



Universidad Internacional de La Rioja
Facultad de Educación

Máster Universitario en Didáctica de las Matemáticas
en Educación Infantil y Primaria

**EL MÉTODO SINGAPUR EN EL
APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES PARA
ESTUDIANTES DE 4º DE EDUCACIÓN
PRIMARIA**

Trabajo fin de estudio presentado por:	Jannie Michell Lloclla Valencia
Tipo de trabajo:	Propuesta didáctica
Director/a:	Sandra Sotomayor Núñez
Fecha:	08 de febrero del 2023

Resumen

La falta de motivación para aprender Matemáticas por parte de los discentes se fundamenta en el enfoque tradicional tras la aplicación de procedimientos algorítmicos que conllevan a diversas dificultades en la comprensión de los conocimientos. Además, el poco empleo de estrategias didácticas promueve la escasa participación y colaboración teniendo como resultado la pasividad de los educandos por no tomar en cuenta sus necesidades educativas (Cadena y Núñez, 2020). Por lo tanto, el presente trabajo tiene como finalidad ofrecer una propuesta de intervención didáctica para trabajar el contenido de las fracciones desde un enfoque de resolución de problemas. La metodología implementada se relaciona con una investigación descriptiva donde se detalla el desarrollo de estrategias matemáticas que proporciona el Método Singapur por medio de la extensión de diversas sesiones de aprendizaje trabajadas con 25 estudiantes cuyo rango de edad es de 9-10 años, de los cuales pertenecen al 4° de Educación Primaria. Se pretende que con dicha metodología se contribuya a la comprensión de las Matemáticas para su aplicación en situaciones problemáticas de contexto real, provocando que el interés y la motivación sean factores para fomentar el aprendizaje autónomo desde una perspectiva constructivista. En consecuencia, se concluye que esta propuesta tiene una influencia significativa en la construcción de la competencia matemática para las futuras generaciones.

Palabras clave: Método Singapur, resolución de problemas, fracciones, competencia matemática, estrategias.

Abstract

The lack of motivation to learn Mathematics on the part of the students is based on the traditional approach after the application of algorithmic procedures that lead to various difficulties in the understanding of knowledge. In addition, the limited use of didactic strategies promotes little participation and collaboration, resulting in the passivity of students because their educational needs are not taken into account (Cadena and Nunez, 2020). Therefore, the purpose of this paper is to offer a didactic intervention proposal to work on the content of fractions from a problem-solving approach. The methodology implemented is related to a descriptive research which details the development of mathematical strategies provided by the Singapore Method through the extension of various learning sessions worked with 25 students whose age range is 9-10 years, of which belong to the 4th year of Primary Education. It is intended that this methodology will contribute to the understanding of Mathematics for its application in problematic situations in a real context, provoking interest and motivation as factors to promote autonomous learning from a constructivist perspective. Consequently, it is concluded that this proposal has a significant influence on the construction of mathematical competence for future generations.

Keywords: Singapore method, problem solving, fractions, mathematical competence, strategies.

Índice de contenidos

1. Introducción.....	10
1.1. Justificación.....	10
1.2. Planteamiento del problema	11
1.3. Objetivos del TFE.....	13
1.3.1. Objetivo general	13
1.3.2. Objetivos específicos	13
2. Marco teórico	13
2.1. Dificultades en el aprendizaje de las fracciones en Educación Primaria	13
2.1.1. Significados de la fracción	13
2.2. Método Singapur en la enseñanza de las Matemáticas	16
2.2.1. Fundamentación teórica.....	16
2.2.2. Marco Curricular del Método Singapur.....	20
2.2.3. Ventajas y desventajas	21
2.2.4. Investigaciones del Método Singapur en Educación Primaria	22
3. Propuesta didáctica	23
3.1. Presentación	23
3.2. Marco legislativo y contexto.....	23
3.2.1. Marco legislativo	23
3.2.2. Contexto	24
3.3. Objetivos	24
3.4. Contenidos	25
3.5. Competencias clave	27
3.6. Metodología.....	27
3.7. Temporalización.....	28

3.8. Recursos	29
3.9. Actividades	30
3.10. Evaluación	47
3.10.1. Criterios de evaluación	47
3.10.2. Tipos de evaluación.....	47
3.10.3. Evaluación de la enseñanza	51
3.11. Medidas de atención a la diversidad	53
4. Conclusiones	53
5. Limitaciones y prospectiva	54
6. Referencias bibliográficas	55
7. Anexos	61
7.1. Anexo I. Cómic	61
7.2. Anexo II. Pruebas individuales – Retos	68
7.3. Anexo III. Rúbrica para exposiciones.....	71

Índice de figuras

Figura 1. Ejemplo de respuesta incorrecta de la fracción como parte-todo.....	14
Figura 2. Ejemplo de respuesta incorrecta de la fracción unitaria.....	14
Figura 3. Actividad de representación de fracciones y la respuesta de un estudiante.....	14
Figura 4. Imagen de una torta.....	30
Figura 5. Cómic: ¿Uno entre ocho?.....	31
Figura 6. Torta circular de cartulina de color.....	31
Figura 7. Torta circular en papelógrafo blanco.....	31
Figura 8. Gráfico circular con fracciones.....	32
Figura 9. Reto 1-A.....	32
Figura 10. Ficha de metacognición.....	32
Figura 11. Figuras musicales.....	33
Figura 12. Duración de figuras musicales hecha por hojas de colores.....	33
Figura 13. Duración de figuras musicales hecha en papelógrafo.....	34
Figura 14. Duración de figuras musicales.....	34
Figura 15. Representación con regletas de Cuisenaire.....	35
Figura 16. Fracciones impropias y regletas de Cuisenaire.....	35
Figura 17. Números mixtos y regletas de Cuisenaire.....	36
Figura 18. Fracciones impropias y número mixto.....	36
Figura 19. Imagen de caramelos.....	37
Figura 20. Policubos.....	37
Figura 21. Subconjuntos.....	38
Figura 22. Fracción como conjunto.....	38
Figura 23. Juego: el caminito.....	39
Figura 24. Comparación de fracciones homogéneas.....	39

Figura 25. Diagrama de fracciones homogéneas.....	40
Figura 26. Recta numérica.....	40
Figura 27. Barra de chocolate.....	41
Figura 28. Regletas con fracciones equivalentes.....	42
Figura 29. Dibujo de fracciones equivalentes.....	42
Figura 30. Fracciones equivalentes.....	42
Figura 31. Policubos de colores.....	43
Figura 32. Gráfico de latas respecto del total.....	44
Figura 33. Adición.....	44
Figura 34. Sustracción.....	44
Figura 35. Juego de memoria.....	45
Figura 36. Regletas equivalentes en la suma.....	46
Figura 37. Regletas equivalentes en la resta.....	46
Figura 38. Diagrama de equivalencia para sumar.....	46
Figura 39. Diagrama de equivalencia para restar.....	46
Figura 40. Operación con fracciones equivalentes.....	46
Figura 41. Preguntas de la evaluación inicial.....	47
Figura 42. Evaluación final.....	49
Figura 43. Escala de estimación para la coevaluación.....	51
Figura 44. Escala de estimación para la autoevaluación del docente.....	52
Figura 45. Cómic: la música y las fracciones	61
Figura 46. Cómic: un delicioso postre.....	62
Figura 47. Cómic: paseo escolar.....	63
Figura 48. Cómic: la carrera increíble.....	64
Figura 49. Cómic: ¿La misma cantidad?.....	65

Figura 50. Cómec: ¡Sorpresa de 4 patas!.....	66
Figura 51. Cómec: una empanada salada.....	67
Figura 52. Reto 2-B.....	68
Figura 53. Reto 3-C.....	69
Figura 54. Reto 4-D.....	70
Figura 55. Rúbrica.....	71

Índice de tablas

Tabla 1. Cuadro relacional de contenidos , objetivos didácticos , criterios de evaluación y estándares de aprendizaje	26
Tabla 2. Cuadro de distribución de actividades adaptado del Método Singapur.....	28
Tabla 3. Distribución del tiempo en una sesión de clase.....	29
Tabla 4. Sesión T1.....	30
Tabla 5. Sesión T2.....	33
Tabla 6. Sesión T3.....	35
Tabla 7. Sesión T4.....	37
Tabla 8. Sesión T5.....	39
Tabla 9. Sesión T6.....	41
Tabla 10. Sesión T7.....	43
Tabla 11. Sesión T8.....	45
Tabla 12. Criterios de calificación.....	51

1. Introducción

El presente Trabajo de Fin de Estudios (TFE) aborda el aprendizaje de las fracciones en estudiantes de 4° de Educación Primaria mediante la implementación de una propuesta didáctica relacionada a los aportes que brinda el Método Singapur en el área de las Matemáticas.

La finalidad de este trabajo es mejorar la comprensión del conocimiento matemático de las fracciones aplicadas a situaciones problemáticas basados en contextos cotidianos. En primer lugar, se presenta el marco teórico relacionado a los enfoques de la metodología ya mencionada. Posteriormente, se describe el desarrollo de la propuesta didáctica y, por último, se ofrece las conclusiones y limitaciones sobre la propuesta respectivamente.

1.1. Justificación

El interés del trabajo propuesto viene dado por los resultados que obtuvieron los estudiantes de Singapur en los proyectos internacionales más conocidos que evalúan el rendimiento en el área de las Matemáticas. En el *Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes* (PISA, por sus cifras en inglés), se evaluó la *competencia matemática* mediante la descripción de seis niveles a partir de tres aspectos relacionados con los procesos, contenidos y contextos matemáticos. Los resultados ubicaron a *Singapur* en el nivel 6 en Matemáticas con 569 puntos, considerándola como uno de los países asiáticos con mayor nivel de competencia (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico [OCDE], 2019).

Las *Tendencias en el Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias* (TIMSS, por sus cifras en inglés), organizó la evaluación en relación a la *dimensión cognitiva* y de *contenidos* (Número, Medida y Geometría, Datos). Dentro de la categoría de “Número” se consideró preguntas referentes a “Fracciones” donde los estudiantes de 4° de Educación Primaria tenían que reconocer, representar, sumar y restar fracciones simples dentro de situaciones de resolución de problemas (Lindquist et al., 2017). *Singapur* logró el punto de referencia internacional “Avanzado” en Matemáticas con 625 puntos (Mullis et al., 2020).

Ambos estudios evidencian que su modelo de enseñanza ayuda a los estudiantes a poseer habilidades de pensamiento crítico, razonamiento matemático y resolución de problemas de manera significativa (Nordheim y Johansson, 2022, p.21).

Según Alsina et al. (2020), estas habilidades están asociadas a la formación de la *Competencia Matemática*, la cual se define como una capacidad comprensiva para aprender las matemáticas en diversos contextos, tanto escolar como social, cuyo propósito es lograr que las personas puedan afrontar los problemas cotidianos con una mayor facilidad (p.121-122).

Por lo tanto, es fundamental que los estudiantes en esta etapa escolar comprendan el conocimiento matemático para emplearlo de manera significativa en la resolución de problemas a través de experiencias cotidianas (Quintanilla y Gallardo, 2021, p.7).

Un ejemplo de ello, es el iniciar con la enseñanza de las fracciones. La adecuada enseñanza de las fracciones permitirá en los estudiantes el alcance de la futura comprensión de los números racionales (Herreros et al., 2022, p.729) y otros contenidos matemáticos, de tal modo que pueden relacionar sus diferentes significados mediante una progresión didáctica. Además, evitará la formación de concepciones erróneas que dificultan el proceso de aprendizaje (Ayvaz, 2021, p. 363).

Acorde con ello, el Método Singapur propone un enfoque comprensivo de los procedimientos matemáticos donde los estudiantes decidan sus propias estrategias de trabajo (Turizo et al., 2019, p.194). Por lo tanto, implementarla en la enseñanza de las fracciones, como parte de uno de los contenidos del área mal estructurados didácticamente por los docentes (Castro y Rico, 2021) ayudará a los estudiantes a construir sus conocimientos con motivación e interés (Niño et al., 2020).

1.2. Planteamiento del problema

En la actualidad se siguen presentando diversas dificultades en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos en estudiantes de Educación Primaria. Esta situación ha provocado que los estudiantes obtengan un bajo rendimiento escolar. Según el estudio internacional TIMMS que evaluó el rendimiento en Matemáticas en estudiantes de 4° grado de Primaria en el 2019, ubicó a España aproximadamente en el punto central de la escala del rendimiento que, a comparación con la evaluación del 2015, obtuvo una baja de tres puntos (Mullis et al.,2020). Por otro lado, en Perú se realizaron las siguientes evaluaciones: en el *Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE)*, principal investigación en América Latina y el Caribe aplicado en el 2019, se obtuvo los primeros resultados. El 29,3% de estudiantes de 3° grado de Primaria se ubicaron en el nivel 1 en Matemáticas

considerándolos por debajo del nivel mínimo de competencia (MPL, por sus cifras en inglés). No obstante, este porcentaje suele incrementarse en estudiantes de 6° grado obteniendo el 61.1% (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO], 2021). En la *Evaluación Muestral* (EM) implementada por el Ministerio de Educación a nivel nacional en el mismo año, el 66% de los estudiantes de 4° grado de Primaria se encuentran por debajo de un nivel satisfactorio (Ministerio de Educación [MINEDU], 2019a).

Una de las principales causas de este problema radica en el desconocimiento conceptual y metodológico de los números fraccionarios por parte del profesorado de Primaria. Mayormente cuando identifican ciertos errores en sus estudiantes, suelen brindar reglas memorísticas para su corrección (Castro y Rico, 2021, p.3-4). En algunos casos, la enseñanza del contenido es guiado por los libros de textos, lo cual evidencia que el docente acepte a las editoriales como autores del diseño curricular para aplicarlo en las aulas. En otras palabras, dichos materiales condicionan la forma de enseñanza en vez de ser sometidos a una revisión crítica del mismo para adaptarlo al contexto y a los diferentes estilos de aprendizaje. (Fernández y Caballero, 2017, p.203). Además, según Quintanilla y Gallardo (2021), se ha mostrado ciertas limitaciones en su formación didáctica con base a sus diferentes significados como: parte-todo, medida, cociente, operador y razón. Éstos al no guardar relación, conllevan a la ineficacia en su uso (p.2).

En consecuencia, los estudiantes de 9 años solo se limitan a la aplicación de algoritmos y procedimientos mecanizados, en otras palabras, aplican las propiedades de los números naturales al momento de resolver actividades con números fraccionarios, ocupando en un segundo plano la resolución de problemas (González et al., 2018, p.242).

Por consiguiente, este trabajo busca solucionar las dificultades metodológicas de la enseñanza de las fracciones mediante el diseño de una propuesta didáctica aplicando el Método Singapur a través de la planificación de diversas actividades con el objetivo de lograr la comprensión y explicación del conocimiento matemático considerando el planteamiento de situaciones problemáticas, como el eje fundamental de enseñanza (Juárez y Aguilar, 2018, p.78). Con este compendio metodológico, los estudiantes desarrollarán un pensamiento divergente, es decir, acudirán a la búsqueda de soluciones haciendo uso de destrezas y habilidades (Niño et al., 2020).

1.3. Objetivos del TFE

1.3.1. Objetivo general

Elaborar una unidad didáctica para trabajar el contenido de las fracciones a través del Método Singapur en estudiantes de 4° de Educación Primaria.

1.3.2. Objetivos específicos

- Identificar las dificultades que poseen los estudiantes de Educación Primaria respecto al contenido de las fracciones.
- Realizar una revisión bibliográfica sobre los aportes del Método Singapur en la enseñanza de las Matemáticas.
- Diseñar actividades basadas en el Método Singapur para facilitar el aprendizaje de las fracciones.
- Presentar instrumentos de evaluación para valorar el progreso de los estudiantes en relación a la propuesta de intervención.

2. Marco teórico

El presente apartado muestra información actual del tema de investigación en el periodo de estos cinco últimos años. El método utilizado para la recopilación de la bibliografía ha sido mediante la selección de palabras claves en el motor de búsqueda de “Google Académico”, lo que ha conllevado a la presentación de diversas bases de datos científicos como *Scientific Electronic Library Online (SciELO)*, *Red de Revistas Científicas de América Latina y El Caribe, España y Portugal (Redalyc)* y *Educational Resources Information Center (ERIC)* con el fin de justificar, de manera confiable, la elaboración de la propuesta didáctica en este TFE.

2.1. Dificultades en el aprendizaje de las fracciones en Educación Primaria

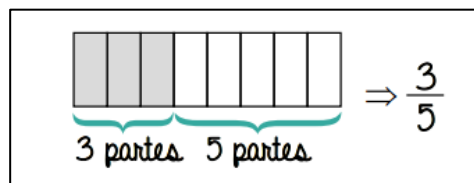
Las principales dificultades en el aprendizaje de las fracciones se originan en la errónea interpretación de sus significados no asociados al contexto cotidiano del estudiante. Por lo tanto, conllevaría a la falta de comprensión de sus algoritmos (Ríos, 2021, p.199).

2.1.1. Significados de la fracción

- a) Fracción como parte-todo

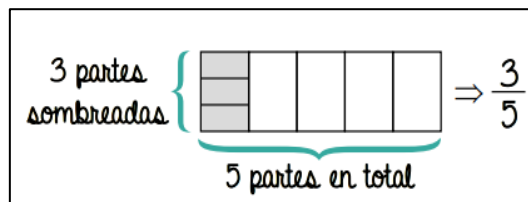
Considerar a los elementos de la fracción como partes independientes, es decir, dos números no relacionados entre sí, puede generar dificultades en la interpretación de la fracción como parte-todo. Esta concepción también puede estar relacionada con la identificación de la fracción unitaria en donde el estudiante no puede reconocer las partes divididas procedentes de la unidad (Ministerio de Educación [MINEDU], 2019b). En la figura 1 y 2 se muestran ejemplos sobre la dificultad mencionada anteriormente.

