideradas, ainda a praticabilidade do problema é *NP-completo*. Alguns artigos "estado da arte" sobre procedimentos de solução para o DLSP são estudados em [Cat93] e [Fle90].

5.4.3 O problema do tamanho de lote com preparação contínua.

A concepção "tudo ou nada" do DLSP aparenta ser bastante rígida e basicamente é motivada pela causa das "boas" propriedades, o que torna possível eficientes implementações de programação matemática. Um passo voltado para situações mais realísticas, é o problema de tamanho de lote de preparação contínua (CSLP - *The Continuous Setup Lot Sizing Problem*), o qual é muito similar ao DLSP. A diferença é que a concepção "tudo ou nada" não é levada em conta. Apesar disso, somente um único produto pode ser produzido por período. As variáveis de decisão e os parâmetros deste problema são iguais aos do DLSP. Um modelo de programação misto-inteiro do CSLP pode ser expressado como segue:

Min
$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} (s_j x_{j,t} + h_j I_{j,t})$$
 (14)

Sujeito a:

$$I_{j,t} = I_{j,t-1} + q_{j,t} - d_{j,t},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (15)

$$p_j q_{j,t} \le C_t y_{j,t},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (16)

$$\sum_{j=1}^{J} y_{j,t} \le 1, \qquad t = 1, ..., T, \tag{17}$$

$$x_{j,t} \ge y_{j,t} - y_{j,t-1},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (18)

$$y_{j,t} \in \{0,1\},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (19)

$$I_{j,t}, q_{j,t}, x_{j,t} \ge 0,$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T.$ (20)

Comparando os modelos DLSP e CSLP, revelam que somente as restrições (9) e (16) diferem. As quantidades de produção podem agora ser de qualquer tamanho contínuo, e é claro, as restrições de capacidade não devem ser violadas.

À primeira vista, a diferença entre o DLSP e o CSLP parece ser quase insignificante. Mas, tem um aspecto importante que pode ser facilmente observado no DLSP, o qual diz que os custos de preparação são incluídos sempre que um novo lote começa. Supor, por exemplo, que um lote para o item j é terminado no período t. Além disso, assumir que outro lote do mesmo item j é programado no período t' > t. Considerar agora o caso onde a máquina está inativa nos períodos $\tau = t+1$, ..., t'-1. No DLSP, os custos de preparação para o item j são incluídos duas vezes. Entretanto no CSLP, custos de preparação ocorreriam somente uma única vez. Isto é porque no CLSP se pode ter:

$$y_{i,t+1} = \dots = y_{i,t'-1} = 1,$$

O que não contradiz que:

$$q_{j,t+1} = \dots = q_{j,t'-1} = 0,$$

Como é mostrado no DLSP.

Comparado ao DLSP, o CSLP tem atraído somente poucas pesquisas interessantes como [Bit86] e [Kar87].

5.4.4 O problema proporcional de programação e tamanho de lote.

Uma desvantagem do modelo CSLP é que, se a capacidade de um período não é usada na sua totalidade, a capacidade restante não é utilizada. Uma tentativa para evitar isto é o problema de programação e tamanho de lote proporcional (PLSP - *The Proportional Lot sizing and Scheduling Problem*). A grosso modo, a idéia básica do PLSP é utilizar a capacidade restante de um período particular para a programação de um segundo produto.

Se dois produtos são produzidos em um período, é preciso saber claramente em qual ordem estes produtos serão produzidos. Isto é eminente pela interpretação, do estado de preparação, das variáveis de decisão $y_{j,t}$ da seguinte maneira: $y_{j,t}$ é o estado de preparação da máquina no final de um período. O assunto fundamental do PLSP é que o estado de preparação pode ser mudado no máximo uma vez por período. A produção em um determinado período pode ocorrer se a máquina estiver propriamente preparada no começo ou no final do período. Portanto, no máximo dois produtos podem ser produzidos por período.

Para dar uma especificação formal do PLSP, utilizaremos as variáveis de decisão e os parâmetros do DLSP. Um modelo de programação misto-inteiro para o PLSP pode ser formulado da seguinte maneira:

Min
$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} (s_j x_{j,t} + h_j I_{j,t})$$
 (21)

Sujeito a:

$$I_{i,t} = I_{i,t-1} + q_{i,t} - d_{i,t},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (22)

$$p_j q_{j,t} \le C_t (y_{j,t-1} + y_{j,t}),$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (23)

$$\sum_{j=1}^{J} p_j \, q_{j,t} \le C_t, \qquad t = 1, ..., T, \tag{24}$$

$$\sum_{i=1}^{J} y_{j,t} \le 1, \qquad t = 1, ..., T, \tag{25}$$

$$x_{j,t} \ge y_{j,t} - y_{j,t-1},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (26)

$$y_{j,t} \in \{0,1\},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (27)

$$I_{j,t}, q_{j,t}, x_{j,t} \ge 0,$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T.$ (28)

Apesar da função objetivo e muitas das restrições serem iguais ao modelo CSLP, serão conhecidas as novas restrições. A desigualdade (23) assegura que a produção de um produto em um certo período só poderá ocorrer se a máquina estiver oportunamente preparada no começo ou no final daquele período. Já que mais de um item pode ser produzido por período, a desigualdade (24) é introduzida para que o requerimento da capacidade total por período fique dentro dos limites.

De modo similar ao CSLP, períodos inativos entre dois lotes do mesmo item não causam custos adicionais de preparação da máquina. Muitas variantes do PLSP são estudadas em [Dre95], [Kim97] e [Kim96B].

5.4.5 O problema geral de programação e tamanho de lote.

Uma crítica contra os modelos *small bucket* é que para a dimensão dos problemas reais o número de períodos é extremamente grande. Este argumento pode referir-se para abordagens de programação matemática. Para heurísticas isto

definitivamente não é verdadeiro, porque exemplos com centenas de períodos, atualmente, podem ser resolvidos por computadores pessoais com esforço computacional razoável.

No entanto, isto é um ponto válido que impõe uma restrição sobre o número de produtos que podem ser produzidos por período, isto antes de tudo, motivado pelo assunto da modelação. A comparação entre os modelos *small bucket* de programação e tamanho de lote com o modelo CLSP revela que somente poucas restrições precisam ser adicionados em ordem para modelar as decisões de seqüência e programação.

Pesquisas recentes têm sido deste modo retomadas para levar em conta os modelos *large bucket* onde, em contraste ao CLSP, a programação e tamanho de lote são utilizados simultaneamente. Um caso prático de programação e tamanho de lote *large bucket* é descrito em [Smi86]. Em [Sox96], um modelo de tamanho de lote *large bucket* é apresentado, porém somente uma parte ao invés da ordem total entre as quantidades de produção é determinada. Modelos e métodos de programação e tamanho de lote *large bucket* são dados em [Haa96A] e [Haa96B].

Discutiremos aqui o suposto problema geral de programação e tamanho de lote (GLSP - General Lot-sizing and Scheduling Problem). Os parâmetros são os mesmos que para o DLSP. A idéia fundamental para o GLSP vem do tamanho de lote com demanda estacionária, onde cada lote recebe especificamente um número de posição, em ordem, para definir uma seqüência ou programa. O assunto fundamental para o GLSP é que um parâmetro definido pelo usuário restringe o número de lotes por período, (conforme a tabela 5.5).

Símbolo	Definição
N_t	Número máximo de lotes no período t.

Tabela 5.5 - Novo parâmetro para o GLSP.

