

ESTRATEGIAS DEL DOCENTE Y APRENDIZAJE DE MATRICES

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DEL ZULIA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
DIVISIÓN DE ESTUDIOS PARA GRADUADOS
MAESTRÍA EN MATEMÁTICA MENCIÓN DOCENCIA



ESTRATEGIAS DEL DOCENTE Y APRENDIZAJE DE MATRICES

Trabajo de Grado para optar al título de Magister Scientiarum en
Matemática. Mención: Docencia

Autor:

Lcdo. Estivenzon Lázaro
C.I. 18.615.397

Tutora:

Dra. Mercedes Delgado
C.I. 10.410.162

Maracaibo, Marzo de 2017

ESTRATEGIAS DEL DOCENTE Y APRENDIZAJE DE MATRICES

AUTOR

Lcdo. Estivenzon de Jesús Lázaro Velázquez
C.I. 18.615.397
Teléfono: 0426-9783167
E-mail: lazaroesstivenzon@gmail.com

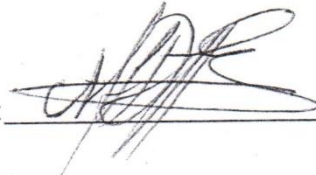
Firma: _____



TUTORA

Dra. Mercedes Delgado
C.I. 10.410.162
Teléfono: 0426-3622808
E-mail: merdelgon@hotmail.com

Firma: _____



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DEL ZULIA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
DIVISIÓN DE ESTUDIOS PARA GRADUADOS
PROGRAMA MATEMÁTICA MENCIÓN DOCENCIA

VEREDICTO DEL JURADO

Quienes suscriben, miembros del jurado nombrado por el Consejo Técnico de la División de Estudios para Graduados de la Facultad de Humanidades y Educación de la Universidad del Zulia para evaluar el Trabajo de Grado titulado:

ESTRATEGIAS DEL DOCENTE Y APRENDIZAJE DE MATRICES

Presentado por la Lcdo. Estivenzon de Jesús Lázaro Velazquez, cédula de identidad N.º 18.615.397, para optar al título de Magíster Scientiarum en Matemática Mención Docencia, después de haber leído y estudiado detenidamente el trabajo y evaluada la defensa del autor, consideramos que el mismo reúne los requisitos señalados por las normas vigentes y por tanto se Aprueba con Mención Honorífica y para que conste se firma en:

Maracaibo, a los 03 días del mes de Marzo de 2017

JURADO


COORDINADORA
Dra. María Escalona
C.I.: 3.907.579


SECRETARIO
Dr. Víctor Riveros
C.I.: 5.039.390


TUTORA
Dra. Mercedes Delgado
C.I: 10.410.162

DEDICATORIA

A la memoria de mí profesor Dr. Darío Durán Cepeda, quien con amor, sabiduría y humildad supo llenar de conocimientos a muchos durante toda su vida. “Gratias tibi quoniam omnia valde”.

A la memoria de mi papá, hombre que con gran sabiduría y esfuerzo supo forjar mi camino.

A Santa Eduvigis, Patrona de todos los necesitados.

AGRADECIMIENTOS

A mi Dios, por todas las bendiciones que me da a diario.

A mi tutora la Profesora Dra. Mercedes Delgado, por ser una mujer consagrada a su trabajo, ejemplo de dedicación y esfuerzo en su labor docente. Quien me infundió los propósitos necesarios para desarrollar mi Trabajo de Grado que hoy concluyo.

A mi bella esposa Daniela Valbuena, por estar a mi lado y ayudarme en todo momento.

A toda mi familia por el apoyo que me han brindado en mi formación como profesional.

A mis profesoras Dra. Yaneth Ríos, Dra. Xiomara Arrieta, Dra. María Escalona, quien con sus conocimientos, vocación docente y valores humanos, contribuyeron en mi formación profesional.

Al Profesor Dr. Jean Carlos Ferrer, por su gran ayuda, quien de manera desinteresada me impartió los conocimientos necesarios para cumplir adecuadamente con la realización de la presente investigación.