Figura 1. Ejemplo de respuesta incorrecta de la fracción como parte-todo.



Fuente: MINEDU, 2019b.

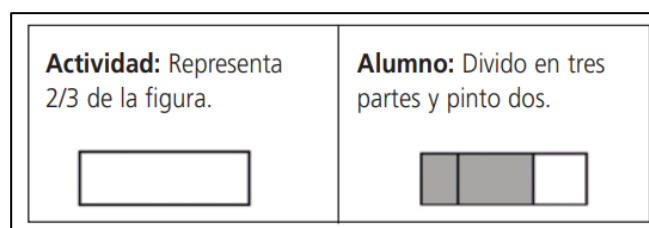
Figura 2. Ejemplo de respuesta incorrecta de la fracción unitaria.



Fuente: MINEDU, 2019b.

Sin embargo, el estudiante puede reconocer a la fracción como parte-todo, pero gráficamente lo representa de manera incorrecta porque no consideran las áreas equitativas en las partes divididas (Ivars, 2019, p.34). En la figura 3 se observa el gráfico de una fracción realizado por un estudiante.

Figura 3. Actividad de representación de fracciones y la respuesta de un estudiante.



Fuente: Ivars, 2019.

Referente a las fracciones según sus denominadores, los estudiantes no interpretan las nociones aditivas, mayormente suelen operar los numeradores y denominadores de manera independiente relacionándolo con los números naturales (MINEDU, 2019b).

Rojas y Sotelo (2022) afirman que esta dificultad sería más compleja cuando se trata de fracciones con diferentes denominadores donde no se profundiza las fracciones equivalentes vía ampliación para su resolución (p.58).

b) Fracción como medida

Deringöl (2019) afirma que las dificultades asociadas a este significado de medida corresponden al ubicar fracciones en la recta numérica. En este caso, los estudiantes representan el número de intervalos divididos de manera incorrecta. Por lo tanto, al comparar dos fracciones con distintos denominadores, ellos afirmarían que la fracción mayor tendrá el número más grande. Esta situación se complica aún más cuando se solicita ubicar *fracciones impropias*, donde las partes divididas serían menor que las partes seleccionadas. Además, suelen excluir la parte entera al momento de representar *números mixtos* (p.32-34).

c) Fracción como operador y cociente

La aplicación de procedimientos mnemotécnicos o reglas como “multiplicar los numeradores y denominadores” y “multiplicar en cruz” ha conllevado a la pérdida del razonamiento al momento de ser relacionados con situaciones problemáticas (Bütüner,2021, p.123). En una investigación realizado por Herreros et al. (2022) con estudiantes de 6° grado de Educación Primaria, buscaron analizar el procedimiento de un problema aritmético con relación a la fracción como operador. Ante esta situación, encontraron algunas dificultades correspondientes a su interpretación, por ejemplo: referente al problema mostrado, cuatro estudiantes realizaron una sustracción en lugar de una multiplicación y, en otras ocasiones, resolvieron de manera incorrecta el cálculo de las operaciones con relación a la regla del operador de manera inversa (p.745-747).

Flores (2018) sostiene que los estudiantes solo se limitan a la realización del cálculo simbólico. En el caso de la fracción como cociente, se considera como la operación de dos números naturales no relacionados con los cocientes entre sí (p.24).

d) Fracción como razón

Hoyos (2018) describe la dificultad de los estudiantes al relacionarlo como una fracción parte-todo, lo cual conlleva al error en su lectura, por ejemplo: $4/5$ como “cuatro quintos” en vez de “cuatro para cinco”, en su forma: las fracciones no tienen como

denominador al cero, la razón sí y en sus operaciones, al igualarlo a los procedimientos con las fracciones (p.36).

2.2. Método Singapur en la enseñanza de las Matemáticas

2.2.1. Fundamentación teórica

El *Método Singapur* es una metodología que contribuye en la formación de las Matemáticas. Se fundamenta en los aportes de sus principales representantes: *Jerome Bruner, Zoltan Dienes, Richard Skemp, Lev Vygotsky y George Pólya* (Rejler y Agardh, 2018).

1. Aportes de Jerome Bruner

Autor de la *Teoría del Aprendizaje por Descubrimiento* en la que resalta la importancia de promover en los estudiantes la obtención de sus propios conocimientos bajo la guía y acompañamiento del docente. Es un enfoque contrario al modelo tradicional, donde el estudiante cumple el papel de receptor (Aceituno, 2020, p.160).

Con respecto al *Método Singapur*, establece el aprendizaje de las matemáticas en relación al *enfoque CPA* y el *currículo espiral* (Rejler y Agardh, 2018, p.9-12):

a) Enfoque Concreto, Pictórico y Abstracto (CPA)

La adquisición de un conocimiento conceptual en los estudiantes se fomenta mediante la progresión de tres modos de representación según el grado de desarrollo cognitivo. Éstos son: enactivo, icónico y simbólico. El primer modo **Enactivo** permite el aprendizaje mediante una respuesta motriz, es decir, la manipulación de objetos concretos o físicos. El segundo modo **Icónico** se acentúa en las imágenes mentales, en otras palabras, la representación gráfica de los objetos manipulados anteriormente. Posteriormente, el tercer modo **Simbólico** utiliza los signos y símbolos para representar objetos o situaciones (Zapatera, 2020, p.268).

El *Método Singapur* adaptó los tres modos de representación en un solo enfoque llamado **CPA** (Concreto - Pictórico - Abstracto). En la etapa **Concreta**, los estudiantes comprenden los conocimientos matemáticos mediante la manipulación de materiales concretos (Putri et al., 2019, p.25). Según Tapia y Murillo (2020) se puede considerar el uso de los materiales estructurados como no estructurados que formen parte del uso cotidiano de los estudiantes con el fin de incrementar su motivación (p.16). Seguidamente, la etapa **Pictórica** que permite la representación de las cantidades

matemáticas, es decir, la representación gráfica (Putri et al., 2019, p.25). Torregrosa et al. (2021) afirma que el dibujo o el uso de esquemas facilita la comprensión y resolución de los problemas matemáticos (p.106). Por último, la etapa **Abstracto** donde se utilizan los signos y símbolos matemáticos para aplicar el conocimiento comprendido por el estudiante en las etapas anteriores (Putri et al., 2019, p.25).

Velásquez (2019) menciona que los modos de representación no surgen de manera espontánea en los estudiantes, sino que contarán con el apoyo del docente para iniciar la transición de los saberes (p.218).

b) Currículo Espiral

El *currículo* tiene un carácter espiral que se desarrolla de manera progresiva, es decir, el estudiante aprende desde los conocimientos básicos hasta llegar a los complejos (Menezes de Oliveira y Jappe, 2021, p.4). Bruner (2018) justifica que cada materia impartida debe adaptarse a un contexto problemático que la sociedad considera como fuente de interés. Además, debe iniciarse con procedimientos sencillos para luego aumentar su complejidad, evitando saturar de conceptos sin ninguna comprensión del mismo fuera de la madurez cognitiva. Por ende, se recomienda realizar una revisión constante sobre los conceptos a impartir (p.221-223).

El *Método Singapur* consideró este apartado aplicando el currículo espiral de los contenidos matemáticos de forma escalonada, es decir, en los primeros ciclos de Educación Primaria introducir actividades lúdicas para luego finalizar los últimos ciclos con conceptos y procedimientos, de tal manera que será de fácil comprensión debido a su interiorización (Zapatera, 2020, p.269).

2. Aportes de Zoltan Dienes

Creador de los *Bloques Lógicos* y *Bloques Multibásicos*, materiales didácticos que orientan a la apertura de experiencias para el aprendizaje de contenidos matemáticos con el objetivo de presentar el pensamiento con relación a las capacidades de los estudiantes de Educación Primaria (Dalcin y Silva, 2019, p.674).

Machado y Castor (2022) sostienen que Dienes, en 1971, estableció *cuatro principios* relacionados con la enseñanza de las matemáticas. Éstos son:

a) Principio Dinámico

El conocimiento matemático se elabora eventualmente mediante experiencias en un ambiente activo, donde el *juego* y el *uso del material concreto* son considerados primordiales en una fase de exploración.

b) Principio de Constructividad

Los estudiantes construyen el conocimiento matemático por medio del descubrimiento. Se identifica al pensador constructivo que, según Piaget, se ubicaría en la etapa operativa concreta.

c) Principio de Incorporación Múltiple

Se proyecta una comprensión abstracta del conocimiento matemático, es decir, se utilizan varias representaciones. En este caso, los estudiantes realizan representaciones esquemáticas para elaborar su propio lenguaje de la misma (Gutiérrez, 2021).

d) Principio de la Variabilidad Matemática

Los estudiantes reflexionan sobre las características del conocimiento matemático habiendo logrado la comprensión de los principios anteriores. En otras palabras, se estructura el sistema simbólico, considerando los axiomas y las demostraciones para concluir teoremas (Gutiérrez, 2021).

En el *Método Singapur* se optó la *Variabilidad Matemática* como resultado final de los principios mencionados por Dienes, en que los estudiantes construirán sus propias estrategias para la resolución de actividades y problemas matemáticos mediante la manipulación del material concreto y la representación gráfica de los conceptos matemáticos con el fin de comprender los procedimientos o axiomas (Zapatera, 2020).

3. Aportes de Richard Skemp

Sari (2021) ejemplifica a Skemp como uno de los expertos en describir los tipos de pensamiento matemático: La comprensión instrumental y la comprensión relacional:

a) Comprensión Instrumental

Asociada a la premisa "*saber hacer*". Los estudiantes utilizan métodos y procedimientos para resolver problemas sin conocer la comprensión del mismo (p.76). Según Costello (2022) refiere a la capacidad de ejecutar cálculos de manera acrítica.

Se caracteriza por ser pasiva, en otras palabras, basada en la memorización de fórmulas matemáticas donde la aplicación es de manera rápida (p.39).

b) Comprensión Relacional

Basada en la premisa “*saber por qué hacerlo*”. Caracterizada por la explicación del conocimiento matemático para la resolución de un problema, es decir, la comprensión significativa de los procedimientos realizados. Esto incluye la conciencia de los conceptos matemáticos para su utilidad en la vida estableciendo una relación entre el aprendizaje previo y nuevo para la construcción de esquemas mentales (Costello, 2022, p.38).

El *Método Singapur*, orientado por los aportes de Skemp, consideró la *comprensión relacional* en el aprendizaje de las matemáticas señalando que los estudiantes puedan producir sus propias estrategias para resolver problemas conociendo el significado del mismo, donde la interacción y colaboración asumen un papel importante. Aunque la resolución tome tiempo, el objetivo es fomentar el razonamiento lógico, no basándose solo en la respuesta sino en el proceso (Tapia y Murillo, 2020, p.18).

4. Aportes de Lev Vygotsky

Conocido por ser fundador de la *Teoría Sociocultural*, donde se especifican los conceptos de *Interacción Social* y el *Lenguaje* para el aprendizaje (Mohammed y Kinyo, 2020; Magallanes et al., 2021):

a) Interacción Social

El aprendizaje se desarrolla mediante actividades del entorno social y el contexto colaborativo (Mohammed y Kinyo, 2020, p.251). Para Acosta (2021), la construcción del conocimiento es producto de la observación y la participación del individuo con sus semejantes que se da a través de la mediación para la obtención de una meta (p.44).

b) Lenguaje

Magallanes et al. (2021) resalta que el lenguaje posee una función comunicativa producto de la interacción con otros individuos, lo cual permite la apropiación del conocimiento (p.31).

Por lo tanto, en el *Método Singapur*, las clases de matemática se estructuran en tres momentos: Primero, la tarea de anclaje se inicia con la exploración conjunta de una actividad inicial; segundo, la práctica guiada donde los estudiantes ejecutan y

comunican juntos las actividades desarrolladas y finalmente, la práctica independiente en que cada estudiante construye sus conocimientos haciendo uso de sus propias habilidades adquiridas (Rejler y Agardh, 2018, p.7).

5. Aportes de George Pólya

Matemático húngaro y autor del libro "*Cómo plantear y resolver problemas*" (Meneses y Peñaloza, 2019, p.13). Oliveros et al. (2021) describe cuatro fases para la resolución de problemas matemáticos:

- a) Primera Fase: se comprende el problema mediante la identificación de los datos e incógnitas. Los estudiantes realizan el parafraseo del problema.
- b) Segunda Fase: el docente guía a los estudiantes en la concepción de un plan mediante la elección de estrategias con los conocimientos previamente adquiridos.
- c) Tercer Fase: los estudiantes ejecutan el plan. Se elabora un proceso creativo.
- d) Cuarta Fase: se considera la solución del problema mediante una visión retrospectiva. Los estudiantes afianzan sus conocimientos matemáticos y forman aptitudes para la resolución de problemas.

El *Método Singapur*, bajo la perspectiva de George Pólya, enfatiza el aprendizaje de las matemáticas desde un *Enfoque de Resolución de Problemas*, donde los estudiantes desarrollan la reflexión, comunicación y razonamiento mediante la aplicación de las cuatro fases mencionadas para la construcción del conocimiento matemático (Rejler y Agardh, 2018, p.10-11).

2.2.2. Marco Curricular del Método Singapur

El Ministerio de Educación de Singapur (MOE, 2021) indica que el currículo de Matemáticas está centrado en la *Resolución de Problemas* lo cual guía los programas de la Educación Primaria. Este enfoque se organiza en cinco componentes interrelacionados entre sí:

- a) Conceptos: la enseñanza de los conceptos matemáticos se realiza mediante la indagación y exploración por parte de los estudiantes para la comprensión de las propiedades. El plan de estudios para Primaria se basa en los conceptos de Números, Álgebra, Medición, Geometría y Estadística.
- b) Habilidades: la capacidad que poseen los estudiantes para la resolución de problemas fundamentado en el cálculo numérico, visualización espacial, análisis de datos,

medición, manipulación algebraica, estimación y la utilidad de herramientas matemáticas.

- c) Procesos: basada en las prácticas matemáticas que engloban las habilidades de razonamiento, la comunicación, aplicación de la heurística y la modelización para la adquisición de nuevos conocimientos y resolución de problemas.
- d) Metacognición: consiste en la reflexión de los aprendizajes, es decir, tomar conciencia de las estrategias utilizadas por parte del estudiante con el fin de autorregularse.
- e) Actitudes: referente al estado emocional para el aprendizaje de las Matemáticas, en otras palabras, fomentar actitudes positivas que conlleven a la confianza, motivación y perseverancia en la resolución de problemas.

2.2.3. Ventajas y desventajas

A continuación, se presenta una serie de ventajas por parte del Método Singapur tras ser aplicado a situaciones de aula. Por ejemplo:

2.2.3.1. Ventajas

- a) Adopta una serie de estrategias por parte del estudiante para facilitar la comprensión de los problemas matemáticos mediante el uso de materiales manipulativos, la creatividad e intuición centrado en el constructivismo (Zapatera, 2020).
- b) Desarrolla en los estudiantes la confianza a la hora de trabajar con las matemáticas ya que son capaces de resolver problemas por sí mismos, lo cual fomenta una actitud positiva en su rendimiento (Jusufovic y El-Madhoun, 2021).
- c) La implementación de *trabajos inclusivos* permite entre los estudiantes aprender de manera conjunta, obteniendo múltiples beneficios cooperativos para compartir ideas y razonamientos en mejores ambientes (Rejler y Agardh, 2018).
- d) El cambio de mentalidad en el docente centrado en la búsqueda de estrategias y el avance pausado de los contenidos matemáticos, conlleva a mejorar a su confianza para ser matemático (Boyd y Ash, 2018).

2.2.3.2. Desventajas

Por otro lado, según las investigaciones de Jusufovic y El-Madhoun (2021), se muestran las siguientes desventajas en la aplicación del Método Singapur. Éstos pueden ser:

- a) La ejecución del método podría mostrar ciertos desafíos relacionados a la dinámica del aula, es decir, a la interacción social que lo caracteriza. En una entrevista realizada por los investigadores, una docente describe que tuvo dificultades en su implementación porque sus estudiantes no se relacionaban entre sí, lo cual produjo agresiones verbales. Por ende, la docente concluyó que el método, en relación a la *práctica guiada* donde se debe trabajar en conjunto para desarrollar diversas actividades, se complicaría en los grados superiores de Educación Primaria. Por lo tanto, es importante trabajar a la par la convivencia escolar.
- b) El tiempo de clase del modelo de Singapur es de 60 minutos, lo cual puede generar dificultades en relación al tiempo ya que cada escuela tiene su propia programación horaria. Las actividades se pueden prolongar en las primeras edades a diferencia de los más jóvenes.

2.2.4. Investigaciones del Método Singapur en Educación Primaria

2.2.4.1. Implementación en México

Rivera y Ahumado (2019) muestran en su investigación el diagnóstico y la primera intervención del docente en una escuela primaria pública en San Luis de Potosí (México) con estudiantes de quinto grado. La metodología implementada fue la investigación acción obteniendo como resultados, particularmente en el ítem 2 (problemas de adición y sustracción con fracciones heterogéneas) y 7 (comparación de fracciones heterogéneas), la comprensión de fracciones mediante el enfoque Concreto, Pictórico y Abstracto (CPA) del método Singapur logrando que los estudiantes con mayor dificultad obtuvieran un buen aprendizaje.

2.2.4.2. Implementación en Bolivia

En la tesis de Calle (2021) se tiene como objetivo mejorar el aprendizaje respecto a la resolución de ejercicios con fracciones. La metodología está situada bajo un enfoque cuantitativo con un diseño cuasi experimental (post-test y grupo de control), es decir, 26 estudiantes de sexto "A" quienes son beneficiados con el método Singapur en comparación con 24 estudiantes del sexto "B". Los resultados evidenciaron una mejor comprensión en el aprendizaje de las fracciones en los estudiantes de sexto "A" obteniendo un mayor rendimiento.