Assim, os números de posição são 1, ..., N_I , N_I + 1, ..., N_T . Para uma notação abreviada, utilizaremos:

$$F_t = 1 + \sum_{\tau=1}^{t-1} N_{\tau}$$

para denotar a primeira posição no período t, e

$$L_t = F_t + N_t - 1$$

para denotar a última posição no período t. $N = \sum_{t=1}^{T} N_t$ é o número total de posições e portanto o número máximo de lotes que pode ser fabricado. Conforme veremos, a restrição do número de lotes por período é meramente motivada pelos interesses de modelação e pesquisas feitas sobre modelos *large bucket*. Se, de qualquer forma, os parâmetros N_t são escolhidos para ser números grandes, a restrição é só de interesse teórico. Para procedimentos a ser desenvolvidos resta provar que eles mostram boa performance não somente para valores pequenos de N_t .

As variáveis de decisão são basicamente as mesmas que para o DLSP. Para ser formalmente correto, daremos uma precisa definição na tabela 5.6.

Símbolo	Definição
$I_{j,t}$	Inventário do produto j no final do período t .
$q_{j,n}$	Quantidade de produção do produto j na posição n .
$\chi_{j,n}$	Variável binária que indica se uma preparação para o produto j ocorre na
	posição n ($x_{j,n} = 1$) ou não ($x_{j,n} = 0$).
Уj,n	Variável binária que indica se a máquina está pronta para produzir o
	produto j na posição n ($y_{j,n} = 1$) ou não ($y_{j,n} = 0$).

Tabela 5.6 - Variáveis de decisão para o GLSP.

Um modelo de programação misto-inteiro para o GLSP pode agora ser dado como segue:

Min
$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{n=1}^{N} s_j x_{j,n} + \sum_{j=1}^{J} \sum_{n=1}^{N} h_j I_{j,t}$$
 (29)

Sujeito a:

$$I_{j,t} = I_{j,t-1} + \sum_{n=F_t}^{L_t} q_{j,n} - d_{j,t}, \qquad j = 1,..., J, \ t = 1,..., T,$$

$$j = 1,..., J, \ t = 1,..., T,$$

$$j = 1,..., J, \ t = 1,..., T,$$

$$j = 1,..., J, \ t = 1,..., T,$$

$$(30)$$

$$n = F_t, ..., L_t,$$
 (31)

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{n=F_t}^{L_t} p_j q_{j,n} \le C_t, \qquad t = 1, ..., T,$$
(32)

$$\sum_{j=1}^{J} y_{j,n} \le 1, \qquad n = 1, ..., N, \tag{33}$$

$$x_{j,n} \ge y_{j,n} - y_{j,n-1},$$
 $j = 1,..., J, \quad n = 1,..., N,$ (34)

$$y_{j,n} \in \{0,1\},$$
 $j = 1,..., J, n = 1,..., N,$ (35)

$$I_{j,t} \ge 0,$$
 $j = 1,..., J, \quad t = 1,..., T,$ (36)

$$q_{j,t}, x_{j,t} \ge 0,$$
 $j = 1,..., J, \quad n = 1,..., N.$ (37)

Novamente, o objetivo (29) é minimizar a soma total de custos de preparação e estocagem. A equação (30) fornece o balanço de inventários. Observe que um produto particular pode ser produzido em várias posições em um período. A desigualdade (31) garante que, se um lote do produto j é programado na posição n, a máquina está num estado correto de preparação. Restrições de capacidade são incorporadas através da restrição (32). A restrição (33) reforça um único estado de preparo. A posição no qual um preparo deve ocorrer é determinada com a desigualdade (34). A condição (35) são as condições binárias para as variáveis de estado de preparação e as restrições (36) e (37) são as restrições de não negatividade. Observe que, se temos $N_t = 1$ para todo t = 1, ..., T, então o GLSP é igual ao CSLP.

5.4.6 Programação e tamanho de lote de tempo contínuo

Fora dos modelos de tempo discreto, eixos de tempo contínuo podem ser utilizados também para condições de demanda dinâmica. [Pot91] enfatiza a relação próxima entre programação e programação e tamanho de lote.

Cada demanda é caracterizada pelo seu prazo final e seu tamanho. As demandas são interpretadas como tarefas e o tamanho de demanda é determinado pelo tempo de processamento de uma tarefa. Um assunto importante é que a capacidade, por exemplo, a velocidade da máquina, é um tempo excessivamente constante, e dessa forma, o tempo de processamento de uma tarefa não depende da programação. Outro assunto fundamental é que as tarefas não devem ser quebradas, o que significa que uma certa demanda deve ser sempre processada em uma única peça. Certamente, muitas demandas para o mesmo item devem ser agrupadas para formar um lote e evitar os custos de

preparação da máquina. Devido a estes assuntos, o problema é referido como um problema de programação e agrupamento (BSP - *Batching and Scheduling Problem*) mais que um problema de programação e tamanho de lote.

Para dar uma apresentação formal do BSP, assumiremos o seguinte: Um único número é designado para identificar uma tarefa. Portanto, se temos *N* demandas para ser cumpridas, podemos assumir sem perdas de generalidade que 1, ..., *N* são os números das tarefas. Além disso, 0 e *N*+1 são os números aparentes das tarefas os quais serão programadas como a primeira e última tarefa, respectivamente. A solução do BSP é caracterizada unicamente pela seqüência na qual as tarefas estão sendo programadas e pelo tempo de finalização de cada tarefa. Estas variáveis de decisão são especificadas na tabela 5.7. Os parâmetros são dados na tabela 5.8.

Símbolo	Definição
r_n	Tempo de finalização da tarefa <i>n</i> .
x_{nk}	Variável binária que indica qual tarefa n esta programada logo antes da
	tarefa k.

Tabela 5.7 - Variáveis de decisão para o BSP.

Símbolo	Definição
В	Um número grande.
f_n	Prazo final para a tarefa n.
h_j	Custo de estocagem do produto <i>j</i> .
j(n)	O produto para o qual a tarefa <i>n</i> representa a demanda.
N	Número de tarefas.
p_n	Tempo de processamento da tarefa n .
S_{jt}	Custo de preparação (dependente da sequência) para o produto j no tempo t .

Tabela 5.8 - Parâmetro para o BSP.

Um programa misto-inteiro para o BSP pode ser formulado como segue:

Min
$$\sum_{n=0}^{J} \sum_{k=1}^{N} s_{j(n), j(k)} x_{n,k} + \sum_{j=n}^{N} h_{j(n)} p_n (f_n - r_n)$$

$$(38)$$

Sujeito a:

$$\sum_{\substack{k=1\\k\neq n}}^{N+1} x_{n,k} = 1, \qquad n = 0, ..., N,$$
(39)

$$\sum_{\substack{k=1\\k\neq n}}^{N} x_{k,n} = 1, \qquad n = 1, ..., N+1, \tag{40}$$

$$r_n + p_k \le r_k + B(1 - x_{n,k}),$$
 $n = 0,..., N, k = 1,..., N+1,$ (41)

$$r_n \le f_n, \qquad n = 1, \dots, N, \tag{42}$$

$$x_{n,k} \in \{0,1\},$$
 $n = 0,..., N, k = 1,..., N+1,$ (43)

$$r_n \ge 0,$$
 $n = 1, ..., N+1,$ (44)

$$r_0 = 0, (45)$$

O objetivo (38) é minimizar a soma total dos custos de estocagem e preparação. Observe que, devido à definição das variáveis x_{nk} é muito fácil incorporar dependências de seqüência dentro do modelo. Os custos de preparação para as tarefas são calculados pela multiplicação dos custos de estocagem do correspondente item com o tempo de processamento da tarefa. Isto é devido ao fato de que uma demanda é completada se a tarefa total, que representa uma demanda particular, for processada.