Gracias a todos

ÍNDICE GENERAL

	Pág.
VEREDICTO	iv
DEDICATORIA	v
AGRADECIMIENTO	vi
ÍNDICE DE GENERAL.....	vii
ÍNDICE DE CUADROS	x
ÍNDICE DE TABLAS.....	xi
INDICE DE ANEXOS	xii
INDICE DE FIGURAS	xiii
INDICE DE DIAGRAMAS	xiv
RESUMEN	xv
ABSTRACT.....	xvi
INTRODUCCIÓN	17

CAPÍTULO I

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

1. Descripción de la situación problema.....	22
1.1. Definición del problema.....	25
2. Objetivos de la investigación	25
2.1. Objetivo general	25
2.2. Objetivos específicos	25
3. Justificación de la investigación	26
4. Delimitación y contexto de la investigación	27

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

1. Antecedentes de la investigación.....	29
2. Bases teóricas.....	33
2.1. Estrategias didácticas	34

2.1.1	Definición y contextualización de las estrategias docente de enseñanza ...	35
2.1.2	Tipos de estrategia docente para la enseñanza	35
2.1.3	Estrategias que se utilizan según el momento de uso y presentación	36
2.1.4	Clasificaciones y funciones de las estrategias de enseñanza.....	38
2.1.5	Estrategias para activar conocimientos previos	39
2.1.6	Estrategias para orientar la atención del estudiante	40
2.1.7	Estrategias para promover el enlace entre los conocimientos previos y la nueva información que se ha de aprender.....	41
2.1.8	Estrategias que permiten desarrollar razonamiento y argumentación	41
2.1.9	Estrategias desarrollar al proceso lógico matemático	43
2.2	Conocimiento	47
2.2.1	Conocimiento conceptual	47
2.2.2	Conocimiento procedimental.....	47
2.2.3	Conocimiento actitudinal.....	50
2.3.	Teoría de matrices	51
2.3.1	Definición de matrices.....	53
2.3.2	Tipos de matrices.....	55
2.3.3	Orden de una matriz	57
2.3.4	Operaciones con matrices.....	57
2.3.5	Propiedades de la suma de matrices	58
2.3.6	Propiedades para la multiplicación de un escalar por una matriz	58
2.3.7	Rango de una matriz.....	58
2.3.8	Definición de matriz inversa	59
2.3.9	Determinantes. Definición	60
2.3.10	Propiedades de los determinantes.....	61
2.3.11	Multiplicación de matrices	61
2.3.12	Cálculo de la matriz inversa dada otra	63
2.3.13	Cálculo del determinante de una matriz.....	64
2.3.14	Software matemático para el cálculo de la inversa de una matriz y determinantes.....	67
3.	Formulación de hipótesis de la investigación	72
4.	Sistema de variables	72
4.1.	Operacionalización de las variables.....	75

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

1. Tipo y diseño de investigación	78
2. Población objeto de estudio	79
3. Técnicas de recolección de datos	82
4. Validación de los instrumentos.....	82
5. Análisis y tratamiento estadístico	84

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

1. Estrategias aplicadas por el docente.....	88
1.1. Estrategias preinstruccionales	88
1.2. Estrategias Coinstruccionales	91
1.3. Estrategias para desarrollar razonamiento y argumentación	95
1.4. Estrategias para desarrollar procesos lógicos matemáticos	99
2. Aprendizaje de matrices	104
2.1. Conocimiento conceptual	104
2.2. Conocimiento procedimental.....	107
2.3. Conocimiento actitudinal	108
3. Relación entre las estrategias y los niveles de aprendizajes.....	110
3.1 Supuestos para prueba de hipótesis.....	110
3.2 Regla de decisión.....	110
4. Aplicación de prueba de hipótesis.....	110
4.1 Formulación de las Hipótesis estadística	110
4.2 Determinación del margen de error.....	111
4.3 Contrastación de la hipótesis general	111
CONCLUSIONES	113
RECOMENDACIONES	116
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	119
ANEXOS	122

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadros	Pág.
1.- Representación de una matriz mediante un arreglo rectangular	55
2.- Tipos de matrices	55
3.- Operacionalización de las variables.....	75
4.- Distribución de la población objeto de estudio	80
5.- Distribución de la muestra de estudiantes por cada sección.....	81
6.- Baremo para el análisis de datos de los cuestionarios	84
7.- Procedimiento para obtener los resultados con el SPSS de los datos obtenido en la prueba aplicada	85
8.- Escala de interpretación para la correlación de Spearman	86