2.2.4.3. Implementación en Perú

En el trabajo de investigación de González (2022) presenta como objetivo medir, analizar, diseñar y validar el método en 30 estudiantes de cuarto grado. Antes de la aplicación del método, el 90% de estudiantes se situaban entre un nivel medio y bajo. Posteriormente, tras la implementación de situaciones de aprendizaje basados en el Método Singapur, se evidenció que el 80% de estudiantes se ubicaron en un nivel medio y alto, demostrando el fortalecimiento de las habilidades para comprender problemas matemáticos multiplicativos mediante el uso de materiales y estrategias.

3. Propuesta didáctica

3.1. Presentación

La presente propuesta de intervención describe la estructura de una unidad didáctica basada en la planificación de 8 sesiones de aprendizaje relacionadas con el contenido matemático de las fracciones para estudiantes de 4° grado de Educación Primaria, en edad de 9-10 años. Mediante ello, se desarrollan actividades interactivas enfocadas desde un inicio, proceso y cierre de la sesión, las cuales proporcionan estrategias del Método Singapur subdivididas en tarea de anclaje, práctica guiada e independiente con el fin de fomentar el aprendizaje grupal y la creatividad a través de una serie de ocho cómics relatadas en contextos cotidianos, lo cual permitirá que los estudiantes comprendan lo aprendido de manera vivencial.

3.2. Marco legislativo y contexto

3.2.1. Marco legislativo

Referente al marco legislativo español, se establece la normativa principal de la Ley Orgánica 3/2020, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOMLOE) y el Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por lo que se establece el currículo básico de la Educación Primaria.

Referente al marco legislativo peruano, también se enfoca en la aprobación del Currículo Nacional de la Educación Básica bajo la Resolución Ministerial N°281-2016-MINEDU y la Resolución Ministerial N°649-2016-MINEDU, del Programa Curricular de Educación Primaria, relacionado al Área de Matemática en la competencia Resuelve problemas de cantidad en el Ciclo IV correspondiente a Cuarto grado de Educación Primaria.

3.2.2. Contexto

a) Características del entorno

La institución educativa está rodeada de espacios comerciales tales como mercados, tiendas y restaurantes. Además, cuenta con varios lugares de esparcimiento, por ejemplo: parques, plazas y bibliotecas. Por otro lado, con relación a las características de los padres de familia que conforman la institución, son grupos heterogéneos los cuales presentan un nivel económico medio-alto.

b) Características del centro educativo

La institución educativa es de carácter privado y polidocente con una ideología cristiana. Presenta dos sedes, uno para Primaria y otro para Secundaria. En la sede de Primaria, se estructuran en directivos y coordinadores, plana docente, servicio de orientación psicológica, personal administrativo, personal de limpieza y de mantenimiento. Además, referente a sus instalaciones, cuenta con tres patios deportivos, una biblioteca, sala de profesores, equipos multimedia por salón y un aula de informática con acceso a internet. Con relación a la plana docente, está conformado por docentes de diferentes edades, aunque prima las edades bajo un promedio de 40 años.

c) Descripción del grupo

La muestra estudiantil para la cual se dirige esta propuesta de intervención corresponde a la edad de 9-10 años cursando el 4° grado de Educación Primaria en la sección "A", en este caso, compuesta por 25 estudiantes, de los cuales son 15 niños y 10 niñas. Este grupo se caracteriza por ser heterogéneo, uno de ellos con problemas de convivencia escolar. El rendimiento promedio del grupo se sitúa en un nivel bajo-medio presentando dificultades en el Área de Matemática debido a la falta de comprensión de los conceptos relacionados con las fracciones, lo que ha conllevado a una desmotivación para asumir retos y comunicar sus aprendizajes de manera autónoma.

3.3. Objetivos

Mediante la elaboración de la unidad didáctica, se pretende desarrollar ciertos objetivos relacionados al aprendizaje de las fracciones. Estos objetivos se estructuran en relación a la propuesta y didácticos.

Los objetivos de la propuesta de elaboración propia son:

- Secuenciar actividades en etapa concreta, pictórica y abstracta según Jerome Bruner y Zoltan Dienes.
- Fomentar el trabajo grupal para la comunicación de las estrategias y conceptos matemáticos según Lev Vygotsky.
- Elaborar actividades matemáticas para lograr la comprensión relacional según Richard Skemp.
- Ejecutar las fases para la resolución de problemas según George Pólya.

Los objetivos didácticos de elaboración propia son:

- Dividir la unidad en partes congruentes mediante plegados de papel (*Ob1*).
- Identificar el nombre oral y la escritura de las fracciones propias usando imágenes (*Ob2*).
- Representar las fracciones propias mediante diagramas (*Ob3*).
- Relacionar las fracciones impropias y número mixto usando regletas de Cuisenaire (*Ob4*).
- Establecer la cantidad de subconjuntos según el denominador de una fracción (*Ob5*).
- Seleccionar la cantidad de subconjuntos según el numerador de una fracción (*Ob6*).
- Comparar y ordenar fracciones con el mismo denominador usando la recta numérica (*Ob7*).
- Identificar fracciones equivalentes con distintos denominadores usando regletas de fracciones (*Ob8*).
- Resolver situaciones de sumas y restas de fracciones con el mismo denominador a través de policubos (*Ob9*).
- Resolver situaciones de sumas y restas de fracciones equivalentes de diferentes denominadores usando regletas de fracciones (*Ob10*).

3.4. Contenidos

Los contenidos a trabajar en la unidad didáctica están basados en una secuencia para aprender fracciones. En la tabla 1 se muestra la relación de dichos contenidos con cada uno de los objetivos didácticos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables que se procura implementar mediante la modificación del Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero.

Tabla 1. Cuadro relacional de contenidos, objetivos didácticos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje.

Nombre de la sesión	Contenidos	Objetivos Didácticos	Criterios de Evaluación	Estándares de Aprendizaje Evaluables
¿Uno entre ocho? (T1)	Concepto de fracción como relación entre las partes y el todo	Ob1	Utilizar los números fraccionarios para interpretar información en contextos de la vida cotidiana (5)	Estima y comprueba resultados mediante diferentes estrategias (5.3)
	Lectura y escritura de fracciones propias	Ob2	Leer y escribir distintos tipos de números fraccionarios (1)	Lee y escribe en textos numéricos las fracciones (1.2)
La música y las fracciones (T2)	Representación gráfica de fracciones propias	Ob1, Ob2, Ob3	Utilizar los números fraccionarios para interpretar e intercambiar información en contextos de la vida cotidiana (5)	Estima y comprueba resultados mediante diferentes estrategias (5.3)
Un delicioso postre (T3)	Relación de fracciones impropias y números mixtos	Ob4	Interpretar diferentes tipos de números según su valor , en situaciones de la vida cotidiana (2)	Interpreta en textos numéricos y de la vida cotidiana números fraccionarios utilizando razonamientos apropiados (2.2)
Paseo escolar (T4)	Concepto de fracción como conjunto	Ob5, Ob6	Utilizar los números fraccionarios para interpretar e intercambiar información en contextos de la vida cotidiana (5)	Estima y comprueba resultados mediante diferentes estrategias (5.3)
La carrera increíble (T5)	Orden y comparación de fracciones homogéneas	Ob7	Interpretar diferentes tipos de números según su valor , en situaciones de la vida cotidiana (2)	Ordena números fraccionarios básicos por comparación en la recta numérica (2.4)
¿La misma cantidad? (T6)	Fracciones equivalentes	Ob8	Utilizar los números fraccionarios para interpretar e intercambiar información en	Utiliza diferentes tipos de números en contextos reales , estableciendo equivalencias entre ellos (5.2)

			contextos de la vida cotidiana (5)	
¡Sorpresa de 4 patas! (T7)	Sumas y restas de fracciones homogéneas	Ob9	Operar con los números teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones, aplicando las estrategias personales (6)	Realiza sumas y restas de fracciones con el mismo denominador (6.6)
Una empanada salada (T8)	Sumas y restas con fracciones equivalentes	Ob10	Realizar operaciones y cálculos numéricos mediante procedimientos , haciendo referencia implícita a las propiedades de las operaciones (3)	Reduce dos o más fracciones a común denominador y calcula fracciones equivalentes (3.1.)

Fuente: modificación del Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero.

3.5. Competencias clave

Según la *Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato*, las competencias clave que se trabajan son:

- *Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CM)*: se trabajará con el desarrollo de los contenidos matemáticos asociados a las fracciones para alcanzar los aprendizajes esperados.
- *Comunicación lingüística (CL)*: se trabajará a partir de la comunicación verbal del lenguaje matemático al momento de intercambiar ideas con los integrantes del grupo.
- *Competencias sociales y cívicas (CSC)*: se trabajará mediante la conformación de grupos de trabajo rotativos para fomentar el aprendizaje grupal.
- *Competencia digital (CD)*: se trabajarán los softwares educativos como “Quizizz” y “Nearpod” para la evaluación de los aprendizajes como también “MathsBot” para el uso de manipulativos matemáticos.
- *Aprender a aprender (AA)*: se trabajará a través de una ficha metacognitiva en todas las sesiones donde los estudiantes reflexionan sobre lo aprendido.

3.6. Metodología

Las sesiones de clase se estructuran en tres momentos según el Currículo Nacional de Educación Básica (2016): *Inicio, desarrollo y cierre*. En **inicio**, se presenta la situación

significativa introductoria, la activación de los saberes previos y el planteamiento del conflicto cognitivo que genera el paso al nuevo aprendizaje. En el **desarrollo**, la aplicación de diversas estrategias propias del área y en el **cierre**, la evaluación y metacognición.

Para Rejler y Agardh (2018), las estrategias del Método Singapur se desarrollan también en tres secuencias como la *tarea de anclaje*, la *práctica guiada* y la *práctica independiente*. En la **tarea de anclaje** se consideran actividades de exploración introductorias al tema y en la **práctica guiada** se presenta una situación problemática, en este caso mediante el uso de los cómics, donde su resolución consistirá en una serie de pasos. Además, resaltar que en ambos momentos se trabaja de manera grupal. Finalmente, en la **práctica independiente** se concretiza con actividades individuales.

A continuación, en la tabla 2 se registra la relación de los momentos de la sesión junto a las actividades y estrategias del Método Singapur como también la distribución del aula para los trabajos grupales.

Tabla 2. Cuadro de distribución de actividades adaptado del Método Singapur.

MOMENTOS	ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS	DISTRIBUCIÓN DEL AULA
INICIO	1. Tarea de Anclaje <ul style="list-style-type: none"> ▪ Motivación (<i>M</i>) ▪ Saberes Previos (<i>SP</i>) ▪ Conflicto Cognitivo (<i>CC</i>) 	Los 25 estudiantes se distribuirán en grupos heterogéneos. Cada grupo estará conformado por 5 integrantes. Cabe recalcar que la formación de los grupos se realizará antes de empezar la sesión con la guía del docente.
DESARROLLO	2. Práctica Guiada <ul style="list-style-type: none"> ▪ Comprensión del problema (<i>CP</i>) ▪ Representación concreta (<i>RC</i>) ▪ Representación gráfica (<i>RG</i>) ▪ Representación simbólica (<i>RS</i>) 	
CIERRE	3. Práctica Independiente <ul style="list-style-type: none"> ▪ Evaluación (<i>EV</i>) ▪ Metacognición (<i>MT</i>) 	

Fuente: Currículo Nacional, 2016 y Rejler y Agardh ,2018.

3.7. Temporalización

La presente propuesta de intervención didáctica se ha de trabajar en el mes de abril del año académico. Contará con la elaboración de 8 sesiones en un periodo de 4 semanas, es decir,

dos sesiones por semana. Además, las sesiones tendrán una duración de 120 minutos. La actividad de **inicio** durará 30 minutos, la de **proceso** 60 minutos y la de **cierre**, 30 minutos por cada sesión. En la tabla 3 se visualizará la distribución del tiempo relacionado a las actividades.

Tabla 3. Distribución del tiempo en una sesión de clase.

Sesiones	Momentos	Estrategias	Actividades	Tiempo
Del T1 al T8	Inicio	Tarea de Anclaje	M	20 min.
			SP	5 min.
			CC	5 min.
	Proceso	Práctica Guiada	CP	10 min.
			RC	20 min.
			RG	20 min.
			RS	10 min.
	Cierre	Práctica Independiente	EV	20 min.
			MT	10 min.

Fuente: elaboración propia.

3.8. Recursos

A continuación, se muestra los recursos que se emplearán en las diversas sesiones de clase.

Pueden ser lo siguiente:

- Recursos personales: 1 docente y 25 estudiantes.
- Recursos materiales: imagen de una torta, 25 bombones, 5 barras de chocolate, 8 tarjetas, cartulina y hojas de colores, hojas bond, papelógrafos blanco y cuadriculado, pizarra acrílica, 8 cómics, policubos, regletas de Cuisenaire y de fracciones.
- Recursos audiovisuales: vídeo.
- Recursos web: programa Quizizz, Nearpod y Mathsbot.
- Recursos espaciales: aula de clases, aula de Informática y patio del colegio.

3.9. Actividades

A continuación, en este apartado se mostrarán las diversas sesiones que forman parte de la propuesta. Primeramente, se identifican los elementos curriculares (competencias, objetivos didácticos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables) y, en un segundo lugar, la estructuración de actividades secuenciadas.

Tabla 4. Sesión T1.

Competencias		Objetivos Didácticos	Criterio de Evaluación	Estándares de Aprendizaje Evaluables	
CM, CL, CS, CD, AA		Ob1, Ob2	1; 5	1.2; 5.3	
Momento	Estrategia	Actividades		Tiempo	Recursos
INICIO	Tarea de Anclaje	Evaluación inicial: antes de iniciar la sesión, se evaluará a los estudiantes con una <i>prueba individual</i> estructurada en 5 preguntas desarrolladas en el programa "Quizizz" (Ver páginas 47 al 48)		20 min	Programa Quizizz
		(M): al iniciar la sesión, se brindará a cada grupo la imagen de una torta y se solicita a los estudiantes contar una breve experiencia sobre la celebración de sus cumpleaños.		20 min	Imagen de una torta
		(SP): el grupo responderá las siguientes preguntas referente a la imagen: <i>¿Qué es una porción de torta? ¿Cómo se caracterizan las porciones de la torta? ¿Podrías repartir una torta entre varias personas?</i>		5 min	
		(CC): se presentarán unas interrogantes de reflexión para el grupo: <i>¿Qué es una fracción? El grupo puede interactuar para brindar sus posibles hipótesis.</i>		5 min	
DESARROLLO	Práctica Guiada	(CP): se mostrará el siguiente cómic a cada grupo de estudiantes: <i>¿Uno entre ocho?</i> Se pedirá a cada grupo leer las situaciones presentadas y a responder lo siguiente: <i>¿De quién es el cumpleaños? ¿Cómo se han organizado Jorge y sus amigos? ¿Cuál fue el problema que se planteaba Jorge? ¿Cómo lo resolverían?</i> A continuación, la figura 5 muestra el primer cómic que se presentará a los estudiantes y, debido a su extensión, éste se evidencia a modo de ejemplo y el resto se situará en el apartado de anexos.		10 min	Cómic

Figura 4. Imagen de una torta.



Fuente: elaboración propia.

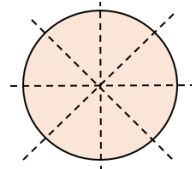
Figura 5. Cómics: ¿Uno entre ocho?



Fuente: elaboración propia utilizando el programa Storyboard Creator.

(RC): cada integrante del grupo recibirá una cartulina de color circular para representar la torta y, mediante varias divisiones, afirman que, para 8 personas, se tendrá que repartir en trozos de igual cantidad.

Figura 6. Torta circular de cartulina de color.



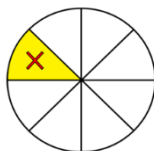
Fuente: elaboración propia.

20 min

Cartulina de colores

(RG): mediante la cuarta parte de un papelógrafo blanco, el grupo graficará las divisiones que realizaron en la cartulina de color para representar la torta.

Figura 7. Torta circular en papelógrafo blanco.



Fuente: elaboración propia.