A equação (39) assegura que cada tarefa tem exatamente um sucessor.

Analogamente, a equação (40) garante que cada tarefa tem exatamente um predecessor.

Devido à restrição (41), as tarefas não se sobrepõem. A restrição (41) em combinação com as restrições (39) e (40) definem a ordem completa entre as tarefas. Acumulação não pode ocorrer devido à desigualdade (42). A restrição (43) são as condições binárias, e a restrição (44) são as condições de não-negatividade para as variáveis de decisão. O tempo de finalização da tarefa fictícia 0 é zero como declarado na equação (45).

Nesta formulação do modelo BSP, períodos ociosos entre tarefas do mesmo item não causam custos adicionais de preparação, o qual é similar ao CSLP, PLSP, e ao GLSP como demostramos anteriormente.

Uma variedade de modelos BSP assim como seus métodos de solução são discutidos em [Jor96]. Por causa de uma variação do BSP pode se mostrar que ele é equivalente ao DLSP, e por conseguinte, procedimentos de solução do BSP podem ser empregados para resolver exemplos do DLSP.

5.5 MODELOS DE PLANEJAMENTO DE VÁRIOS NÍVEIS

Todas as abordagens pesquisadas até aqui são somente para casos de um único nível. Entretanto, em muitas situações do mundo real, vamos estar diante de complexas estruturas *Gozinto* de vários níveis, assim, precisamos procedimentos de solução capazes de tratar com aquelas características.

Muitos pesquisadores têm considerado um problema de vários níveis do tipo WW, é dizer, ignoram as restrições de capacidade. Muitos também têm testado as chamadas heurísticas melhoradas onde métodos para um problema WW de um único nível

são aplicados em ordem nível por nível para construir um plano factível. Outras abordagens mais avançadas são descritas em [Kui90] e [Mck91]. O problema CLSP de vários níveis, onde geralmente estruturas Gozinto e várias máquinas são consideradas é tratado em [Sta96] e [Tem96].

A literatura sobre programação e tamanho de lote de vários níveis é esparsa. Uma integração hierárquica de alguns procedimentos de programação e tamanho de lote são discutidos em [Dau94] e [Lar92].

O único trabalho onde a programação e o tamanho de lote de vários níveis é feito simultaneamente, sujeito a concepções gerais tais como estruturas gozinto e várias máquinas é documentado em [Kim96A], [Kim96C], [Kim96D] e [Kim97]. Nestas referencias, o PLSP de vários níveis é enfrentado.

Para dar uma especificação formal do PLSP de vários níveis, serão utilizadas as mesmas variáveis de decisão que para o PLSP de um único nível. De uma certa forma, os parâmetros do PLSP de um único nível serão utilizados novamente, uns devem ser redefinidos e outros serão novos.

Para evitar algumas confusões, todos os parâmetros do PLSP de vários níveis serão mostradas na tabela 5.9.

Símbolo	Definição
$a_{j,i}$	Fator "Gozinto". Este valor é zero se o produto <i>i</i> não é um sucessor imediato
	do produto j . De qualquer forma, esta é a quantidade do produto j que é
	diretamente necessária para produzir um produto i.
$C_{m,t}$	Capacidade disponível da máquina m no período t .
$d_{j,t}$	Demanda externa para o produto j no período t .
h_j	Custos de estocagem, não-negativos, pelo ato de ter uma unidade do
	produto j em um período, no inventário.
$I_{j,0}$	Inventário inicial para o produto j.
J_m	Conjunto de todos os itens que compartilham uma unidade m , por exemplo,
	$J_m \stackrel{\text{def}}{=} \{ j \in \{1,, J\} m_j = m \}.$
J	Número de produtos.
M	Número de máquinas.
m_j	Máquina sob a qual o produto j é produzido.
p_j	Capacidade necessária para a produção de uma unidade do produto j.
S_j	Custos de montagem, não negativos, para o produto j.
S_{j}	Conjunto de sucessores imediatos do produto <i>j</i> , por exemplo,
	$S_{j} = \{ i \in \{1,, J\} a_{ji} > 0 \}.$
T	Número de períodos.
v_j	Lead time integral e positivo do produto j.
<i>у</i> ј,0	Estado de preparação inicial.
$I_{j,t}$	Inventário do produto <i>j</i> no final do período <i>t</i> .

Tabela 5.9 - Parâmetro o PLSP de vários níveis.

O seguinte modelo misto-inteiro demostra uma especificação precisa para o PLSP de vários níveis.

$$\operatorname{Min} \quad \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} (s_{j}x_{jt} + h_{j}I_{jt}) \tag{46}$$

Sujeito a:

$$I_{j,t} = I_{j,t-1} + q_{j,t} - d_{j,t} - \sum_{i \in S_j} a_{j,i} q_{i,t}, \qquad j = 1,..., J, \ t = 1,..., T,$$

$$\min \{t + v_j, T\}$$

$$(47)$$

$$I_{j,t} \ge \sum_{i \in S_j} \sum_{\tau=t+1}^{s} a_{ji} q_{i\tau},$$
 $j = 1,..., J, t = 0,..., T-1,$ (48)

$$p_j q_{j,t} \le C_{m_j,t} (y_{j,t-1} + y_{j,t}),$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (49)

$$\sum_{j \in I_m} p_j q_{j,t} \le C_{m,t}, \qquad m = 1, ..., M, \ t = 1, ..., T, \tag{50}$$

$$\sum_{j \in J_m} y_{j,t} \le 1, \qquad m = 1, ..., M, \ t = 1, ..., T, \tag{51}$$

$$x_{j,t} \ge y_{j,t} - y_{j,t-1},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (52)

$$y_{j,t} \in \{0,1\},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (53)

$$I_{j,t}, q_{j,t}, x_{j,t} \ge 0,$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T.$ (54)

A função objetivo e muitas das restrições são iguais às do modelo PLSP monoestágio. Por conseguinte, apenas nos limitaremos à explicação de novos aspectos. A equação (47) fornece o balanço dos inventários. No final de um período t teremos no inventário o que foi produzido no final do período t-1 mais o que é produzido menos a demanda externa e interna. Para cumprir a demanda interna deverão ser respeitados os *lead times* positivos, por exemplo, as restrições (48) garantem isto.

Em [Kim97] provou-se que o DLSP (vários níveis) e o CSLP (vários níveis) são casos especiais do PLSP (vários níveis). Comparado ao DLSP, por exemplo, o PLSP é um problema muito mais complicado, devido a sua falta de "boas" propriedades. Entretanto, eficientes heurísticas para o PLSP de vários níveis já existem e justificam muitos esforços de pesquisa. Assim, o PLSP de vários níveis é um candidato promissor para substituir a lógica tradicional do MRP.

CAPITULO VI O CLSP COM TAMANHOS DE LOTE LIGADOS A PERÍODOS ADJACENTES

6.1 INTRODUÇÃO

A comparação entre os modelos *small bucket* de programação e tamanho de lote com o modelo **CLSP** revela que somente poucas restrições precisam ser adicionados para modelar as decisões de seqüência. Assim, pesquisas recentes têm sido retomadas para levar em conta os modelos *large bucket* onde, em contraste ao CLSP, a programação e tamanho de lote são utilizados simultâneamente. Neste capítulo apresentaremos um modelo que melhore a performance do CLSP, o qual é chamado de CLSPL (CLSP com tamanhos de lote ligados a períodos adjacentes), onde é utilizado ao mesmo tempo métodos de sequênciamento e tamanho de lote.