ÍNDICE DE TABLAS

Tablas	Pág.
1.- Resultados del indicador “presentación de objetivos”	89
2.- Resultados del indicador “Actividad focal introductoria”	89
3.- Resultados del indicador “Lluvia de ideas”	90
4.- Resultados del indicador “Ilustraciones”	92
5.- Resultados del indicador “Analogía”	92
6.- Resultados del indicador “Mapas conceptuales”	93
7.- Resultados del indicador “Señalizaciones”	94
8.- Resultados del indicador “Inductivas”	95
9.- Resultados del indicador “Deductivas”	96
10.- Resultados del indicador “Argumentación”	97
11.- Resultados del indicador “Resolución de problemas”	98
12.- Resultados del indicador “Cognitivas”	100
13.- Resultados del indicador “Cognitivas retóricas”	101
14.- Resultados del indicador “Metacognitivas”	102
15.- Resultados del indicador “De apoyo”	103
16.- Resultados de la dimensión “Conocimiento conceptual”	105
17.- Resultados de la dimensión “Conocimiento procedimental”	107
18.- Resultados de la dimensión “Conocimiento actitudinal”	109
19.- Resultados de la correlación entre las variables estrategias del docente y aprendizaje de matrices.....	111

ÍNDICE DE ANEXO

	Pág.
1. Cuestionarios	123
2. Cuestionarios dirigidos al personal docente	124
3. Cuestionarios dirigidos al estudiante.....	128
4. Cálculo de la muestra.....	134
5. Cálculo de la confiabilidad de los instrumentos.....	135
6. Instrumentos de validación para los expertos	137
7. Análisis estadísticos de los cuestionarios	145
8. Resultados del cuestionario dirigido a los docentes.....	146
9. Resultados del cuestionario dirigido a los estudiantes	157
10. Resultado de la mediana a los cuestionarios dirigidos al docente	163
11. Resultado de la mediana a los cuestionarios dirigidos al estudiante.....	167

ÍNDICE DE FIGURAS

Figuras	Pág.
1.- Ejemplo de como definir dos matrices en <i>wxMaxima</i>	69
2.- Ejemplo de como calcular la inversa y el rango de matrices con <i>wxMaxima</i>	69
3.- Ejemplo de como calcular el determinante de una matriz con <i>wxMaxima</i>	70

ÍNDICE DE DIAGRAMAS

Diagrama	Pág.
1.- Estrategias de enseñanza según momento de aplicación en los procesos de enseñanza y aprendizaje	38

Lázaro Velazquez, Estivenzon de Jesús (2017). **Estrategias del docente y aprendizaje de matrices**. Trabajo de Grado. Universidad del Zulia. Programa de Maestría en Matemáticas, Mención Docencia. Facultad de Humanidades y Educación. División de Estudios para Graduados. Maracaibo, Venezuela, 168 pp.

RESUMEN

Este estudio se origina en la observación de dificultades por parte de los estudiantes para aprender el tema de matrices y por parte de docentes de matemática al momento de enseñar este tema; tales como conocimiento y aplicación poco asertiva de estrategias en los diferentes momentos instruccionales; así como el uso excesivo de estrategias tradicionales. Por tal motivo esta investigación tuvo como objetivo general analizar la relación entre las estrategias del docente y el aprendizaje de matrices por parte de los estudiantes de la U.E “Liceo Eduardo Mathias Lossada”. El tipo de investigación fue descriptiva, de campo, con diseño no-experimental, de naturaleza transversal y correlacional. El tratamiento de la información se hizo con apoyo de la estadística descriptiva, tomando elementos como frecuencia, porcentajes y media aritmética. Se aplicaron dos cuestionarios, uno para determinar las estrategias de enseñanzas utilizadas por los docentes y otro para determinar el nivel de aprendizaje del conceptual, procedimental y actitudinal que alcanzaron los alumnos sobre matrices. Estos fueron validados por tres expertos en el área de matemática; y su confiabilidad arrojó 0,96 para el instrumento dirigido a los docentes y 0,61 para el de los alumnos. Se concluyó, de acuerdo al coeficiente de correlación de Pearson obtenido (0,595), que las variables estrategias del docente y aprendizaje de matrices no están relacionados, con lo cual se aceptó la hipótesis nula. Se recomendó a los docentes proponer actividades que conlleven a los estudiantes a la investigación, a fin de desarrollar en ellos habilidad y creatividad.

Palabras clave: Estrategias de enseñanza, aprendizaje, matrices.

Correo electrónico: lazaroestivenzon@gmail.com

Lázaro Velazquez, Estivenzon de Jesús (2017). **TEACHER STRATEGIES THE AND MATRICES LEARNING**. Grade Work. University of Zulia. Master's Program in Mathematics, Teaching Mention. Faculty of Humanities and Education. Division of Studies for Graduates. Maracaibo, Venezuela, 168 pp.