20 min

Papelógrafo blanco



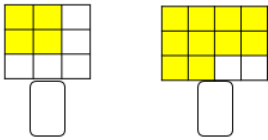













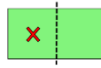
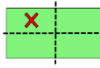
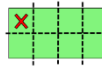

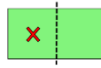
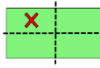
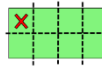

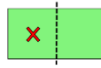
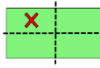
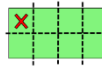
		<p>(RS): el grupo identificará lo siguiente: <i>si son 8 personas, cada uno recibirá 1 porción de un total de 8, es decir, 1/8. Por lo tanto, una fracción es dividir la unidad en partes iguales donde el numerador es la parte seleccionada y el denominador, el total de partes divididas.</i></p> <p>Figura 8. Gráfico circular con fracciones.</p>  <p>Fuente: elaboración propia.</p>	<p>10 min</p>	<p>Cartulina de colores</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">CIERRE</p>	<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Práctica Independiente</p>	<p>(EV): se brindará a cada estudiante una ficha de aplicación "Reto 1-A" donde dividirán la unidad de acuerdo a la fracción indicada usando hojas de colores y relacionándola con su nombre oral y escritura mediante 4 preguntas.</p> <p>Figura 9. Reto 1-A.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p style="text-align: center;">RETO</p> <p>1. Mediante hojas de colores divide la unidad en: (5 puntos)</p> $\frac{3}{4} =$ $\frac{4}{8} =$ <p>2. Señala la fracción de acuerdo a la parte no coloreada: (5 puntos)</p>  $\frac{5}{8}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{3}{4}$ <p>3. Escribe los nombres orales de cada fracción: (5 puntos)</p> $\frac{7}{9} =$ $\frac{5}{7} =$ <p>4. Escribe la fracción correspondiente a la parte coloreada: (5 puntos)</p>  </div> <p>Fuente: elaboración propia.</p>	<p>20 min</p>	<p>Hoja bond</p>
		<p>(MT): los estudiantes responderán el cuestionario abierto "Reflexiono y Aprendo" de manera individual, que será trabajado en todas las sesiones de la propuesta. A continuación, se muestra el modelo:</p> <p>Figura 10. Ficha de metacognición.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> <p>REFLEXIONO Y APRENDO</p> <p>A) ¿Qué aprendiste el día hoy?</p> <p>B) ¿Cómo lo aprendiste?</p> <p>C) ¿Qué dificultad tuviste al trabajar la actividad?</p> <p>D) ¿En qué debo mejorar?</p> <p>E) ¿Cómo puedo mejorar?</p> </div> <p>Fuente: elaboración propia.</p>	<p>10 min</p>	<p>Hoja bond</p>
Espacio		Agrupamientos		
Aula de referencia		Grupos heterogéneos de 5 estudiantes		

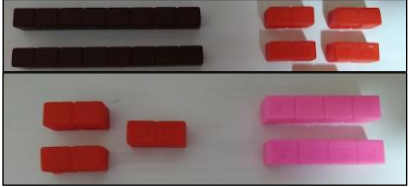
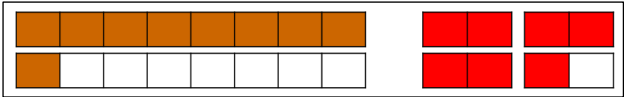
Tabla 5. Sesión T2.

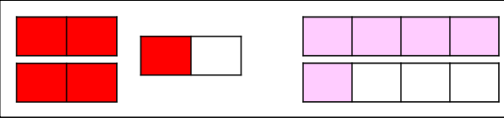
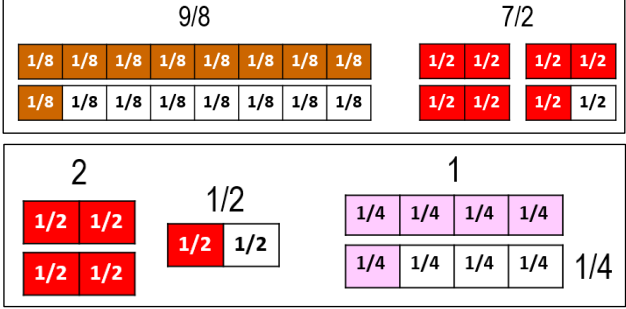
Competencias		Objetivos Didácticos	Criterio de Evaluación	Estándares de Aprendizaje Evaluables											
CM, CL, CS, CD, AA		Ob1, Ob2, Ob3	5	5.3											
Momentos	Estrategias	Actividades		Tiempo	Recursos										
INICIO	Tarea de Anclaje	<p>(M): al empezar la clase, se comentará sobre los beneficios de la música en la vida diaria. Por lo tanto, se mostrará la siguiente imagen a cada uno de los grupos formados.</p> <p style="text-align: center;">Figura 11. Figuras musicales.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">Redonda</td> <td style="text-align: center;">Blanca</td> <td style="text-align: center;">Negra</td> <td style="text-align: center;">Corchea</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Fuente: elaboración propia.</p>		Redonda	Blanca	Negra	Corchea					20 min	Imagen de figuras musicales		
		Redonda	Blanca	Negra	Corchea										
															
<p>(SP): el grupo responderá las siguientes preguntas referente a la imagen mostrada: <i>¿Cómo se le llama a ese conjunto de símbolos? ¿Cuál es el nombre de cada una de ellas?</i></p>		5 min													
<p>(CC): se presentarán unas interrogantes de reflexión para el grupo: <i>¿Cuál es la duración de cada figura musical?</i></p>		5 min													
DESARROLLO	Práctica Guiada	<p>(CP): se mostrará el siguiente cómic a los estudiantes: <i>La música y las fracciones (Ver Anexo I)</i> Se solicitará que cada grupo pueda leer las situaciones presentadas y se le invitará a responder: <i>¿Qué le sucede a Jorge? ¿Quién lo ayuda? ¿Qué es lo que le dice? ¿Cómo pueden representar gráficamente la duración de cada figura musical mostrada?</i></p>		10 min	Cómic										
		<p>(RC): a cada integrante del grupo se le brindará una hoja de color para que puedan representar, mediante dobleces, la duración de las figuras musicales (redonda, blanca, negra y corchea).</p> <p style="text-align: center;">Figura 12. Duración de figuras musicales hecha por hojas de colores.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">Redonda</td> <td style="text-align: center;">Blanca</td> <td style="text-align: center;">Negra</td> <td style="text-align: center;">Corchea</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\bigcirc = 1$</td> <td style="text-align: center;">$\text{♩} = 1/2$</td> <td style="text-align: center;">$\text{♪} = 1/4$</td> <td style="text-align: center;">$\text{♫} = 1/8$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> <td style="text-align: center;"></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">Fuente: elaboración propia.</p>		Redonda	Blanca	Negra	Corchea	$\bigcirc = 1$	$\text{♩} = 1/2$	$\text{♪} = 1/4$	$\text{♫} = 1/8$				
Redonda	Blanca	Negra	Corchea												
$\bigcirc = 1$	$\text{♩} = 1/2$	$\text{♪} = 1/4$	$\text{♫} = 1/8$												
															

	<p>(RP): con un papelógrafo cuadriculado, el grupo dibujará la representación anterior mediante diagramas.</p> <p>Figura 13. Duración de figuras musicales hecha en papelógrafo.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Redonda</th> <th>Blanca</th> <th>Negra</th> <th>Corchea</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\bigcirc = 1$</td> <td>$\text{♩} = 1/2$</td> <td>$\text{♪} = 1/4$</td> <td>$\text{♫} = 1/8$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Fuente: elaboración propia.</p>	Redonda	Blanca	Negra	Corchea	$\bigcirc = 1$	$\text{♩} = 1/2$	$\text{♪} = 1/4$	$\text{♫} = 1/8$					20 min	Papelógrafo cuadriculado
	Redonda	Blanca	Negra	Corchea											
$\bigcirc = 1$	$\text{♩} = 1/2$	$\text{♪} = 1/4$	$\text{♫} = 1/8$												
<p>(RS): el grupo verbalizará lo siguiente: <i>la “redonda” equivale a la unidad, la “blanca” a la mitad de la unidad, la “negra” en la cuarta parte de la unidad y la “corchea” en la octava parte de la unidad.</i> Por lo tanto, reforzaremos los nombres orales y la escritura de fracciones tal como se trabajó en la sesión anterior. También se pueden colocar más ejemplos de fracciones en relación a las figuras musicales y trabajar con la parte no coloreada.</p> <p>Figura 14. Duración de figuras musicales.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Redonda</th> <th>Blanca</th> <th>Negra</th> <th>Corchea</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\bigcirc = 1$</td> <td>$\text{♩} = 1/2$</td> <td>$\text{♪} = 1/4$</td> <td>$\text{♫} = 1/8$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Fuente: elaboración propia.</p>	Redonda	Blanca	Negra	Corchea	$\bigcirc = 1$	$\text{♩} = 1/2$	$\text{♪} = 1/4$	$\text{♫} = 1/8$					10 min	Papelógrafo cuadriculado	
Redonda	Blanca	Negra	Corchea												
$\bigcirc = 1$	$\text{♩} = 1/2$	$\text{♪} = 1/4$	$\text{♫} = 1/8$												
CIERRE	Práctica Independiente	<p>(EV): mediante el trabajo anterior, cada estudiante del equipo elegirá una nota musical y expondrá la representación gráfica junto al nombre oral y escrito de la fracción seleccionada. Por lo tanto, se evaluará la exposición con una rúbrica (Ver Anexo III).</p>	20 min	Papelógrafo Hojas de colores											
		<p>(MT): los estudiantes responderán el cuestionario abierto <i>“Reflexiono y Aprendo”</i> de manera individual.</p>	10 min	Hoja bond											
Espacio		Agrupamientos													
Aula de clases		Grupos heterogéneos de 5 estudiantes													

Fuente: elaboración propia.


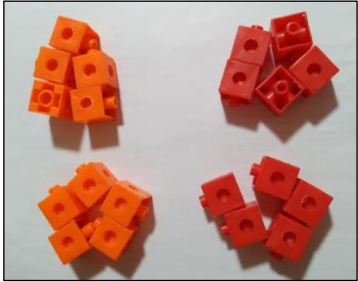
Tabla 6. Sesión T3.

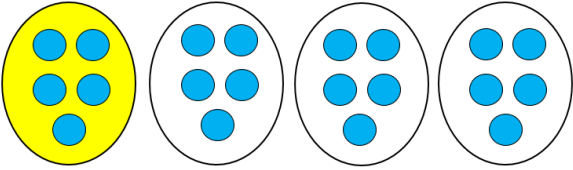
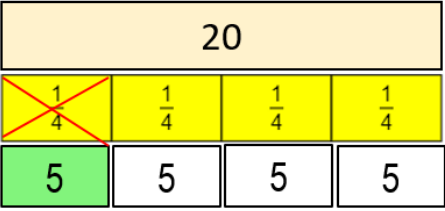
Competencias		Objetivos Didácticos	Criterio de Evaluación	Estándares de Aprendizaje Evaluables	
CM , CL , CS , CD , AA		Ob4	2	2.2	
Momentos	Estrategias	Actividades		Tiempo	Recursos
INICIO	Tarea de Anclaje	(M): para empezar la clase, los estudiantes observarán un vídeo titulado “Fracciones en la cocina” de Osorio, J. (2019).		20 min	Vídeo
		(SP): el grupo responderá las siguientes preguntas relacionadas al vídeo mostrado: <i>¿Qué ingredientes se utilizaron para preparar el arroz? ¿Qué fracciones representan cada uno de los ingredientes?</i>		5 min	
		(CC): se presentarán unas interrogantes de reflexión para el grupo: <i>¿Qué son las fracciones impropias? ¿Qué relación tendrán con los números mixtos?</i>		5 min	
DESARROLLO	Práctica Guiada	(CP): se mostrará el siguiente cómic a los estudiantes: <i>Un delicioso postre (Ver Anexo I)</i> Se solicitará que cada grupo pueda leer las situaciones presentadas y se le invitará a responder: <i>¿Qué indicación le dan a Pablo? ¿Qué le otorga su mamá? ¿Cómo son los números de la lista según Pablo? ¿Cómo se pueden representar $9/8$, $7/2$, $2 \frac{1}{2}$ y $1 \frac{1}{4}$?</i>		10 min	Cómic
		(RC): a cada grupo se le brindará el material didáctico “regleta de Cuisenaire” para su manipulación y representar las fracciones impropias y números mixtos del cómic. Figura 15. Representación con regletas de Cuisenaire.  Fuente: elaboración propia.		20 min	Regletas de Cuisenaire
		(RP): en un papelógrafo cuadriculado, el grupo dibujará lo representado anteriormente coloreando la parte del numerador para las fracciones impropias. Figura 16. Fracciones impropias y regletas de Cuisenaire.  Fuente: elaboración propia.		20 min	Papelógrafo cuadriculado

	<p>De la misma forma para los números mixtos, coloreando la cantidad de regletas que indica la parte entera y, además, también el numerador de la parte fraccionaria.</p> <p>Figura 17. Números mixtos y regletas de Cuisenaire.</p>  <p>Fuente: elaboración propia.</p>		
	<p>(RS): el grupo verbalizará lo siguiente: <i>las fracciones impropias son aquellas cuyo denominador es mayor al numerador, por lo tanto, podemos descomponerlo en unidades para encontrar el número mixto que está conformado por una parte entera y una fraccionaria propia.</i></p> <p>Además, también se reforzará el nombre oral de las fracciones impropias como números mixtos.</p> <p>Figura 18. Fracciones impropias y número mixto.</p>  <p>Fuente: elaboración propia.</p>	<p>10 min</p>	<p>Papelógrafo cuadrículado</p>
<p>CIERRE</p>	<p>(EV): cada estudiante resolverá una ficha de aplicación “Reto 2-B” en el programa “Nearpod” que consta de 4 preguntas sobre el tema aprendido en el aula de Informática (Ver Anexo II).</p>	<p>20 min</p>	<p>Programa Nearpod</p>
	<p>(MT): los estudiantes responderán el cuestionario abierto “Reflexiono y Aprendo” de manera individual.</p>	<p>10 min</p>	<p>Hoja bond</p>
<p>Espacio</p>		<p>Agrupamientos</p>	
<p>Aula de clases y Aula de Informática</p>		<p>Grupos heterogéneos de 5 estudiantes</p>	

Fuente: elaboración propia.

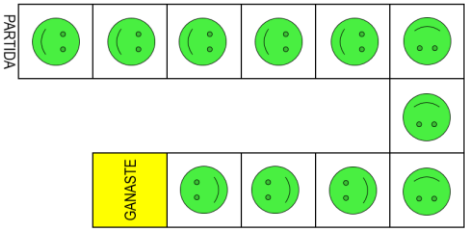

Tabla 7. Sesión T4.


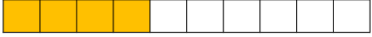
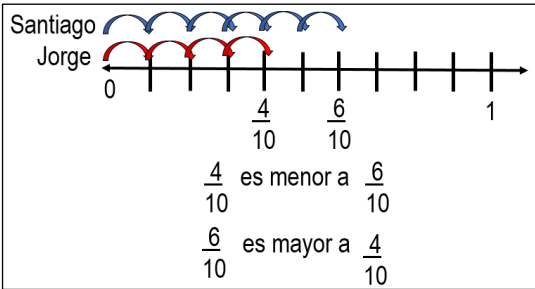
Competencias		Objetivos Didácticos	Criterio de Evaluación	Estándares de Aprendizaje Evaluables	
CM, CL, CS, CD, AA		Ob5, Ob6	5	5.3	
Momentos	Estrategias	Actividades		Tiempo	Recursos
INICIO	Tarea de Anclaje	<p>(M): al iniciar la clase, se colocará 25 caramelos en la mesa de cada grupo. Se pedirá a los estudiantes repartir en cantidades iguales entre los miembros del equipo.</p> <p style="text-align: center;">Figura 19. Imagen de caramelos.</p>  <p style="text-align: center;">Fuente: elaboración propia.</p>		20 min	25 chocolates
		<p>(SP): el grupo responderá las siguientes preguntas relacionado a la actividad anterior: <i>¿Cuántos caramelos tenías al inicio? ¿Cuántos caramelos corresponderá a cada integrante?</i></p>		5 min	
		<p>(CC): se presentarán unas interrogantes de reflexión para el grupo: <i>¿Cuántos subconjuntos formaste? Si seleccionamos dos subconjuntos, ¿Qué fracción representa del total?</i></p>		5 min	
DESARROLLO	Práctica Guiada	<p>(CP): se mostrará el siguiente cómic a los estudiantes: <i>Un divertido paseo (Ver Anexo I)</i> Se solicitará que cada grupo pueda leer las situaciones presentadas y se le invitará a responder: <i>¿A dónde irán Jorge y sus compañeros? ¿Cómo se llama el parque de diversiones? ¿Cuál fue la indicación del guía? ¿Cuántos estudiantes ingresaron a cada juego?</i></p>		10 min	Cómic
		<p>(RC): a cada grupo se le repartirá un material didáctico como los “policubos”. Mediante ello, representarán a los 20 estudiantes y formarán grupos según el denominador de la fracción.</p> <p style="text-align: center;">Figura 20. Policubos.</p>  <p style="text-align: center;">Fuente: elaboración propia.</p>		20 min	Policubos

	<p>(RP): mediante un papelógrafo blanco, los integrantes del grupo dibujarán la representación de los policubos en subconjuntos guiados por el denominador y la selección del subconjunto por el numerador.</p> <p>Figura 21. Subconjuntos.</p>  <p>Fuente: elaboración propia.</p>	20 min	Papelógrafo blanco
	<p>(RS): a través del programa “Mathsbot”, usando los manipulativos virtuales, el grupo verbalizará lo siguiente: <i>el total de estudiantes eran 20, de los cuales $\frac{1}{4}$ representa la cuarta parte de la cantidad, es decir, formamos 4 subconjuntos según el denominador y seleccionamos un subconjunto según el numerador, por lo tanto, 5 estudiantes ingresaron a cada juego.</i></p> <p>Figura 22. Fracción como conjunto.</p>  <p>Fuente: elaboración propia usando el programa Mathsbot.</p>	10 min	Programa Mathsbot
CIERRE	<p>(EV): cada estudiante del equipo elegirá una cantidad y representará la fracción del total en un papelógrafo blanco y lo verbalizará a través de una exposición que será evaluado mediante una rúbrica (Ver Anexo III).</p>	20 min	Papelógrafo
	<p>(MT): los estudiantes responderán el cuestionario abierto “<i>Reflexiono y Aprendo</i>” de manera individual.</p>	10 min	Hoja bond
Espacio		Agrupamientos	
Aula de clases y Aula de Informática		Grupos heterogéneos de 5 estudiantes	

Fuente: elaboración propia.


Tabla 8. Sesión T5.