6.2 DESVANTAGENS DO CLSP

A continuação apresentaremos um exemplo, que mostra o ponto negativo associado com a concepção básica do problema CLSP.

Exemplo 1: Seja J = 2, T = 3, $s_1 = s_2 = 100$, $p_1 = p_2 = 1$, $h_1 = h_2 = 1$, $C_1 = C_2 = C_3 = 10$, e a matriz demanda $d_{j,i}$:

$$(d_{j,t}) = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

A solução ótima do CLSP com o valor da função objetivo igual a 300 ($Z*_{CLSP} = 300$) é determinado igualando os tamanhos de lotes às demandas, é dizer, vamos ter $q_{j,t} = d_{j,t}$ para todo j = 1,..., T, até aqui temos uma solução ótima do CLSP. Agora consideremos a seguinte solução:

$$(q_{j,t}) = \begin{pmatrix} 5 \cup 6 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Onde \cup denota a ligação das quantidades de produção de períodos adjacentes. Isto é, no segundo período produziremos primeiro o produto j=1. Por conseguinte, não é necessário mudar o estado de preparação da máquina porque a máquina esta já preparada para o produto J=1 no período t=1. Este caminho reduz o custo total em -s1 + 6 × h1 = -100 + 6 × 1 = -94 o qual fornece uma nova solução com um custo mínimo de 206.

Este exemplo mostra, que a qualidade de solução do CLSP pode ser pobre no caso onde o estado de preparo pode ser preservado entre períodos adjacentes. Além disso, uma solução aproximada para o tamanho de lote e semi-sequênciamento, é dizer, determinando o último e o primeiro produto em um período, pode fornecer uma melhor qualidade de solução que um algoritmo para o CLSP.

6.3 O CLSP COM TAMANHOS DE LOTE LIGADOS A PERIODOS ADJACENTES (CLSPL)

Devido à concepção básica do CLSP o estado de preparação da máquina no começo de um período é ignorado. Como foi mostrado no exemplo 1, em casos práticos onde o estado de preparação de um recurso pode ser preservado de um período para um período subsequente, o CLSP pode não ser bem sucedido. Para superar esta desvantagem do CLSP se sugere a seguinte extensão do CLSP.

Além das variáveis já conhecidas no CLSP, definiremos uma variável binária adicional:

Símbolo	Definição			
Zj,t	Variável binária que indica se as quantidades do produto j no período t -1 e período t estão ligadas ($z_{j,t} = 1$) ou não ($z_{j,t} = 0$).			

Tabela 6.1 - Nova variável de decisão para o CLSPL.

Declararemos o CLSP com tamanhos de lote ligados a períodos adjacentes, denotado como CLSPL, como segue:

Min
$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} (s_j (x_{j,t} - z_{j,t}) + h_j I_{j,t})$$
 (55)

Sujeito a:

$$I_{j,t} = I_{j,t-1} + q_{j,t} - d_{j,t},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (56)

$$\sum_{j=1}^{J} p_{j} q_{j,t} \le C_{t}, \qquad t = 1, ..., T,$$
(57)

$$C_t x_{j,t} - p_j q_{j,t} \ge 0,$$
 $j = 1,..., J, \quad t = 1,..., T,$ (58)

$$\sum_{j=1}^{J} z_{j,t} \le 1, \qquad t = 1, ..., T, \tag{59}$$

$$2z_{j,t} - x_{j,t} - x_{j,t-1} + z_{j,t-1} \le 0, j = 1,..., J, t = 1,..., T, (60)$$

$$x_{j,t}, z_{j,t} \in \{0,1\},$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T,$ (61)

$$I_{j,t}, q_{j,t} \ge 0,$$
 $j = 1,..., J, t = 1,..., T.$ (62)

onde $I_{j,0} = 0$, $x_{j,0} = 0$, $z_{j,0} = z_{j,1} = 1$ para todo j = 1,..., J.

A função objetivo (55) não carrega custos de preparação para uma quantidade de produção no período t o qual é ligado com uma quantidade de produção do período precedente t-1. A equação (56) corresponde ás restrições do balanço ordinário de inventario. A inequação (57) assegura a viabilidade com respeito à capacidade da máquina. A inequação (58) associa as decisões de produção com os estados de preparação da máquina. A inequação (59) assegura que somente um produto pode ser produzido no final de um período. Pela inequação (60) a ligação de um produto em um dos dois períodos adjacentes é permitido somente, se a máquina esta preparada para o produto em ambos períodos, é dizer, $z_{j,t}$ pode ser "1" somente se $x_{j,t} = x_{j,t-1} = 1$ e $z_{j,t-1} = 0$. Devemos ressaltar que, o CLSPL é equivalente ao CLSP se fazemos $z_{j,t} = 0$ para j = 1,..., J, e t = 1,..., T.

Como uma grande escala de tempo é assumido no CLSP, espera-se que geralmente mais que um produto seja programado em um período. O qual indica que a capacidade requerida de um lote seria estritamente menor que a capacidade disponível num período. Vamos agora considerar o caso inusual onde no período t somente o produto t é

programado e que o produto j é também programado nos períodos t-1 e t+1. Assim, o estado de preparação pode ser preservado para o produto j do final do período t-1 até o começo do período t+1. Para preservar o estado de preparação, duas ligações são necessárias para o produto j o qual não é permitida devido à restrição (60). Mais precisamente, a restrição (60) requer que $z_{j,t}+z_{j,t-1} \le 1$.

Note-se que é permitido a divisão de lotes. Por exemplo, apesar da produção das quantidades $q_{j,t-1}$ e $q_{j,t}$ em um lote, é dizer $z_{j,t} = 1$, $q_{j,t-1}$ pode ser usado para satisfazer a demanda $d_{j,t-1}$.

6.4 MELHORAMENTO DA SOLUÇÃO CLSP

Se um CLSP é resolvido, então a programação fornecida pode ser melhorado mais tarde pela atuação das ligações de períodos adjacentes, o que reduz o custo de preparação. Além disso, custos de estocagem são economizados, se a quantidade de um lote ligado pode ser "deslocado à direita". Para compreender melhor, vejamos o seguinte exemplo:

Exemplo 2: Seja J = 4, T = 4, $C_t = 100$ para t = 1, ..., 4, $(p_j) = (1, 1, 1, 1)$, $(h_j) = (1, 1, 1, 1)$, $(s_i) = (200, 150, 100, 150)$, e a matriz demanda $d_{i,t}$:

$$(d_{j,t}) = \begin{pmatrix} 20 & 10 & 30 & 20 \\ 30 & 10 & 30 & 30 \\ 0 & 30 & 10 & 60 \\ 20 & 20 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

Resolver este exemplo como um CLSP a otimizar, teremos a seguinte solução:

$$(q_{j,t}) = \begin{pmatrix} 40 & 0 & 40 & 0 \\ 40 & 0 & 60 & 0 \\ 0 & 40 & 0 & 60 \\ 20 & 30 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

o qual fornece um custo de 1320 ($Z*_{CLSP} = 1320$).

Esta solução pode ser melhorada pela ligação e a "deslocação à direita". Por exemplo, uma deslocação a direita de 30 unidades é factível para $q_{2,3}=60$. A respectiva solução do CLSP modificado é:

$$(q_{j,t}) = \begin{pmatrix} 40 & 0 & 40 & 0 \\ 40 & 0 & 30 \cup 30 \\ 0 & 30 \cup 10 & 60 \\ 20 \cup 30 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

o qual fornece um custo de 1130 ($Z*_{CLSPmodificado} = 1130$).