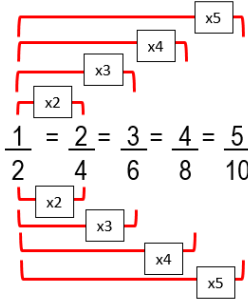
Competencias		Objetivos Didácticos	Criterio de Evaluación	Estándares de Aprendizaje Evaluables	
CM, CL, CS, CD, AA		Ob7	2	2.4	
Momentos	Estrategias	Actividades		Tiempo	Recursos
INICIO	Tarea de Anclaje	<p>(M): para iniciar la sesión, cada equipo se dirigirá al patio del colegio para jugar “El caminito”, la cual está dividida en 12 recuadros de igual tamaño. El juego consiste en avanzar la máxima cantidad de recuadros mediante el lanzamiento de dos dados. Los integrantes del equipo pueden rotar para el juego.</p> <p>Figura 23. Juego: el caminito.</p>  <p>Fuente: elaboración propia.</p>		20 min	Patio
		<p>(SP): los integrantes del grupo responderán las siguientes preguntas: <i>¿Qué fracción representa los saltos que dieron cada compañero de tu grupo?</i></p>		5 min	
		<p>(CC): se presentarán unas interrogantes de reflexión para el grupo: <i>¿Cómo podemos comparar y ordenar fracciones con igual denominador? ¿Qué estrategia podemos usar?</i></p>		5 min	
DESARROLLO	Práctica Guiada	<p>(CP): mostramos el siguiente cómic a los estudiantes: <i>La carrera increíble (Ver Anexo I)</i> Se pedirá que cada grupo pueda leer las situaciones presentadas y a responder lo siguiente: <i>¿Qué le recomendaron sus amigos a Jorge? ¿Por qué Esther se sintió asustada? ¿Qué fracción representa lo recorrido por Jorge? ¿Qué fracción representa lo recorrido por Santiago? ¿Cuál de ellas será la mayor y menor fracción?</i></p>		10 min	Cómic
		<p>(RC): a cada grupo se le brindará el material didáctico “regleta de Cuisenaire” para representar las fracciones con igual denominador planteadas en el cómic.</p> <p>Figura 24. Comparación de fracciones homogéneas.</p>  <p>Fuente: elaboración propia.</p>		20 min	Regletas de Cuisenaire

	<p>(RP): en una pizarra acrílica, los integrantes del grupo graficarán las fracciones con igual denominador, anteriormente mencionados, para compararlos.</p> <p>Figura 25. Diagrama de fracciones homogéneas.</p> <p>Santiago </p> <p>Jorge </p> <p>Fuente: elaboración propia.</p>	20 min	Pizarra acrílica
	<p>(RS): el grupo verbalizará lo siguiente: <i>al comparar fracciones con igual denominador, es decir, la unidad se ha dividido en la misma cantidad de partes, será mayor o menor dependiendo del numerador de la fracción.</i></p> <p>Además, el grupo utilizará la recta numérica para ordenar las fracciones, por ello dividen la unidad en diez partes iguales, luego ubican las fracciones.</p> <p>Figura 26. Recta numérica.</p>  <p>Fuente: elaboración propia.</p>	10 min	Papelógrafo
CIERRE	<p>(EV): cada estudiante resolverá una ficha de aplicación “Reto 3-C” en el programa “Quizizz” que consta de 4 preguntas sobre el tema aprendido en el aula de Informática (Ver Anexo II).</p>	20 min	Programa Quizizz
	<p>(MT): los estudiantes responderán el cuestionario abierto “Reflexiono y Aprendo” de manera individual.</p>	10 min	Hoja bond
Espacio		Agrupamientos	
Aula de clases, aula de Informática y patio del colegio.		Grupos heterogéneos de 5 estudiantes	

Fuente: elaboración propia.

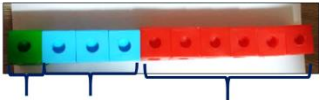
Tabla 9. Sesión T6.

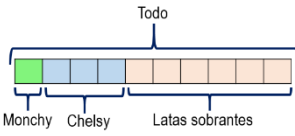
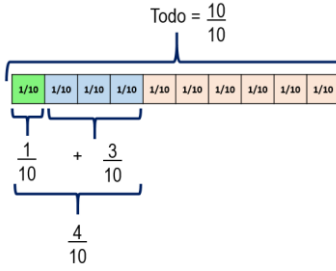
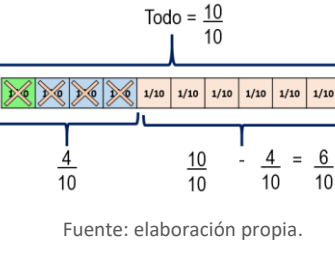
Competencias		Objetivos Didácticos	Criterio de Evaluación	Estándares de Aprendizaje Evaluables	
CM, CL, CS, CD, AA		Ob8	5	5.2	
Momentos	Estrategias	Actividades		Tiempo	Recursos
INICIO	Tarea de Anclaje	<p>(M): al iniciar la clase, cada integrante del equipo se le entregará una barra de chocolate, de los cuales se puede apreciar que está dividida en 6 partes congruentes. Se solicita al grupo que conversen sobre sus gustos por el chocolate.</p> <p style="text-align: center;">Figura 27. Barra de chocolate.</p>  <p style="text-align: center;">Fuente: elaboración propia.</p>		20 min	5 barras de chocolate por equipo
		<p>(SP): el grupo responderá las siguientes preguntas relacionadas a la barra de chocolate: <i>¿Qué fracción representaría cada parte si lo dividimos por la mitad? ¿Qué fracción representaría si tomamos las mínimas partes de cada mitad respecto del total? ¿Cómo son los numeradores y denominadores de ambas fracciones?</i></p>		5 min	
		<p>(CC): se presentarán unas interrogantes de reflexión para el grupo: <i>¿Qué son las fracciones equivalentes? ¿Cómo podemos comparar fracciones con diferentes denominadores?</i></p>		5 min	
DESARROLLO	Práctica Guiada	<p>(CP): se muestra el siguiente cómic a los estudiantes: <i>¿La misma cantidad? (Ver Anexo I)</i> Se pedirá que cada grupo pueda leer las situaciones presentadas y se le invitará a responder: <i>¿Qué le dijo Jenny a sus amigos? ¿Qué indicación le dio Don Pepe a Jorge y Pablo? ¿Qué porción de pizza pidió cada cliente? ¿Por qué discutían Jorge y Pepe? ¿Qué fracción como 2/4, 4/8, 1/2, 3/6 o 5/10 será el mayor o menor? ¿Por qué?</i></p>		10 min	Cómic
		<p>(RC): por grupo, se entregará las “regletas de fracciones” y cada integrante representará una fracción según lo indique el cómic. Además, para la elección de la regleta correcta, se debe indicar las partes totales divididas según sea el denominador de la fracción y colocarlos uno debajo del otro para establecer la comparación.</p>		20 min	Regletas de fracciones

	<p>Figura 28. Regletas de fracciones equivalentes.</p>  <p>Fuente: elaboración propia.</p>		
	<p>(RP): en hojas bond, los integrantes representarán lo anterior mediante gráficos considerando las partes congruentes de cada fracción para establecer las equivalencias a partir de la regleta de $\frac{1}{2}$.</p> <p>Figura 29. Dibujo de fracciones equivalentes.</p>  <p>Fuente: elaboración propia.</p>	20 min	Hojas bond
	<p>(RS): el grupo verbalizará lo siguiente: <i>las fracciones equivalentes son aquellas que representan la misma cantidad a pesar de que el numerador y denominador sean distintos. En este caso, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$ y $\frac{5}{10}$ son fracciones equivalentes de $\frac{1}{2}$ porque se ha multiplicado un mismo número al numerador como denominador.</i> Por otro lado, se puede reforzar el tema comparando otras fracciones equivalentes usando las regletas como: $\frac{4}{6}$ y $\frac{8}{12}$ equivalentes a $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{10}$ equivalente a $\frac{2}{5}$, etc.</p> <p>Figura 30. Fracciones equivalentes.</p>  <p>Fuente: elaboración propia.</p>	10 min	Papelógrafo
CIERRE	<p>(EV): usando las regletas, cada estudiante establecerá un ejemplo de fracciones equivalentes usando el material concreto, un dibujo y verbalizando sus procedimientos mediante una exposición que será evaluada con una rúbrica (Ver Anexo III).</p>	20 min	Papelógrafo
	<p>(MT): los estudiantes responderán el cuestionario abierto <i>“Reflexiono y Aprendo”</i> de manera individual.</p>	10 min	Hoja bond
Espacio		Agrupamientos	
Aula de clases		Grupos heterogéneos de 5 estudiantes	

Fuente: elaboración propia.

Tabla 10. Sesión T7.

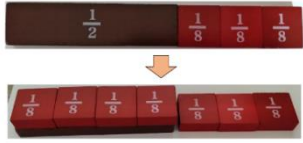

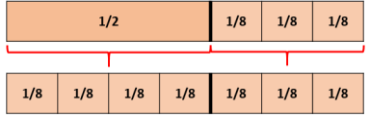
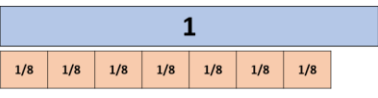
Competencias		Objetivos Didácticos	Criterio de Evaluación	Estándares de Aprendizaje Evaluables	
CM, CL, CS, CD, AA		Ob9	6	6.6	
Momentos	Estrategias	Actividades		Tiempo	Recursos
INICIO	Tarea de Anclaje	(M): iniciando la sesión, a cada grupo se le mostrará jarras de diferentes capacidades como: 1 L, ½ L y de ¼ L. Se solicitará a los estudiantes llenar un recipiente que contenga ¾ L de agua solo usando las jarras ya establecidas.		20 min	Patio
		(SP): el grupo responderá las siguientes preguntas: <i>¿Qué jarra eligieron para llenar el recipiente con la capacidad establecida? ¿Cuántos trasvases realizaron?</i>		5 min	
		(CC): se presentan unas interrogantes de reflexión para el grupo: <i>¿Qué operación considerarías para obtener los ¾ litros? ¿Cómo se suman y restas fracciones con igual denominador?</i>		5 min	
DESARROLLO	Práctica Guiada	(CP): mostramos el siguiente cómic a los estudiantes: <i>¡Sorpresa de 4 patas!</i> (Ver Anexo I) Se solicita que cada grupo pueda leer las situaciones presentadas y se le invitará a responder: <i>¿Qué sorpresa le dieron a Jorge? ¿Cómo se llamaban sus perritos? ¿Qué recomendación les brindó el veterinario? ¿Qué fracción representa la cantidad de latas que comieron los dos perros? ¿Qué fracción representa la cantidad de latas que sobró?</i>		10 min	Cómic
		(RC): al grupo se le brindará los “policubos” para representar la cantidad de latas de carne que se describe en el cómic, en este caso, se usarán los colores verde y celeste para diferenciar las latas comidas por cada perro respecto del total y rojo, las latas sobrantes.		20 min	Policubos
		<p style="text-align: center;">Figura 31. Policubos de colores.</p>  <p style="text-align: center;">Monchy Chelsy Latas sobrantes</p> <p style="text-align: center;">Fuente: elaboración propia.</p>		20 min	Cartulina de colores
(RP): usando cartulina de colores, como la mostrada anteriormente, los integrantes del grupo representarán las fracciones mediante gráficos. Además, se considera el todo como la unidad.		20 min	Cartulina de colores		

	<p align="center">Figura 32. Gráfico de latas respecto del total.</p>  <p align="center">Fuente: elaboración propia.</p>		
	<p>(RS): el grupo verbalizará lo siguiente: <i>para sumar y restar fracciones con igual denominador, solo se operan los numeradores y el denominador permanece. Por lo tanto, ambos perros comieron 4/10 de las latas de carne y sobraron 6/10 respecto del total.</i></p> <p>Además, se pueden proponer otros ejemplos donde los estudiantes sumen y resten fracciones con igual denominador respecto del total, es decir, la unidad.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="422 772 774 1131"> <p align="center">Figura 33. Adición.</p>  <p align="center">Fuente: elaboración propia.</p> </div> <div data-bbox="805 772 1157 1131"> <p align="center">Figura 34. Sustracción.</p>  <p align="center">Fuente: elaboración propia.</p> </div> </div>	<p align="center">10 min</p>	<p align="center">Papelógrafo</p>
<p align="center">CIERRE</p>	<p>(EV): cada estudiante resolverá una ficha de aplicación “Reto 4-D” en el programa “Nearpod” que consta de 4 preguntas sobre el tema aprendido en el aula de Informática. Simultáneamente, también ingresarán al programa “Mathsbot” para que puedan realizar operaciones con los manipulativos (Ver Anexo II).</p> <p>(MT): los estudiantes responderán el cuestionario abierto “Reflexiono y Aprendo” de manera individual.</p>	<p align="center">20 min</p>	<p align="center">Programa Nearpod Programa Mathsbot</p>
<p align="center">Espacio</p>		<p align="center">Agrupamientos</p>	
<p align="center">Aula de clases y Aula de Informática.</p>		<p align="center">Grupos heterogéneos de 5 estudiantes</p>	

Fuente: elaboración propia.

Tabla 11. Sesión T8.

Competencias		Objetivos Didácticos	Criterio de Evaluación	Estándares de Aprendizaje Evaluables	
CM, CL, CS, CD, AA		Ob10	3	3.1	
Momentos	Estrategias	Actividades		Tiempo	Recursos
INICIO	Tarea de Anclaje	<p>(M): iniciando la sesión, a cada grupo se le brindará un juego de memoria donde reforzarán el tema de fracciones equivalentes. Este juego consta de ocho tarjetas, de las cuales deben estar volteadas sobre la mesa. Los integrantes, por turno, observan y establecen la relación correcta.</p> <p style="text-align: center;">Figura 35. Juego de memoria.</p> <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$\frac{1}{2}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$\frac{3}{6}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$\frac{2}{5}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$\frac{1}{3}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$\frac{2}{4}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$\frac{4}{10}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$\frac{3}{9}$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">$\frac{6}{12}$</div> </div> <p style="text-align: center;">Fuente: elaboración propia.</p>		20 min	Tarjetas
		<p>(SP): el grupo responderá las siguientes preguntas: <i>¿Qué son las fracciones equivalentes? ¿Qué pareja de fracciones equivalentes encontraste?</i></p>		5 min	
		<p>(CC): se presentan unas interrogantes de reflexión para el grupo: <i>¿Cómo podemos sumar o restar fracciones con diferente denominador? ¿Qué estrategia usaríamos?</i></p>		5 min	
DESARROLLO	Práctica Guiada	<p>(CP): se mostrará el siguiente cómic a los estudiantes: <i>Una empanada salada (Ver Anexo I)</i> Se pedirá que cada grupo pueda leer las situaciones presentadas y se le invitará a responder: <i>¿Sobre qué tema se hablaba en la clase? ¿Qué le dijo Esther a Jorge? ¿Qué decidió hacer Jorge frente a su hambre? ¿Cómo iba a preparar su empanada? ¿Cuánto kg de sal echó a su empanada? ¿Cuánto sobró?</i></p>		10 min	Cómic
		<p>(RC): cada grupo recibirá las “regletas de fracciones” para representar las fracciones presentadas en el cómic, en este caso $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$ y la unidad. Primero, los estudiantes buscarán fracciones equivalentes, es decir, que puedan tener el mismo denominador. Estas regletas son colocadas uno al costado del otro para denotar una adición. Segundo, consideran a la unidad como el equivalente a la fracción formada, ésta es colocada encima de otra para denotar una sustracción.</p>		20 min	Regletas de fracciones

	<p>Figura 36. Regletas equivalentes en la suma.</p>  <p>Fuente: elaboración propia.</p> <p>Figura 37. Regletas equivalentes en la resta.</p>  <p>Fuente: elaboración propia.</p>		
	<p>(RP): usando hojas de colores, el grupo representará lo anterior mediante diagramas, para ello utilizarán regla con el fin de indicar partes congruentes entre las mismas.</p> <p>Figura 38. Diagrama de equivalencia para sumar.</p>  <p>Fuente: elaboración propia.</p> <p>Figura 39. Diagrama de equivalencia para restar.</p>  <p>Fuente: elaboración propia.</p>	20 min	Hojas de colores
	<p>(RS): el grupo verbalizará lo siguiente: <i>para sumar y restar fracciones con diferente denominador, se buscará fracciones equivalentes, es decir, con el mismo denominador para que luego se pueda operar los numeradores. Finalmente, Jorge echó 7/8 kg de sal a su empanada, por lo tanto, sobra solo 1/8 kg.</i> Además, se recordará el tema anterior sobre fracciones equivalentes para la resolución de problema.</p> <p>Figura 40. Operación con fracciones equivalentes.</p> <p style="text-align: center;"><u>Adición</u> <u>Sustracción</u></p> $\frac{1}{2} = \frac{4}{8} \quad \frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8} \quad 1 = \frac{8}{8} \quad \frac{8}{8} - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$ <p style="text-align: center;">Fuente: elaboración propia.</p>	10 min	Papelógrafo
CIERRE	<p>(EV): Evaluación final: al término de la sesión, se evaluará a los estudiantes con una <i>prueba individual</i> organizada en 10 preguntas sobre los temas aprendidos durante toda la propuesta (Ver páginas 49 al 50).</p>	45 min	Hoja bond
	<p>(MT): los estudiantes responderán al cuestionario abierto “<i>Reflexiono y Aprendo</i>” de manera individual. Además, evaluarán la interacción de sus compañeros de grupo mediante una escala de estimación (Ver página 51).</p>	10 min	Ficha
Espacio		Agrupamientos	
Aula de clases		Grupos heterogéneos de 5 estudiantes	

3.10. Evaluación

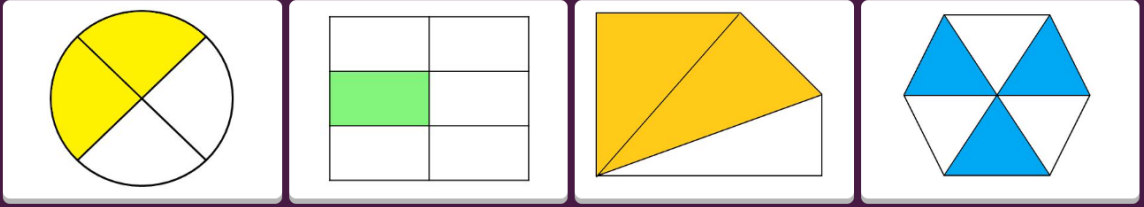
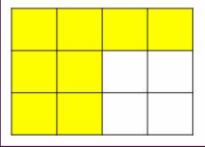
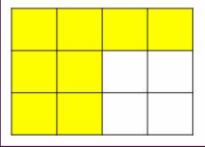
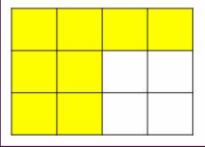
3.10.1. Criterios de evaluación

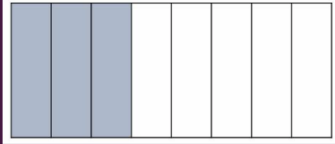
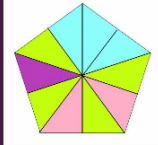
Los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables que se han de utilizar en el proceso de evaluación están descritas en el apartado de “Contenidos” estructurados en la Tabla 1.

3.10.2. Tipos de evaluación

El proceso de evaluación de la propuesta consta de tres fases como: **Inicial, continua y final**. La **evaluación inicial** permitirá el diagnóstico de conocimientos previos respecto al contenido de las fracciones que se desarrollará antes del inicio de la sesión T1 mediante un instrumento de evaluación como la *prueba individual* usando el programa “Quizizz”. El tipo de evaluación está basado en la *heteroevaluación* donde el docente califica al estudiante. En la figura 41 se muestra el diseño de la evaluación inicial dirigido a los estudiantes.

Figura 41. Preguntas de la evaluación inicial.

PREGUNTA 1	<p>Señala la figura que NO representa a una FRACCIÓN.</p> 						
PREGUNTA 2	<table border="1" style="width: 100%;"><tr><td style="text-align: center;"></td><td style="text-align: center;"><p>Don Juan tiene un terreno de cultivo. Si la parte coloreada representa el cultivo de zanahorias. ¿Qué fracción señalaría la parte que le falta por sembrar?</p></td></tr><tr><td style="text-align: center;">4/8</td><td style="text-align: center;">8/12</td></tr><tr><td style="text-align: center;">4/12</td><td style="text-align: center;">12/12</td></tr></table>		<p>Don Juan tiene un terreno de cultivo. Si la parte coloreada representa el cultivo de zanahorias. ¿Qué fracción señalaría la parte que le falta por sembrar?</p>	4/8	8/12	4/12	12/12
	<p>Don Juan tiene un terreno de cultivo. Si la parte coloreada representa el cultivo de zanahorias. ¿Qué fracción señalaría la parte que le falta por sembrar?</p>						
4/8	8/12						
4/12	12/12						

<p>PRECUNTA 3</p>	 <p>¿Qué fracción representa la parte coloreada?</p>				
	<table border="1"> <tr> <td>Tres quintos.</td> <td>Tres octavos.</td> <td>Tres y cinco.</td> <td>Tres y ocho.</td> </tr> </table>	Tres quintos.	Tres octavos.	Tres y cinco.	Tres y ocho.
Tres quintos.	Tres octavos.	Tres y cinco.	Tres y ocho.		
<p>PRECUNTA 4</p>	 <p>¿Qué fracción representa la parte coloreada de verde respecto del total?</p>				
	<table border="1"> <tr> <td>$4/10$</td> <td>$10/4$</td> <td>$4/4$</td> <td>$4/6$</td> </tr> </table>	$4/10$	$10/4$	$4/4$	$4/6$
$4/10$	$10/4$	$4/4$	$4/6$		

Fuente: elaboración propia utilizando el programa Quizizz.

La **evaluación continua** valorará el progreso de los estudiantes respecto a los contenidos impartidos desde la sesión T1 hasta la T8 usando instrumentos de evaluación como las *pruebas individuales* a través de fichas llamadas “Retos” que pueden ser escritos o usando el programa “Nearpod” o “Quizizz” (**Ver Anexo II**) y una *rúbrica* para las exposiciones (**Ver Anexo III**). El tipo de evaluación para ambos instrumentos está referido a la *heteroevaluación*. También, se usará un *cuestionario abierto* descrito en la ficha de “Reflexiono y Aprendo” que se ha mostrado, a modo de ejemplo, en la tabla 4. Este tipo de evaluación está referido a la *autoevaluación* donde el estudiante califica su proceso de aprendizaje.

En la **evaluación final** también se valorará el resultado de los estudiantes después de haber trabajado los contenidos que se desarrollará al concluir la sesión T8 a través de un instrumento como la *prueba individual* donde el tipo de evaluación está relacionado con la *heteroevaluación*. En la figura 42, se muestra el diseño de la evaluación final otorgado a cada estudiante.

Figura 42. Evaluación final.

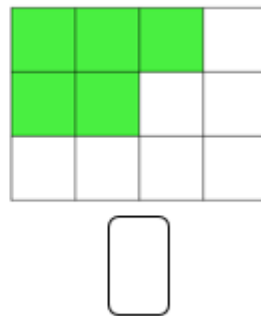
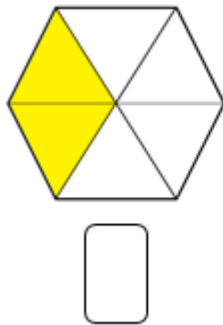
EVALUACIÓN FINAL

Nombres y Apellidos: _____ Aula: _____

1. Escribe los nombres orales de cada fracción: (2 puntos)

$\frac{4}{12} =$ $\frac{3}{8} =$

2. Escribe la fracción referente a la parte no coloreada: (2 puntos)

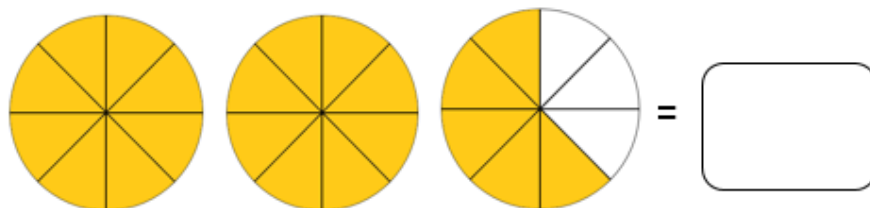
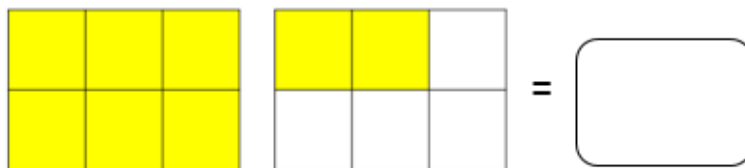


3. Representa las fracciones mediante diagramas: (2 puntos)

$\frac{5}{9} =$

$\frac{11}{4} =$

4. Observa los diagramas y escribe el número mixto correspondiente: (2 puntos)

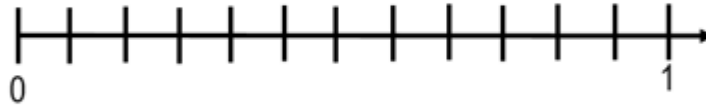


5. Resuelve el siguiente problema utilizando material concreto: (2 puntos)

En el aula de 4^o "A" asistieron 30 estudiantes, de los cuales $\frac{2}{5}$ son niños y el resto niñas. ¿Cuántas niñas asistieron a clases?

6. Lee la siguiente situación, ubica en la recta numérica y responde: (2 puntos)

Los padres de Jorge tienen un terreno. Si su mamá sembró $\frac{4}{12}$ de papa y su papá $\frac{7}{12}$ de camote. ¿Quién sembró en mayor y menor cantidad?



Two empty dashed rectangular boxes for writing the answer.

7. Usando las regletas de fracciones, escribe dos fracciones equivalentes a: (2 puntos)

$\frac{1}{2} =$ $\frac{1}{3} =$

8. Resuelve el siguiente problema utilizando diagramas: (2 puntos)

En la biblioteca "Sapiens", se han vendido diferentes tipos de libros. El día lunes se vendió los $\frac{2}{8}$ de total y $\frac{4}{8}$ el día martes. ¿Cuánto libros respecto del total faltan por vender?

9. Resuelve el siguiente problema utilizando regletas: (2 puntos)

Samuel ha empleado $\frac{1}{6}$ de hora en estudiar Ciencias y $\frac{1}{2}$ de hora a estudiar Matemáticas. ¿Qué tiempo ha empleado para estudiar en total?

10. Resuelve el siguiente problema utilizando regletas: (2 puntos)

Mi mamá compra $\frac{2}{4}$ kg. de arroz y $\frac{1}{8}$ kg. de azúcar para preparar mazamorra. ¿Cuántos kg. pesa la bolsa de compras? ¿Cuántos kg le sobraría?

Fuente: elaboración propia.

Además, se usará otro instrumento como una *escala de estimación* donde el tipo de evaluación está relacionado con la *coevaluación* donde los estudiantes se evalúan recíprocamente. En la figura 43 se presenta el instrumento a utilizar entre los estudiantes.

Figura 43. Escala de estimación para la coevaluación.

ESCALA DE ESTIMACIÓN PARA LA COEVALUACIÓN

Instrucciones: marca con una X la opción que indique la realización de las actividades de tu compañero de equipo.

Aspectos	Niveles		
	Nunca	A veces	Siempre
Cumple con las tareas asignadas.			
Participa en la toma de decisiones del equipo.			
Apoya a los integrantes del equipo cuando lo necesitan.			
Escucha y respeta las opiniones de los demás.			

Fuente: elaboración propia.

A continuación, en la tabla 12 se evidencian los porcentajes distribuidos en las fases de evaluación que prescriben el peso de la calificación.

Tabla 12. Criterios de calificación.

Tipo de Evaluación	Peso de la calificación
Inicial	0%
Continua	60%
Final	40%

Fuente: elaboración propia.

3.10.3. Evaluación de la enseñanza

Así mismo, la autoevaluación de la práctica docente se ejecutará mediante el instrumento de *Escala Likert* modificado de Reyes et al. (2018) que se muestra a continuación:

Figura 44. Escala de estimación para la autoevaluación del docente.

Instrucciones: Marcar con una (X) en los recuadros según los ítems propuestos.					
Ítems	Siempre	Casi Siempre	A veces	Casi Nunca	Nunca
	5	4	3	2	1
Establece elementos curriculares al planificar su sesión de clase (objetivos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje).					
Selecciona materiales didácticos que despiertan la motivación en sus estudiantes.					
Organiza correctamente el tiempo al momento de implementar sus estrategias.					
Las estrategias implementadas contribuyen a mejorar los aprendizajes en los estudiantes.					
Toma en cuenta los saberes previos de sus estudiantes al iniciar su sesión de clase.					
Desarrolla actividades que promueven el aprendizaje grupal e individual.					
Considera actividades que respondan a la atención de la diversidad en sus estudiantes.					
Realiza preguntas y solicita opiniones a los estudiantes para que se promueva el aprendizaje significativo.					
Proporciona la metacognición en sus estudiantes para fomentar el aprendizaje autónomo.					
Diversifica los instrumentos de evaluación para que los estudiantes retroalimenten sus saberes.					

Fuente: modificado de Reyes et al., 2018.

3.11. Medidas de atención a la diversidad

Según los principios del Diseño Universal de Aprendizaje (DUA) propuestos por Castillo y Quiroz (2019), en este presente trabajo se ha realizado diversas actividades para atender a los diferentes estilos de aprendizaje. En este caso, se desarrolla lo siguiente:

- La implementación de los cómics como un medio para trabajar la percepción visual. Además, la manipulación de materiales didácticos al iniciar la práctica guiada para buscar desarrollar el aprendizaje kinestésico, particularmente en el tacto, como también la realización de un juego en el patio del colegio para proporcionar experiencias recibidas por el movimiento del cuerpo, en ambos casos, se está trabajando el primer principio.
- Proponer exposiciones, al finalizar algunas sesiones, como un medio diferente para evaluar el nuevo conocimiento adquirido durante la evaluación formativa, se está trabajando el segundo principio.
- Ejecutar actividades motivadoras al empezar cada sesión, plantear preguntas tanto para generar los saberes previos como el conflicto cognitivo, se está trabajando el tercer principio.

4. Conclusiones

Por último, se puede concluir que se ha logrado alcanzar cada uno de los objetivos planteados al inicio de este presente trabajo. Tanto el objetivo general como objetivos específicos se han concretado mediante la planificación y ejecución de los diferentes apartados que componen la propuesta.

Referente al objetivo general, que prescribe la elaboración de una unidad didáctica mediante el Método Singapur con estudiantes de 4° de Educación Primaria, se justifica en la implementación del *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero*, en el apartado de *Contenidos* donde se detalla, de manera secuenciada, una serie de sesiones de aprendizaje que buscan favorecer la comprensión de las fracciones.

Así mismo, en relación a cada uno de los objetivos específicos, se establece lo siguiente:

- Mediante al análisis exhaustivo de diversos autores como Ivars, Deringöl y Ministerio de Educación, cuyos aportes identifican las dificultades al aprender fracciones en

estudiantes de Educación Primaria planteados en el marco teórico, se logra concretar el primer objetivo.

- Durante el desarrollo del marco teórico, según los autores como Tapia y Murillo, Rejler y Agardh y el Ministerio de Educación de Singapur, que describen el enfoque del Método Singapur en la contribución para la enseñanza de las Matemáticas, se logra concretar el segundo objetivo.
- A través de los aportes del Currículo Nacional de Educación Básica, además de Rejler y Agardh, se construyen los procesos estratégicos para el diseño de actividades basados en el Método Singapur con relación a las fracciones, que son especificados en el apartado de *Metodología y Actividades* logrando así concretar el tercer objetivo.
- Por medio de la construcción de los instrumentos de evaluación como la prueba escrita, rúbrica y escala de estimación que forman parte del apartado de *Evaluación*, se pretende responder a un cuestionario abierto como la metacognición para valorar el progreso de los estudiantes en base a sus aprendizajes, logrando así concretar el cuarto objetivo.

De igual forma, se puede concretar otras conclusiones. En primer lugar, que las dificultades para comprender las matemáticas se relacionan con la falta de metodologías que despierten la motivación e interés por aprender, por ende, la propuesta desarrolla el Método Singapur para potenciar tanto el aprendizaje autónomo como colectivo en los estudiantes siendo ellos sujetos activos. En segundo lugar, pese a que las fracciones resulten ser un contenido complejo, la propuesta busca su comprensión mediante una secuencia didáctica que fomente su reflexión y aplicación en situaciones cotidianas.

En última instancia, el aprender matemáticas de manera significativa se convertirá en una realidad gracias a los aportes estratégicos del Método Singapur para el beneficio de los estudiantes de Educación Primaria.

5. Limitaciones y prospectiva

A lo largo de la elaboración del presente trabajo, han surgido ciertas limitaciones. Una de ellas es la incapacidad de implementar la propuesta, lo cual no se puede confirmar de su eficacia. De igual forma, la falta de referentes bibliográficos actuales sobre los aportes del Método Singapur para las Matemáticas, de los cuales se ha tenido que buscar investigaciones en otros

idiomas para luego traducirlas al español mediante el programa “DeepL Translate”. Del mismo modo, otra limitación presentada está relacionada con la comprensión de la legislación española en cuanto a la división de contenidos por bloques. Por lo tanto, se ha recurrido analizar la legislación actual para orientar la estructuración de los temas por ciclos.

De cara a futuros estudios, se propone continuar con la propuesta en los grados superiores de Educación Primaria, es decir, con estudiantes de 10 y 11 años, con el fin de formalizar el concepto de las fracciones como Número Racional. De igual forma, realizar una investigación desde un enfoque experimental para confirmar la validez del método mediante la formación de un grupo de control y experimental pretendiendo examinar las posibles causas y efectos.