Entretanto, a solução ótima do CLSPL é:

$$(q_{j,t}) = \begin{pmatrix} 20 \cup 60 & 0 & 0 \\ 30 & 10 \cup 60 & 0 \\ 0 & 30 & 10 \cup 60 \\ 50 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

o qual fornece um custo de $1000 (Z*_{CLSPL} = 1000)$.

Comparando os valores da função objetivo, observamos que a solução do CLSP modificado é 11,3% mais custoso que a solução do CLSPL. Isto demonstra que a qualidade da solução pode ser substancialmente melhorada pela integração do semisequênciamento. Devido às restrições (2)-(6) e (56)-(62), respectivamente, podemos dizer que o CLSP e o CLSPL têm o mesmo conjunto de soluções factíveis. Porém por causa das funções objetivos (1) e (55), a seguinte desigualdade é mantida:

$$Z^*_{CLSP} \le Z^*_{CLSPmodificado} \le Z^*_{CLSPL}$$

Isto é, as soluções associadas com o custo mínimo são sempre baseadas no CLSPL. Desde que o CLSPL contem mais variáveis binárias que o CLSP, isto pode dificultar ainda mais a determinação de uma solução ótima em um tempo razoável.

Entretanto, em aplicações praticas heurísticas rápidas podem ser aplicados. Assim uma abordagens CLSPL que calcula uma solução em um tempo razoável pode ser mais atrativo que um método heurístico ou exato para o CLSP.

6.5 HEURISTICA BASEADA NA REGRA DE PRIORIDADE

A seguir daremos uma descrição de uma simples heurística para o CLSPL, onde a programação é feita de forma regressiva do período t=T até o período t=1. As decisões do tamanho de lote e do semi-sequênciamento são baseadas sobre uma regra de prioridade simples que consiste de uma combinação convexa de custos econômicos de preparação e estocagem.

Em primeiro lugar será derivado uma simples verificação de viabilidade: seja inicialmente $q_{j,t}=0$. Agora consideremos um período t, $1 \le t \le T$, onde temos já feitas decisões de produção para os períodos $\tau=t$ to T pela fixação de $q_{j,t}$. Portanto a demanda acumulada $D_{j,t}$ do produto j no período t ao horizonte T, o qual não é satisfeita, é calculada por:

$$D_{j,t} = \sum_{\tau=1}^{T} (d_{j,\tau} - q_{j,\tau})$$

Note que, $D_{j,\tau-1}=D_{j,\tau}+d_{j,\tau-1}$ para $\tau=2$ to t. Assim, a capacidade total requerida pode ser facilmente especificado por:

$$TRC = \sum_{j=1}^{J} p_j D_{j,1}$$

Podemos também calcular a capacidade disponível no período t :

$$AC_t = C_t - \sum_{i=1}^{J} p_i d_{j,t}$$

e a capacidade disponível acumulada do período 1 ao período t:

$$CC_t = \sum_{\tau=1}^t C_t$$

Obviamente, existe uma solução factível somente se a desigualdade:

$$\sum_{\tau=1}^t \sum_{j=1}^J p_j d_{j,t} \le CC_t$$

é satisfeito para todo t. Desde outro ponto de vista

$$TAC_t = CC_{t-1} - \sum_{\tau=1}^{t-1} \sum_{j=1}^{J} p_j d_{j,t}$$

leva em conta as unidades de capacidade disponível em períodos anteriores a t. Assim TAC_t pode ser utilizado para produzir demandas de períodos $\tau = t$, ..., T. Se caminhamos para trás do período t ao período t - 1 ali pode ter uma demanda não satisfeita no período t, por exemplo $\sum_{j=1}^{J} D_{j,t} > 0$, o qual pode somente ser satisfeito se:

$$TAC_t \geq \sum_{j=1}^{J} p_j D_{j,t}$$

ou

$$TRC \leq CC_{t-1}$$

o qual é resultado de uma simples substituição.

Como um teste de viabilidade é somente necessário se a capacidade no período t é disponível e ao mesmo tempo seja pretendido um passo regressivo para o período t-1. Isto pode ocorrer se preservamos o estado de preparação (ligação) do período t ao t-1 para um produto, o qual é programado já no período t. Se existe uma solução viável para o problema em consideração, então deriva-se sempre uma solução viável devido ao teste de viabilidade.

Para decidir se um produto será produzido no período *t* utiliza-se uma regra de prioridade baseada em "economias".

- **1.-** Se tem uma demanda não satisfeita do produto j no período t e uma capacidade disponível no período t que seja maior ou igual que a capacidade requerida se o produto j é programado no período t. Assim, para programar particularmente o produto j no período t ao invés do período t-1 economiza-se os custos de estocagem $h_jD_{j,t}$ mais origina-se custos de preparação s_j .
- **2.-** O produto j não esta programada no período t e a demanda não satisfeita do produto j no período t requer ainda mais capacidade que o disponível no período t. Assim para programar a demanda não satisfeita do produto j em um lote se requer de uma ligação do período t-1 ao período t. Esta decisão origina custos de preparação s_j no período t-1 e economiza-se custos de estocagem $h_j D_{j,t-1}$ (= $h_j D_{j,t} + d_{j,t-1}$).
- **3.-** O produto j esta já programado no período t, existe demandas positivas insatisfeitas do produto j no período t-1, e não tem-se apresentado uma ligação para o produto j no período t+1. Assim um enlace no período t, evita custo de preparação s_j e custo de estocagem $h_jD_{j,t-1}$, além disso, a ligação é viável (teste de viabilidade).
- **4.-** A ligação não melhora a qualidade da solução. Este caso ocorre quando não temse demanda insatisfeita no período t e para todos os itens programados no período t não existem demandas no período t-1.

Formalmente definimos o valor de prioridade $r_{j,t}$ para o produto j no período t por:

$$r_{j,t} = \begin{cases} \alpha_{j} D_{j,t} - \beta_{j} & : & AC_{t} \ge p_{j} D_{j,t} > 0 \\ \alpha_{j} D_{j,t-1} - \beta_{j} & : & AC_{t} < p_{j} D_{j,t} \wedge t > 0 \\ \alpha_{j} d_{j,t-1} + \beta_{j} & : & z_{j,t+1} = 0 \wedge q_{j,t} > 0 \wedge \\ D_{j,t-1} > 0 \wedge TRC \le CC_{t-1} \\ -\infty & : & \text{de outro modo.} \end{cases}$$

Onde $\alpha_j = (1 - \gamma) h_j$ e $\beta_j = \gamma s_j$ com $0 \le \gamma \le 1$.

Para a inicialização ajustaremos $z_{j,T+1} = 0$. O maior valor de $r_{j,t}$, é a mais desejável para programar o produto j no período t. Assim, o produto com um valor de prioridade maior deverá ser produzido. Com o parâmetro γ controla-se os tamanhos de lote, é dizer, se $\gamma = 1$ esperamos grandes tamanhos de lote para itens com altos custos de preparação.

O procedimento de programação regressivo (*Backward*), denotado por BA, é mostrado no quadro 6.1:

```
Passo 0: Seja \forall j \ z_{j,t} = x_{j,t} = q_{j,t} = 0, D_{j,t} = \sum_{\tau=1}^{\infty} d_{j,\tau};
             \forall j \ z_{j,T+1} = z_{j,0} = 0;
\forall j \ AC_t = C_t, \text{ CCt} = \sum_{\tau=1}^{\tau=t} C_t;
\text{TRC} = \sum_{j,t} p_j d_{j,t}, \ t = \text{T}.
While (t > 0)
Passo 1 : Calcular r_{j,t} \ \forall j.
Passo 2 : Selecionar i / r_{i,t} \ge r_{j,t} \ \forall j.
Passo 3: If "Caso 1" then
                          ajusta-se q_{i,t} = D_{i,t}, x_{i,t} = 1, AC_t = AC_t - p_i q_{i,t}
                          D_{i,\tau} = D_{i,\tau} - q_{i,t} (\tau = 1,...,t)
                else if "Caso 2" then
                          ajusta-se q_{i,t} = AC_t / p_i, AC_t = 0, t = t - 1, z_{i,t} = 1,
                          q_{i,t} = min\{ D_{i,t} - q_{i,t+1}, AC_t / p_i \},
                          AC_t = AC_t - p_i q_{i,t}, x_{i,t} = 1,
                          D_{i,\tau} = D_{i,\tau} - q_{i,t} + q_{i,t+1} \ (\tau = 1,...,t)
                else if "Caso 3" then
                          ajusta-se t = t - 1,
                          q_{i,t} = min\{ D_{i,t}, AC_t / p_i \}, AC_t = AC_t - p_i q_{i,t},
                          x_{i,t} = 1, z_{i,t} = 1,
                          D_{i,\tau} = D_{i,\tau} - q_{i,t} (\tau = 1,...,t)
                else t = t - 1.
Passo 4: If \exists D_{j,1} > 0 then
                           mensagem ("Não existe solução factível!")
                else Solução avaliada.
```

Quadro 6.1 - Esboço da Heurística BA

No passo 0 inicializa-se as variáveis e os parâmetros. Os valores de prioridade são obtidos no passo 1. No passo 2 seleciona-se o produto i com a máxima prioridade. No passo 3, a eleição do "caso" vai corresponder ao caso que foi verdadeiro pelo calculo de $r_{j,t}$. No quarto caso somente um passo regressivo é requerido, por exemplo, temos que reduzir o contador do período t em 1. Se um dos outros casos é verdadeiro, o produto i é programado o qual força a algumas atualizações das variáveis e parâmetros. Note-se que um enlace no período t induz sempre a um *passo regressivo* ao período t –1, porém somente no caso 3 um teste de viabilidade é requerida.

Para entender melhor o algoritmo, será aplicado o BA para o exemplo 2 com $\gamma = 0.5$: Antes de começar a fase de programação no período 4, ajusta-se $q_{j,t} = 0$, e de ai em diante será produzido:

$$(D_{j,t}) = \begin{pmatrix} 80 & 60 & 50 & 20 \\ 100 & 70 & 60 & 30 \\ 100 & 100 & 70 & 60 \\ 50 & 30 & 10 & 10 \end{pmatrix}$$

TRC = 330, $(\alpha_j) = (0.5, 0.5, 0.5, 0.5)$, e $(\beta_j) = (100, 75, 50, 75)$. Para todos os itens o primeiro caso ocorre, portanto temos:

$$r_{1,4} = 0.5 \times 20 - 100 = -90$$

 $r_{2,4} = 0.5 \times 30 - 75 = -60$
 $r_{3,4} = 0.5 \times 60 - 50 = -20$
 $r_{4,4} = 0.5 \times 10 - 75 = -70$

O produto associado com a maior economia é programada no período t = 4, é dizer j = 3. A produção correspondente é $q_{3,4} = 60$, assim programaremos a quantidade completa $D_{j,t}$. Agora executaremos algumas atualizações: TRC = 330 - 60 = 270, $AC_4 = 100 - 60 = 40$, e $D_{3,t} = (40, 40, 30, 0)$. Enquanto nenhuma ligação seja executada e exista um $D_{j,t} > 0$ tentaremos programar outros itens, é dizer, computaremos outra vez os valores de prioridade. Somente para o produto 3 o valor da prioridade muda, assim teremos que derivar (terceiro caso):

$$r_{3,4} = 0.5 \times 10 + 50 = 55$$

Note-se que $TRC = 270 \le CC_3 = 300$. Assim o produto j = 3 é selecionado outra vez, quer dizer teremos $z_{3,4} = 1$ e $q_{3,3} = 10$. Logo programaremos o período T - 1 = 3. Continuando este caminho, chegaremos a uma programação (não-ótima) com um custo total de 1150. A tentativa por obter uma melhor solução, faz com que examinemos valores alternativos para γ . A tabela 2 relata os valores correspondentes da função objetivo para diferentes valores de γ .

γ	0	0.25	0.50	0.75	1
Z _{CLSPL}	1250	1000	1150	1150	

Tabela 6.2 - Valores da função objetivo dependentes de γ.

Como é visto, a qualidade da solução depende muito da escolha do valor do parâmetro. Para nosso exemplo, a solução ótima foi computado com o parâmetro $\gamma=0.25$.

Desde que a heurística é um mapeamento do problema para uma solução, cada par (BA, γ) é uma codificação de um solução especifica. Um subconjunto do espaço solução pode então ser gerado por diferentes valores para $\gamma \in [0,1]$. Então será proposto um método de busca local onde o espaço de búsqueda é igual ao espaço do parâmetro e a vizinhança é um subconjunto do espaço do parâmetro, como segue: Primeiro determinaremos uma região potencial $[\underline{\gamma}, \overline{\gamma}] \subseteq [0,1]$. Então, intensificaremos a busca nesta região. Seja γ^* o valor do parâmetro onde BA tem calculado a melhor solução e b um inteiro maior que 2. Começaremos com $\gamma = \underline{\gamma} = 0$ e $\overline{\gamma} = 1$. Então γ será incrementado em $\delta = (\underline{\gamma} - \overline{\gamma})/b$ e uma nova solução será calculada. Isto é repetitivo enquanto o valor da função objetivo possa ser melhorado ou $\gamma = \overline{\gamma}$. Se uma melhora não é mais alcançada uma busca mais detalhada poderia iniciar-se com $\delta = \delta/b$, $\underline{\gamma} = max\{\delta, \gamma^* - \delta/(b-1)\}$, e $\overline{\gamma} = min\{1-\delta, \gamma^* + \delta(b-1)\}$; de outra forma o procedimento de busca é suspendida.

Agora, seja b=4, $\underline{\gamma}=0$, $\overline{\gamma}=1$, dessa forma $\delta=(1-0)/4=0.25$. Assim, para nosso exemplo, γ será acrescido até 0.25, é dizer, γ^* será 0.25. Então uma nova busca será começado com $\delta=0.0625$, $\underline{\gamma}=0.0625$, e $\overline{\gamma}=0.4375$. Isto é mostrado na figura 6.1 onde os valores de índice 1 e 2 denotam a primeira e segunda fase de busca, respectivamente. Deve-se notar que nenhuma solução será computada para $\gamma=0.75$ e $\gamma=1$.

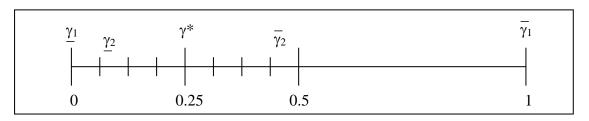


Figura 6.1 - Busca Local no espaço do parâmetro.