6. Referencias bibliográficas

- Aceituno, A. (2020). Incidencia de la mayéutica en la pedagogía constructivista. *Revista Ciencia Multidisciplinaria Cunori*, 4(2), 157-162. <https://doi.org/10.36314/cunori.v4i2.140>
- Acosta, M. (2021). Los grupos de investigación como espacio de formación bajo el enfoque sociocultural. *Revista Conocimiento Libre y Licenciamiento (CLIC)*, (24), 42-49. Recuperado de: <https://convite.cenditel.gob.ve/revistaclic/index.php/revistaclic/article/view/1091>
- Alsina, A., Abarca, M. y Grabulosa, I. (2020). Evaluando la competencia matemática: construcción y validación de una rúbrica. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 105, 119-139.
- Ayvaz, A. (2021). The effect of worked examples method on primary school student’s fractions achievement. *International Online Journal of Primary Education (IOJPE)*, 10(2), 361-382.
- Boyd, P. y Ash, A. (2018). Mastery mathematics: Changing teacher beliefs around in-class grouping and mindset. *Teaching and Teacher Education*, 75, 214-223. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2018.06.016>
- Bruner, J. (2018). *Desarrollo Cognitivo y Educación*. Morata. <https://bv.unir.net:2769/es/ereader/unir/119515>
- Bütüner, S. (2021). Content and problem analysis in Turkish and Singaporean mathematics textbooks: The case of multiplying fractions. *REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education*, 10(2), 117-151. <https://doi.org/10.17583/redimat.2021.4379>

- Cadena, V. y Núñez, A. (2020). ABP: Estrategia didáctica en las Matemáticas. *593 Digital Publisher CEIT*, 5(1), 69-77. <https://doi.org/10.33386/593dp.2020.1.184>
- Calle, L. (2021). *El método Singapur en el aprendizaje de las fracciones en la asignatura de Matemáticas en niños y niñas de Sexto grado del Segundo Bimestre de Primaria en la Unidad Educativa "República de Japón" en la ciudad de El Alto* [Tesis de Licenciatura, Universidad Mayor de San Andrés]. Repositorio Institucional de la Universidad Mayor de San Andrés. <https://repositorio.umsa.bo/xmlui/handle/123456789/25514>
- Castillo, S. y Quiros, M. (2019). Desde el Diseño Universal para el Aprendizaje: el estudiante al aprender se evalúa y al evaluarle aprende. *Revista Educación*, 43(1), 734-754.
- Castro, E. y Rico, L. (2021). Conocimiento sobre fracciones de docentes en formación. *Uniciencia*, 35(2), 1-18. <http://dx.doi.org/10.15359/ru.35-2.10>
- Costello, E. (2022). *An Action Research Investigation into Pedagogies of Enactment in Initial Teacher Education to Support Pre-Service Primary Teachers to teach Mathematics for Relational Understanding*. PhD thesis, National University of Ireland Maynooth.
- Dalcin, A. y Silva, S. (2019). Zoltan Dienes e a Formação de Professores em Porto Alegre em tempos de Matemática Moderna. *Educação: Teoria e Prática*, 29(62), 669-690. <http://dx.doi.org/10.18675/1981-8106.vol29.n62.p669-690>
- Deringöl, Y. (2019). Misconceptions of Primary School Students about the Subject of Fractions. *International Journal of Evaluation and Research in Education*, 8(1), 29-38. <http://dx.doi.org/10.11591/ijere.v8.i1.pp29-38>
- Fernández, M. y Caballero, P. (2017). El libro de texto como objeto de estudio y recurso didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 20(1), 201-2017. <http://dx.doi.org/10.6018/reifop.20.1.229641>
- Flores, P. (2018). ¿Por qué multiplicar en cruz? Formación inicial de profesores en el área de Matemáticas. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 14(53), 9-29. Recuperado de: <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/316>
- González, J., Fernández, C. y Llinares, S. (2018). La influencia del conocimiento de los números naturales en la comprensión de los números racionales. En L. Rodríguez, L. Muñiz, A.

- Aguilar, P. Alonso, F. García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 241-250). Gijón: SEIEM.
- González, J. (2022). Método Singapur para resolver problemas multiplicativos en estudiantes de una institución educativa primaria de Chiclayo [Tesis en Maestría en Psicología Educativa]. Repositorio digital Institucional de la Universidad César Vallejo. <https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/95496>
- Gutiérrez, A. (2021). La edad de las operaciones formales de Jean Piaget y el rendimiento académico en matemáticas. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinaria*, 5(4), 1-19. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v5i4.728
- Herreros, D., Sanz, M. y Gómez, C. (2022). Dificultades con la fracción como operador en discentes de Sexto curso de Educación Primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 36(73), 728-752. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n73a06>.
- Hoyos, L. (2018). *La fracción como razón: Una experiencia de aula en Sexto grado* [Tesis para optar grado de Magister en Educación]. Repositorio institucional de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. <https://repository.udistrital.edu.co/handle/11349/14288>.
- Ivars, P. (2019). Trayectoria hipotética de aprendizaje para evaluar la comprensión de fracción como parte-todo. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (86), 32-37.
- Juárez, M. y Aguilar, M. (2018). El Método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en Primaria. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 98, 75-86.
- Jusufovic, H. y El-Madhoun, S. (2021). *En jämförelse av Singaporemodellen och en varierad matematikundervisning* [Examensarbete i fördjupningsämnet Matematik och lärande]. Malmö Universitet.
- Lindquist, M., Philpot, R., Mullis I. y Cotter, K. (2017). Chapter I: TIMSS 2019 Mathematics Framework. *TIMSS & PIRLS International Study Center*. <http://timssandpirls.bc.edu/timss2019/frameworks/>.
- Machado, J. y Castor, P. (2022). Dienes e aprendizagem matemática: algumas reflexões. *RECEM – Revista Catarinense de Educação Matemática*, 1(1), 1-15.

- Magallanes, Y., Gallegos, E., Donayre, J. y Maldonado, H. (2021). El lenguaje en el contexto socio cultural, desde la perspectiva de Lev Vygotsky. *CIEG, Revista Arbitrada Del Centro de Investigación y Estudios Gerenciales*, 51, 25-35.
- Menezes de Oliveira, F. y Jappe, M. (2021). Jerome Bruner nos processos de aprender e ensinar Ciências. *Research, Society and Development*, 10(1), 1-10.
<http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v10i1.9508>
- Meneses, M. y Peñaloza D. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. *Zona Próxima*, 31, 7-25.
- Ministerio de Educación (2019a). *Informes para docentes. ¿Qué logran nuestros estudiantes en Matemática? 4° de Primaria*. Lima: Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes.
- Ministerio de Educación (2019b). *Evaluaciones nacionales de logros de aprendizaje. ¿Qué aprendizajes logran nuestros estudiantes?* Lima: Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes.
- Ministerio de Educación de Singapur (02 de febrero del 2021). *Asignaturas y programas de la Escuela Primaria*. Recuperado el 25 de mayo del 2022 de:
<https://www.moe.gov.sg/primary/curriculum/syllabus>.
- Mohammed, S. y Kinyo, L. (2020). The role of constructivism in the enhancement of social studies education. *Journal of Critical Reviews*, 7(7), 249-256.
<http://dx.doi.org/10.31838/jcr.07.07.41>
- Mullis, I., Martin, M., Foy, P., Kelly, D. y Fishbein, B. (2020). TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science. *TIMSS & PIRLS International Study Center*.
<https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results/>.
- Niño, J., López, D., Mora, E., Torres, M. y Fernández, F. (2020). Método Singapur aplicado a la enseñanza de operaciones básicas con números fraccionarios en estudiantes de grado octavo. *Pensamiento y Acción*, (29), 21-39.
- Nordheim, J. y Johansson, E. (2022). *Singaporemodellen: En litteraturstudie om elevers användande av Singaporemodellen i problemlösning*. Jönköping University.

- Oliveros, D., Martínez, L. y Barrios, A. (2021). Método Pólya: Una alternativa en la resolución de problemas matemáticos. *Revista Interdisciplinaria de Estudios en Ciencias Básicas e Ingenierías*, 8(2), 1-13. <https://www.doi.org/10.5281/zenodo.5716273>.
- Osorio, J. (2 de agosto del 2019). *Fracciones en la cocina* [Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=T_TjwsAToj8.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2019). PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do. *PISA*, v.1, p.1-354. <https://doi.org/10.1787/5f07c754-es>.
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2021). *Los aprendizajes fundamentales en América Latina y el Caribe. Evaluación de logros de los estudiantes*. Chile: Laboratorio Latinoamericano Evaluación Calidad y Evaluación.
- Putri, H., Rahayu, P., Muqodas, I. y Wahyudy, M. (2020). The Effect of Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) in Improving Elementary School Students' Spatial Sense Ability. *Mimbar Sekolah Dasar*, 7(1), 16-29. <http://dx.doi.org/10.17509/mimbar-sd.v7i1.19585>.
- Quintanilla, V. y Gallardo, J. (2021). Obstáculos en la comprensión de la fracción como medida: una mirada hermenéutica. *Histemat*, 7, 1-17. Recuperado de: <http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/417/302>.
- Rejler, J. y Agardh, P. (2018). *Lärarens guide till Singaporemodellen*. Natur och Kultur.
- Reyes, E., González, E. y Be, P. (2018). Evaluar la práctica docente a partir de los comentarios de estudiantes universitarios. *Revista Iberoamericana de Educación*, 76(2), 117-134.
- Ríos, W. (2021). Aplicación de las representaciones gráficas y la visualización a la resolución de problemas con fracciones: una transición hacia el algoritmo. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (63), 196- 222. <https://doi.org/10.35575/rvucn.n63a8>.
- Rivera, J. y Ahumado, F. (2019). El método Singapur para favorecer competencias matemáticas en niños de Educación Primaria. *Educando para educar*, (37), 51-69.
- Rojas, J. y Sotelo, K. (2022). ¿Qué errores cometen estudiantes de Educación Primaria en la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal? *Revista Torreón Universitario* 11(30), 51-59. <https://doi.org/10.5377/rtu.v11i30.13393>.

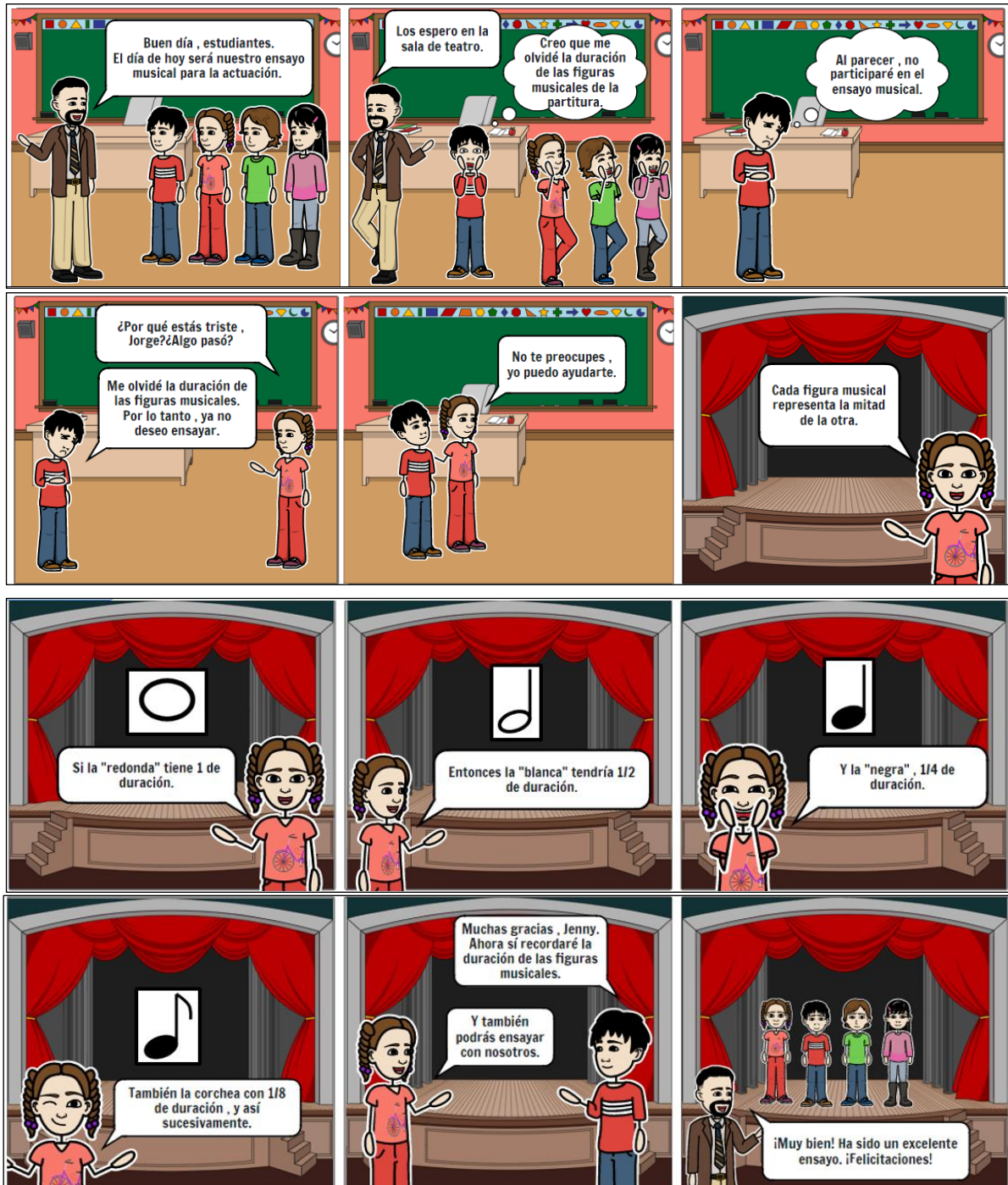
- Sari, L. (2021, 23 December). *Understanding of the Students of Mathematics Education in Solving Linear Algebra Problems*. [Conference] Proceedings of the 2nd International Conference on Innovation in Education and Pedagogy, Tarakan, Indonesia. <https://www.atlantis-press.com/proceedings/iciiep-20/125966822>
- Tapia, R. y Murillo, J. (2020). El Método Singapur: sus alcances para el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Muro de la Investigación*, 5(2), 13-24. <https://doi.org/10.17162/rmi.v5i2.1322>.
- Torregrosa, A., Albarracín, L. y Deulofeu, J. (2021). Orientación y coevaluación: Dos aspectos clave para la evolución del proceso de resolución de problemas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 35(69), 89-111. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a05>
- Turizo, L., Carreño, C. y Crissien, T. (2019). El Método Singapur: reflexión sobre el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas. *Pensamiento Americano*, 12(23), 183-199. <https://doi.org/10.21803/pensam.v12i22.255>.
- Velásquez, A. (2019). Teoría del desarrollo humano en Jerome Brunner: De la Psicología Cognitiva a la Psicología Cultural. *Revista de Psicología GEPU*, 10(2), 214-223.
- Zapatera, A. (2020). El Método Singapur para el aprendizaje de las matemáticas. Enfoque y concreción de un estilo de Aprendizaje. *Revista INFAD de Psicología. International Journal of Development and Educational Psychology*, 1(2), 263-274. <https://doi.org/10.17060/ijodaep.2020.n2.v1.1980>.

7. Anexos

7.1. Anexo I. Cómic

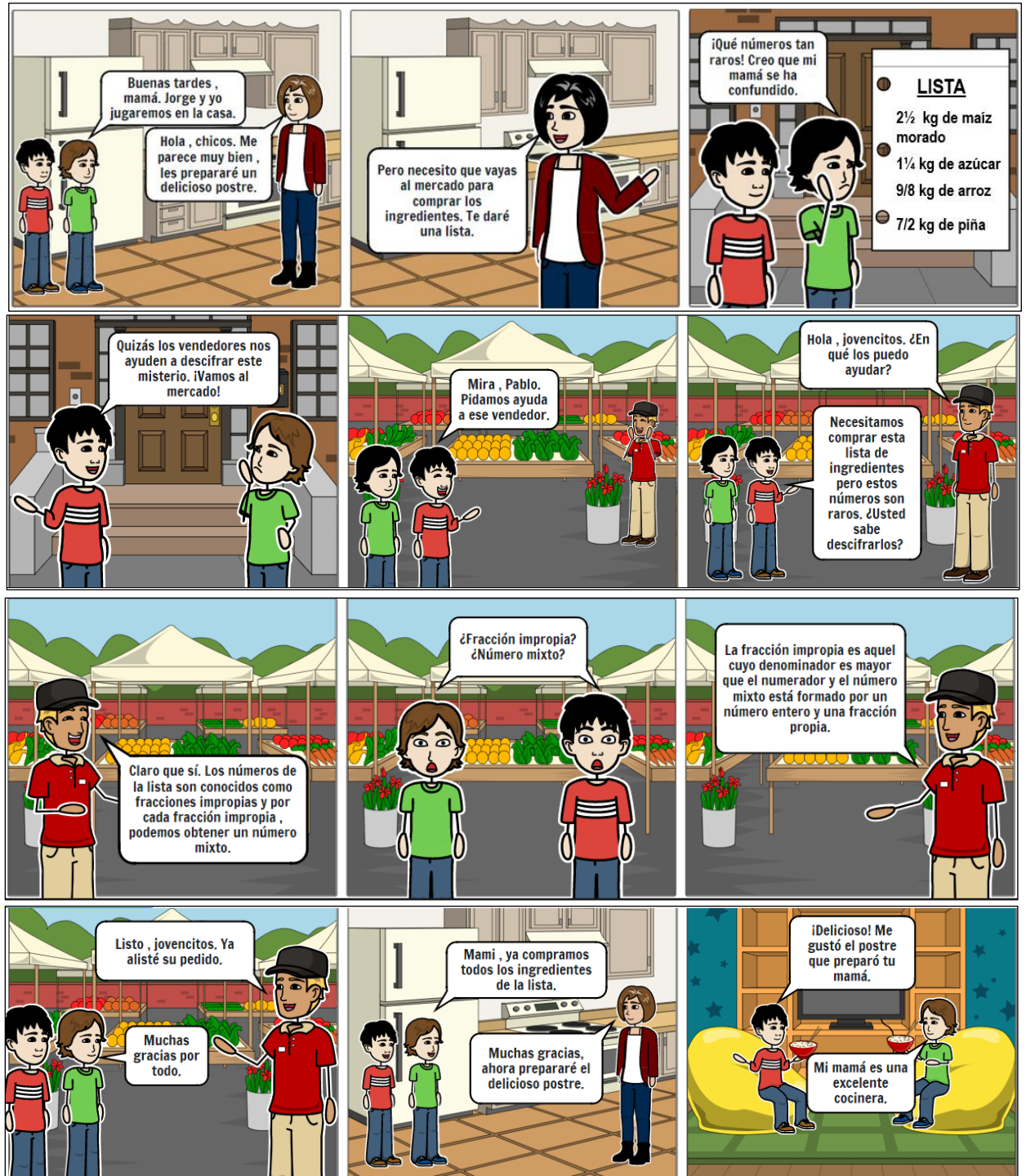
En el presente apartado, se mostrará una serie de cómics cuyas historias están relacionadas al cotidiano vivir de los estudiantes.

Figura 45. Cómic: la música y las fracciones.



Fuente: elaboración propia utilizando el programa Storyboard Creator.

Figura 46. Cómics: un delicioso postre.