6.6 ESTÚDIO COMPUTACIONAL

O propósito de nosso estúdio computacional é dividido em dois partes: Primeiro, investigaremos a performance do algoritmo BA. Segundo, compararemos o BA com uma abordagem de dois estágios onde primeiro são determinados os tamanhos de lote e depois é executado a ligação destes. Antes de apresentar os resultados computacionais será descrito um algoritmo o qual será utilizado para gerar exemplos testes. Assim, dado o número de itens, *J*, o número de períodos, *T*, e a utilização esperada da capacidade, *U*, os outros parâmetros do problema são determinados como segue:

- \triangleright Em todos os períodos a capacidade é constante, quer dizer, $C_t = J \times 50$.
- \triangleright O tempo de produção para produzir uma unidade do item j, p_j , é selecionado aleatoriamente do conjunto $\{1,2\}$.
- A demanda do item j no período t, $d_{j,t}$, é selecionado aleatoriamente do conjunto $\{0,1,...,100\}$ com respeito às restrições de capacidade e a utilização esperada da capacidade, U.
- \triangleright Os coeficientes do custo de estocagem são constantes, quer dizer, $h_i = 1$.
- \triangleright O custo de preparação, s_j , são selecionados aleatoriamente do conjunto $\{50,51,...,250\}$.

Utilizou-se a distribuição uniforme para selecionar um parâmetro aleatório. Para cada combinação dos parâmetros obtidos a priori na tabela 6.3, foram gerados 10 exemplos e resolvidos utilizando o pacote de programação misto-inteiro LINDO. Cada dado mostrado na tabela 6.3 reflete o desvio médio percentual do valor ótimo da função objetivo dada a combinação dos parâmetros acima investigados.

U	J = 4, T = 8	J = 8, T = 4
0.75	7.5	3.5
0.95	4.1	4.9

Tabela 6.3 - Desvio médio percentual do ótimo.

Desta pequena investigação podemos concluir que a performance do BA tem um desvio global de 5,0% aproximadamente. Além disso, pode-se concluir que nem a utilização da capacidade nem a relação entre o número de itens e períodos sistematicamente influem na qualidade das soluções.

Depois de realizado esta pequena investigação iremos a explorar a performance computacional do BA para um conjunto de dados mais amplos e realistas. Desde que estes exemplos não podem ser resolvidos otimamente, é dizer, não existe uma solução "ótima" comprovada, o enfoque principal será a comparação do BA com uma abordagem de dois estágios, o qual é executado como segue: Primeiro é aplicado uma heurística CLSP, e depois a programação obtida é melhorada pela ligação de períodos adjacentes. Nesta seção utilizaremos exemplos tradicionais para a programação e tamanho de lote encontrados na literatura.

Os 60 exemplos escolhidos aleatoriamente são divididos em 3 conjuntos os quais se diferenciam com respeito ao número de itens e períodos (*J*,*T*), como é mostrado na primeira coluna da tabela 6.4. Os exemplos de um conjunto se diferenciam em relação a 3 fatores: utilização da capacidade (*U*), variação da demanda (S) e requerimento da

capacidade (C). Para os dois primeiros fatores existem 2 niveis, aos quais chamaremos de alto (A) e baixo (B), assim temos:

- Utilização da capacidade (BU,AU), quer dizer, em média U=75% ou U=95%; e
- Variação da demanda (BS,AS), onde dada uma demanda média de 100 o desvio padrão da demanda para os exemplos com uma variação de demanda baixa e alta são 6 e 35, respectivamente.

Também dois niveis constante (*C*) e variavel (*V*) são considerados para:

• Os requerimentos da capacidade (CC,VC), quer dizer $p_j = 1$ ou $p_j \in \{1,2,3,4\}$ selecionado aleatoriamente.

Tendo com base [Lam79] podemos concluir que as heurísticas que apresentam melhores resultados para o CLSP são Kirca-Kökten (KK) e Dixon-Silver (DS). Estas heurísticas KK e DS serão utilizadas para a comparação com o BA.

Para uma dada solução DS ou KK, os custos de preparação são reduzidos a posteriori, pela combinação de 2 lotes de períodos adjacentes. O desvio médio percentual entre o custo reduzido de DS e o custo BA são mostrados na tabela 6.4.

J,T	alg.	BU	AU	AS	BS	CC	VC	promedio
50,8	DS	0.16	2.85	0.92	2.05	1.35	2.10	1.57
	KK	1.27	3.10	2.50	1.89	2.28	2.16	2.20
	BA	1.41	0.12	0.89	0.67	0.42	1.68	0.87
20,20	DS	12.18	4.45	3.86	12.86	10,03	5.04	8.07
	KK	5.41	2.81	3.62	4.45	4,17	3.59	4.00
	BA	0.68	0.57	1.18	0.03	0.61	0.74	0.64
8,50	DS	16.32	8.36	8.96	15.81	13.16	10.13	12.12
	KK	10.91	9.18	8.67	11.42	10.14	9.90	10.04
	BA	0.41	0.00	0.41	0.00	0.12	0.43	0,23

Tabela 6.4 - Comparação do DS, KK e BA.

Como pode-se observar, para J=50 e T=8, a qualidade da solução de KK, DS e BA é quase idêntico se temos um grande número de itens. Isto pode ser explicado pelo fato que para um grande número de itens é "fácil" definir no segundo estagio uma "boa" ligação entre quantidades de produção de períodos adjacentes. Embora para números médios (20) e pequenos (8) de produtos, a qualidade da solução do BA é substancialmente melhor que a qualidade da solução do DS e KK, quer dizer, a integração do sequênciamento é muito importante. Isto é especialmente valido para exemplos com alta utilização da capacidade, baixa variação na demanda e capacidade constante.

O algoritmo BA proposto foi codificado em fortran 90 e implementado sobre um computador pessoal com um processador Pentium II e 350 MHz. A tabela 6.5 mostra o tempo de computação médio dos 60 exemplos.

J = 50, T=8	J = 20, T = 20	J=8,T=50		
3.8	0.95	0.50		

Tabela 6.5 - Tempo médio computacional do BA em segundos.

Pode-se demostrar, segundo a tabela 6.5, que o algoritmo BA resolve até mesmo grandes exemplos em poucos segundos. O esforço computacional incrementasse rapidamente com o número de itens.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Agg93] Aggarwal, A., Park, J.K., "Improved algorithms for economic lot-size problems", Operations Research 41, p 549-571, 1993.
- [Alv93] Alvarez, G. M. J., "La flexibilidad en la fabricación: bases para su definición y medida", Economía Industrial N° 289, 1993.
- [Bah87] Bahl, H.C., Ritzman, L.P., Gupta, J.N.D., "Determining lot sizes and resource requirements: a review", Operations Research 35, p. 329-345, 1987.
- [Bar84] Barany, I., van Roy, T.J., Wolsey. L.A., "Strong formulations for multiitem capacitated lotsizing", Management Science 30, p. 1255-1261, 1984.
- [Ber76] Bertalanffy, L., "Teoría general de sistemas", Fondo de Cultura Económica, 1976.
- [Bit86] Bitran, G.R., Matsuo, H., "Approximation formulations for the single-product capacitated lot size problem", Operations Research 34, p. 63-74, 1986.
- [Bla96] Blazewicz, J., Domschke, W., Pesch, E., "The job shop scheduling problem: conventional and new solution techniques", European Journal of Operational Research 93, p.1-33, 1996.