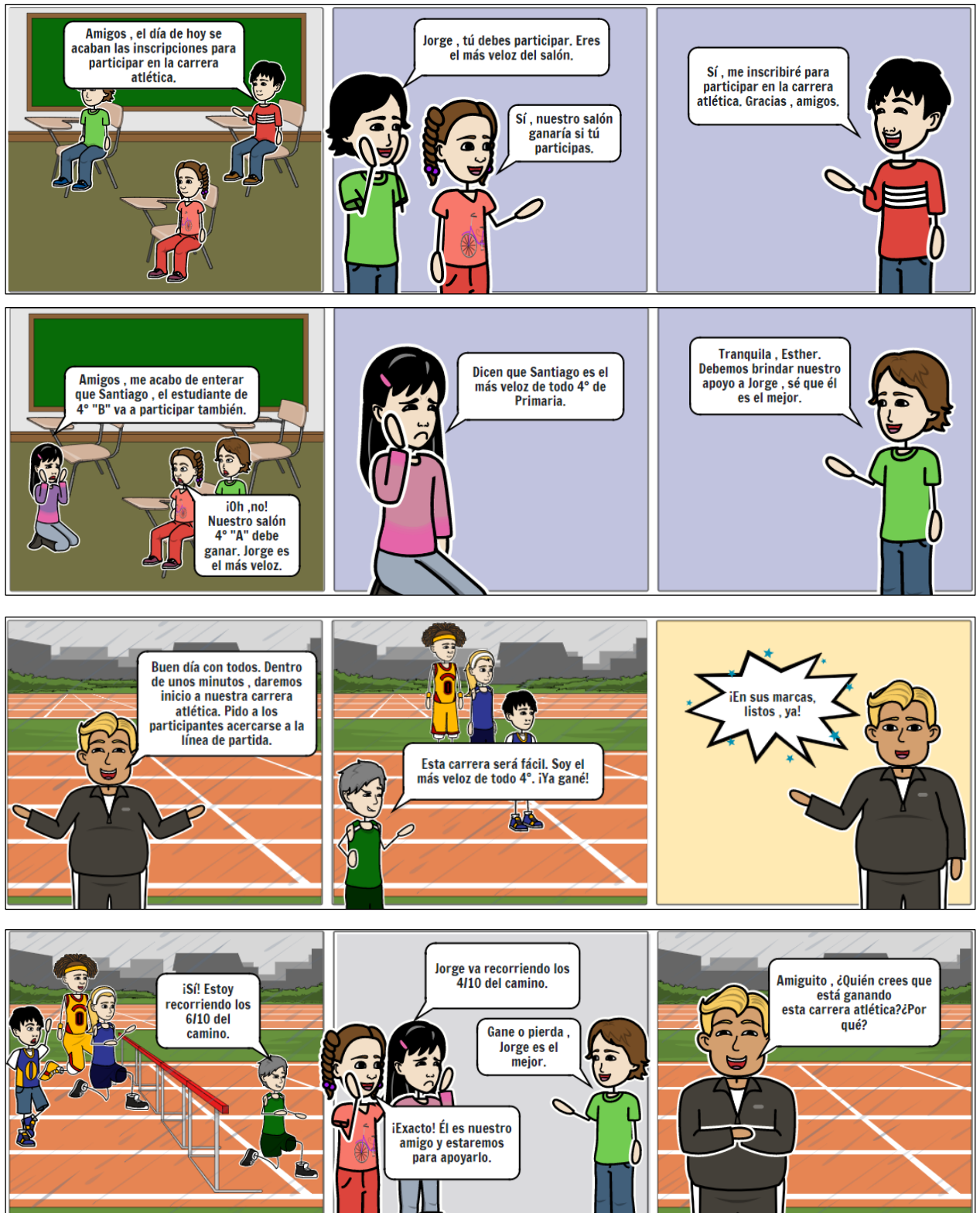
Fuente: elaboración propia utilizando el programa Storyboard Creator.

Figura 47. Cómics: paseo escolar.



Fuente: elaboración propia utilizando el programa Storyboard Creator.

Figura 48. Cómics: la carrera increíble.



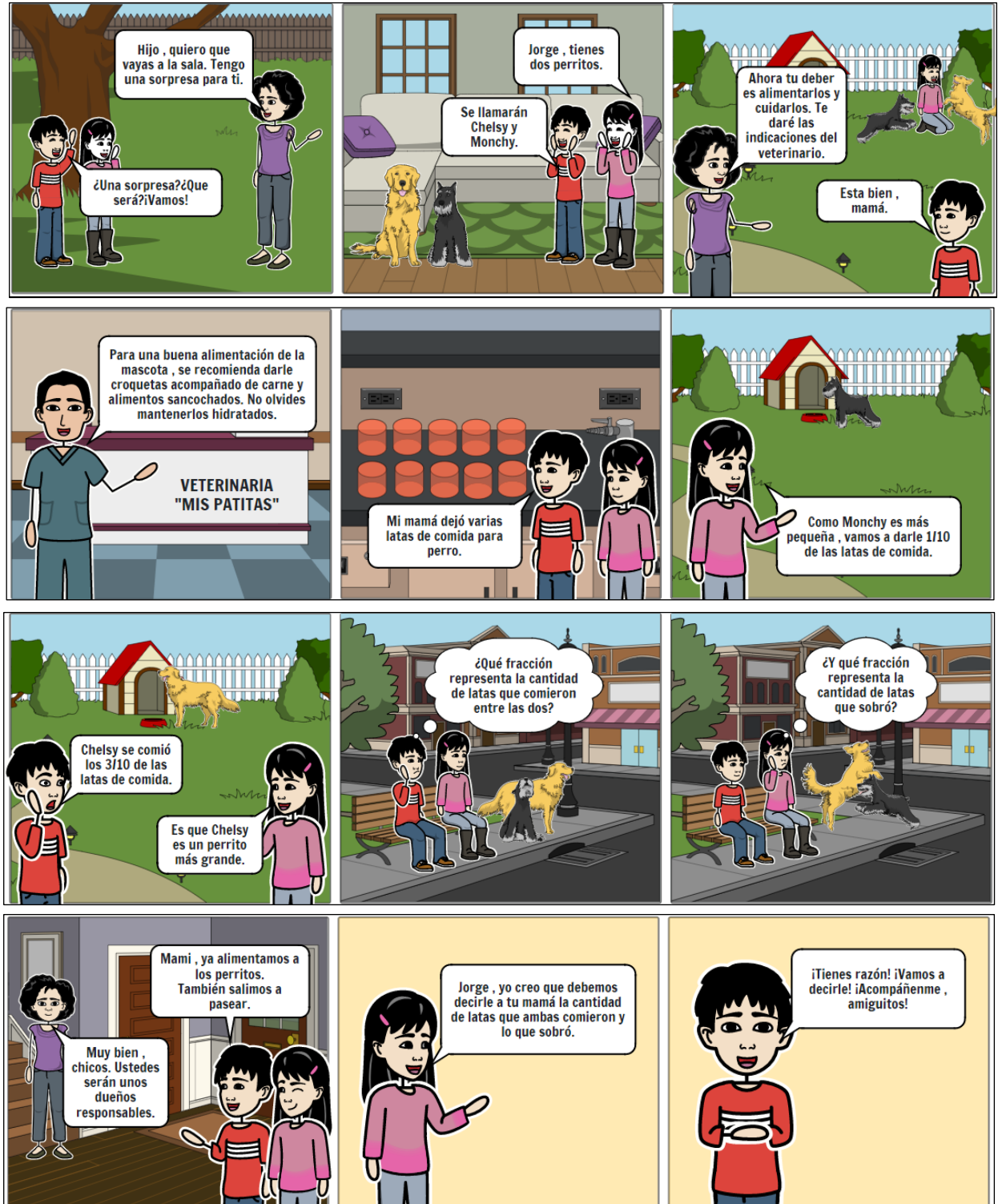
Fuente: elaboración propia utilizando el programa Storyboard Creator.

Figura 49. Cómics: ¿La misma cantidad?



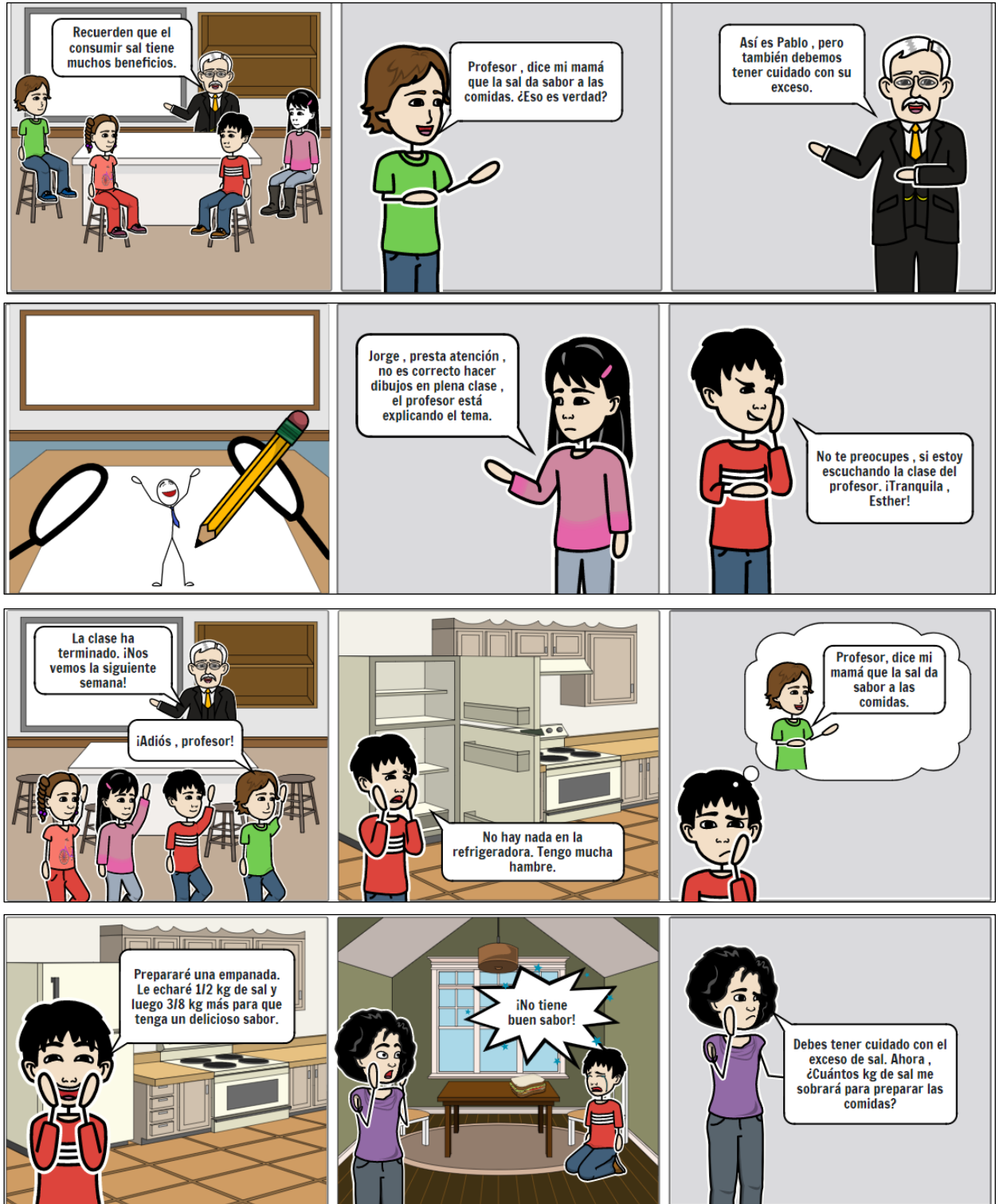
Fuente: elaboración propia utilizando el programa Storyboard Creator.

Figura 50. Cómics: ¡Sorpresa de 4 patas!



Fuente: elaboración propia utilizando el programa Storyboard Creator.

Figura 51. Cómics: una empanada salada.




Fuente: elaboración propia utilizando el programa Storyboard Creator.

7.2. Anexo II. Pruebas individuales – Retos

En esta sección, se mostrará las pruebas individuales tituladas como “Retos”. Con referente al Reto 1-A se ha evidenciado en la Tabla 4, el resto, se muestran a continuación:

Figura 52. Reto 2-B.

Pregunta 1 / 4
Diapositiva 1 / 1




Según regletas de Cuisenaire , ¿Qué fracción impropia representa el gráfico mostrado?

A. $9/3$
 B. $9/6$
 C. $9/12$

Ver

Pregunta 2 / 4
Diapositiva 1 / 1




Según regletas de Cuisenaire , ¿Qué fracción impropia representa el gráfico mostrado?

A. $12/10$
 B. $12/20$
 C. $12/8$

Ver

Pregunta 3 / 4
Diapositiva 1 / 1




Según regletas de Cuisenaire , ¿Qué número mixto representa el gráfico mostrado?

A. Dos enteros , tres sextos.
 B. Veintiún novenos.
 C. Dos enteros , tres novenos.

Ver

Pregunta 4 / 4
Diapositiva 1 / 1



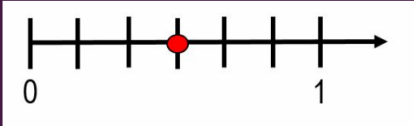
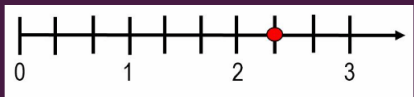
Según regletas de Cuisenaire , ¿Qué número mixto representa el gráfico mostrado?

A. Tres enteros , cuatro quintos.
 B. Diecinueve quintos.
 C. Tres enteros , cuatro cinco.

Ver

Fuente: elaboración propia usando el programa Nearpod.

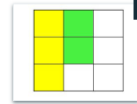
Figura 53. Reto 3-C.

PREGUNTA 1	 <p>Observa la recta numérica y selecciona la fracción donde se ubica el punto rojo.</p> <p>$3/6$ $3/3$ $4/7$ 3</p>
PREGUNTA 2	 <p>Observa la recta numérica y selecciona el número mixto según el punto rojo.</p> <p>Siete novenos. Dos enteros , un medio. Dos enteros , un tercio. Un tercio.</p>
PREGUNTA 3	<p>Escribe la palabra MAYOR o MENOR según corresponda: $2/9$ es _____ que $7/9$</p> <p>Escribe tu respuesta...</p>
PREGUNTA 4	<p>Escribe la palabra MAYOR o MENOR según corresponda: $11/12$ es _____ que $8/12$</p> <p>Escribe tu respuesta...</p>

Fuente: elaboración propia usando el programa Quizizz.

Figura 54. Reto 4-D.

Pregunta 1 / 4



Diapositiva 1 / 1

¿Qué operación representa la imagen mostrada respecto a los colores amarillo y verde?

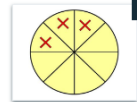
A. $3/9 + 2/9$

B. $3/4 + 2/4$

C. $3/6 + 2/7$

Ver ▶

Pregunta 2 / 4



Diapositiva 1 / 1

¿Qué operación representa la imagen mostrada respecto del total?

A. $8/8 - 3/5$

B. $8/8 - 3/8$

C. $3/8 + 5/8$

Ver ▶

Pregunta 3 / 4

Resuelve: $4/12$ más $8/12$

Diapositiva 1 / 1

A. 1

B. $12/24$

C. $12/144$

Ver ▶

Pregunta 4 / 4

Resuelve: 1 menos $4/6$

Diapositiva 1 / 1

A. $2/6$

B. $3/6$

C. $5/6$

Ver ▶

Fuente: elaboración propia usando el programa Nearpod.

7.3. Anexo III. Rúbrica para exposiciones

En este apartado, se muestra una rúbrica que será usada para todas las exposiciones descritas en la propuesta.

Figura 55. Rúbrica.

CATEGORÍA	EXCELENTE (4)	BUENO (3)	REGULAR (2)	DEFICIENTE (1)
PRESENTACIÓN Y POSTURA	Establece contacto visual con el público y demuestra mucha seguridad al momento de exponer.	Establece contacto visual con una parte del público y demuestra seguridad al momento de exponer.	Establece poco contacto visual con el público y demuestra un poco de inseguridad al momento de exponer.	Establece muy poco contacto visual con el público y se muestra muy inseguro al exponer.
TIEMPO	Expone en el tiempo establecido. (4 a 5 min)	Expone uno o dos minutos más pasando el tiempo establecido para cada estudiante. (6 a 7 min)	Expone el tema en un tiempo reducido. (1 a 3 min)	Expone fuera de la fecha programada sin presentar justificación al docente del área.
COHERENCIA, FLUIDEZ VERBAL Y VOLUMEN	Habla lo suficientemente alto como para escucharlo con claridad, buena vocalización y entonación adecuada.	Habla lo suficientemente alto como para escucharlo con claridad, aunque por momentos presenta altibajos. Voz clara y buena entonación.	Se esfuerza en hablar, aunque no lo suficiente para ser escuchado con claridad por todos.	Presenta demasiados problemas para hablar con el volumen adecuado.
CREATIVIDAD Y ORGANIZACIÓN	El material de apoyo es visualmente atractivo para los estudiantes y bien organizado que ayudan a la comprensión del tema.	El material de apoyo es visualmente atractivo para los estudiantes.	El material de apoyo no es visualmente atractivo para los estudiantes y no está bien organizado.	No utiliza material de apoyo para su exposición.
DOMINIO DEL TEMA	El expositor propone estrategias innovadoras empleando conceptos y/o procedimientos matemáticos en la resolución de un ejercicio o problema de acuerdo a su tema asignado.	El expositor emplea conceptos matemáticos y/o procedimientos matemáticas en la resolución de un ejercicio o problema de acuerdo a su tema asignado.	El expositor emplea algunos conceptos matemáticos y no sigue los procedimientos adecuados en la resolución de un ejercicio o problema de acuerdo a su tema asignado.	Lee el contenido del material y solo da la respuesta sin utilizar los conceptos y/o procedimientos matemáticos, demostrando así la falta de comprensión del tema asignado.

Fuente: elaboración propia.