- [Cat90] Cattrysse, D., Maes, J., "Set partitioning and column generation heuristics for capacitated dynamic lotsizing", European Journal of Operational Research 46, p.38-47, 1990.
- [Cat93] Cattrysse, D., Salomon, M., Kuik, R., van Wassenhove, L.N., "A dual ascent and column generation heuristic for the discrete lotsizing and scheduling problem with setup-times", Management Science 39, p. 477-486, 1993.
- [Che90] Chen, W.H., Thizy, J.M., "Analysis of relaxations for the multi-item capacitated lot-sizing problem", Annals of Operations Research 17, p.359-363, 1990.
- [Cor96] Corrêa, H., Gianesi, I. "Just in time, MRP II e OPT:um enfoque estratégico". 2ª ed. São Paulo: Atlas, 1996.
- [Dau94] Dauzère-Péres, S., Laserre, J.B., "Integration of lotsizing and scheduling decisions in a job-shop", European Journal of Operational Research 75, p. 413-426, 1994.
- [Dia92A] Diaby, M., Bahl, H.C., Karwan, M.H., Zionts, S., "A lagrangean relaxation approach for very-large-scale capacitated lot-sizing",

 Management Science 38, p.1329-1340, 1992.
- [Dia92B] Diaby, M., Bahl, H.C., Karwan, M.H., Zionts, S., "Capacitated lot-sizing and scheduling by Lagrangean relaxation", European Journal of Operational Research 59, p.1329-1340, 1992.
- [Dob87] Dobson, G., "The economic lot scheduling problem: achieving feasibility using time varying lot sizes", Operations Research 35, p. 764-771, 1987.

- [Dom95] Domínguez, M. J., Álvarez, G. M., García, G. S., Domínguez, M. A., Ruiz, J. A., "Dirección de Operaciones Aspectos estratégicos en la producción y los servicios", McGraw-Hill, España, 1995.
- [Dre93] Drexl, A., Juretzka, J., Salewski, F., "Academic Course Scheduling under Workload and Changeover Constraints", Working Paper, N° 337, University of Kiel, 1993.
- [Dre95] Drexl, A., Haase, K., "Proportional lotsizing and scheduling",

 International Journal of Production Economics 40, p. 73-87, 1995.
- [Epp87] Eppen, G.D., martin, R.K., "Solving multi-item capacitated lot-sizing problems using variable redefinition", Operations Research 35, p. 832-848, 1987.
- [Fed91] Federgruen, A., Tzur, M., "A simple forward algorithm solve general dynamic lot sizing models with n periods in $O(n \log n)$ or O(n) time", Management Science 37, p. 909-925, 1991.
- [Fir68] Firmin, P.A., Linn, J. J., "Information systems and managerial accounting", The Accounting Review, 1968.
- [Fle90] Fleischmann, B., "The discrete lot-sizing and scheduling problem", European Journal of Operational Research 44, p. 337-348, 1990.
- [Flo80] Florian, M., Lenstra, J. K. e Rinnoy Kan, A. H. G., 1980, "Deterministic Production Planning Algorithms and Complexity", Management Science, Vol. 26, p. 669-679, 1980.
- [For72] Forrester, J. W., "Dínámica Industrial", El Ateneo, 1972.
- [Gal94] Galego, G., Joneja, D., "Economic lot scheduling problem with raw material considerations", Operations Research 42, p. 92-101, 1994.

- [Gar79] Garey M.R. and Johnson D.S., "Computers and Intractability: A guide to the theory of NP-completeness". W. H. Freeman, San Francisco, 1979.
- [Haa94] Haase, K., "Lot-sizing and Scheduling for Production Planning", Berlin, Springer, 1994.
- [Haa96A] Haase, K., Kimms, A., "Lot sizing ans scheduling with sequence dependent setup costs and times and efficient rescheduling opportunities", Working Paper N° 393, University of Kiel, 1996.
- [Haa96B] Haase, K., "Capacitated lot-sizing with sequence dependent setup costs", OR Spektrum 18, p. 51-59, 1996.
- [Jor96] Jordan, C., "Batching and Scheduling Models and Methods for Several Problem Classes", Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, vol. 437, Springer, Berlin, 1996.
- [Kar87] Karmarkar, U.S., Kekre, S., "The deterministic lotsizing problem with startup and reservation costs", Operations Research 35, p. 389-398, 1987.
- [Kim96A] Kimms A., "A genetic algorithm for multi-level, multi-machine lot sizing and scheduling", Working Paper No. 415, University of Kiel, 1996.
- [Kim96B] Kimms, A., "Multi-level, single-machine lot sizing and Scheduling (with initial inventory)", European Journal of Operational Research 89, p. 2279-2298, 1996.
- [Kim96C] Kimms A., Drexl, A., "Proportional lot sizing and scheduling: some extensions", Working Paper No. 407, University of Kiel, 1996.
- [Kim96D] Kimms A., Drexl, A., "Some insight into proportional lot sizing and scheduling", Working Paper No. 406, University of Kiel, 1996.

- [Kim97] Kimms, A., "Multi-level Lot-sizing and Scheduling Methods for Capacitated, Dynamic, and Deterministic Models", Physica, Heidelberg, 1997.
- [Kui90] Kuik, R., Salomon, M., "Multi-level lot-sizing problem: evaluation of a simulated-annealing heuristic", European Journal of Operational Research 45, p. 25-37, 1990.
- [Lar92] Lasserre, J.B., "An integrated model for job-shop planning and scheduling", Management Science 38, p. 1201-1211, 1992.
- [Lam79] Lambrecht, M.R., Vanderveken, H., "Heuristic Procedures for the Single Operations, Multi-Item Loading Problem", AIIE Transactions, Vol 11, pp. 319-326, 1979.
- [Mae91] Maes, J., McClain, J.O., van Wassenhove, L.N., "Multi-level capacitated lotsizing complexity and LP-based heuristics", European Journal of Operational Research 53, p. 131-148, 1991.
- [McKnew, M.A., Saydam, C., Coleman, B.J., "An efficient zero-one formulation of the multilevel lot-sizing problem", Decision Sciences 22, p. 280-295, 1991.
- [Pot91] Potts, Y., van Wassenhove, L.N., "Integrating scheduling with batching and lot-sizing: a review of algorithms and complexity", Journal of the Operational Research Society 43, p. 53-67, 1991.
- [Sal91] Salomon, M., Kroon, L.G., Kuik, R., van Wassenhove, L.N., "Some extensions of the discrete lotsizing and scheduling problem",

 Management Science 37, p. 801-812, 1991.

- [Smi86] Smith-Daniels, V.L., Smith-Daniels, D.E., "A mixed-integer programming model for lot sizing and sequencing packaging in the process industries", IIE Transactions 18, p. 278-285, 1986.
- [Sox96] Sox, C.R., Gao, Y., "The Capacitated lot sizing problem with setup carry-over", Working Paper 96-07, Auburn University, 1996.
- [Sta96] Stadtler, H., "Mixed integer programming model formulations for dynamic multi-item multi-level capacitated lotsizing", European Journal of Operations Research 94 p. 561-581, 1996.
- [Tem96] Tempelmeier, H., Derstroff, M., "A Lagrangean-based heuristic for dynamic multi-level multi-item constrained lotsizing with setup times", Management Science 42, p. 738-757, 1996.
- [Tim99] Timothy, M. L., "Economic Order Quantity: A Supply Web Anachronism?", Supply Chain Management Review, pp.91-101, 1999.
- [Tub97] Tubino, D. F.. "Manual de planejamento e controle da produção". São Paulo: Atlas, 1997.
- [Wag58] Wagelmans, A., van Hoesel, A., "Economic lot sizing: an O(n log n) algorithm that runs in linear time in the Wagner-Whitin case",

 Management Science 5, p. 89-96, 1958.