ABSTRACT

This study originates in the observation of difficulties on the part of the students to learn the subject of matrices and by teachers of mathematics when teaching this subject; Such as knowledge and little assertive application of strategies in different instructional moments; As well as excessive use of traditional strategies. For this reason, this research had as general objective to analyze the relationship between the teacher's strategies and the learning of matrices by the students of the U.E "Liceo Eduardo Mathias Lossada". The type of research was descriptive, field, with non-experimental design, of cross-sectional and correlational nature. The treatment of the information was made with the support of descriptive statistics, taking elements such as frequency, percentages and arithmetic mean. Two questionnaires were applied, one in order to determine the teaching strategies used by teachers and another to determine the level of conceptual, procedural and attitudinal learning achieved by students on matrices. These were validated by three experts in the area of mathematics; and its reliability was 0.96 for the instrument aimed at teachers and 0.61 for that of the students. It was concluded, according to the Pearson correlation coefficient obtained (0.595), that the variables teacher strategies and matrix learning are not related, with which the null hypothesis was accepted. Teachers were recommended to propose activities that lead students to research, in order to develop in skill and creativity

Key words: Strategies of teaching, learning, matrices.

Email: lazaroestivenzon@gmail.com

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje constituye un punto focal en los debates respecto al proceso de desarrollo integral del educando; de tal modo que, continuamente, surgen en el ámbito de la ciencia de la Educación diversos enfoques y perspectivas educativas, tales como: el conductismo, el cognoscitivismo, el constructivismo, entre otros. Cada uno busca comprender, así como, explicar el conocimiento y el aprendizaje enmarcados en un contexto determinado.

El Ministerio del Poder Popular para la Educación (2013), produjo un currículo nacional bolivariano donde se incluye la matemática como área de conocimiento, tanto para educación primaria como para educación media. En forma general el área de conocimiento es el conjunto de saberes que conjuntamente con los fines educativos de la Educación Bolivariana, permiten contextualizar, describir, interpretar, explicar, reflexionar y aprehender la realidad.

Ahora bien, el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se ha convertido, durante los últimos años, en una tarea compleja y fundamental en todos los sistemas educativos. Por supuesto, este acontecimiento ha exigido el desarrollo de nuevas ideas; así como, una forma de pensar dinámica, compleja e interactiva a fin de producir un cambio de actitud, tanto en los individuos como en el modo de educar, como el conocimiento cambia constantemente, el docente esta obligado a estar actualizado. Ante la necesidad de un pensamiento dialéctico, crítico y dinámico, es evidente que, si el educador ha de formar un educando con pensamiento complejo, la educación se debe convertir en un instrumento de desarrollo individual.

En ese sentido, la educación matemática bajo el enfoque del Sistema Educativo Bolivariano contribuye significativamente a desarrollar: lo metódico, el pensamiento ordenado y el razonamiento lógico; para que los seres humanos distingan: el todo de las partes, lo analítico y lo sintético, lo ordenado de lo no ordenado, lo que está clasificado de aquello que no lo está; entre otros procesos fundamentales del pensamiento.

Por otra parte, es necesario aplicar estrategias de enseñanza con el fin de realizar una efectiva gerencia en el aula de clase, que permitan generar experiencias educativas innovadoras para el desarrollo del pensamiento complejo. Para que esto

último sea posible, es necesario que el proceso de innovación parta no solo del incremento productivo de estudiante y profesor, sino también de la implementación de recursos didácticos y estrategias de enseñanza que permitan la difusión de conocimientos y experiencias cognoscitivas.

En atención a lo anterior, la presente investigación tiene como finalidad analizar la relación entre las estrategias del docente y el aprendizaje de matrices de los estudiantes de quinto año de Educación Media General. Esto se debe a que se observaron dificultades muy específicas por parte de los docentes al momento de explicar problemas sobre este tema; dificultades tales como: conocimiento y aplicación poco asertivas de las estrategias en los diferentes momentos instruccionales (preinstruccionales, coinstruccionales, postinstruccionales); así como el uso excesivo de estrategias tradicionales como, por ejemplo: memorización, repetición, interrogatorio, completación de conceptos y pruebas escritas.

El trabajo se encuentra estructurado en cuatro capítulos: el capítulo uno, trata sobre el problema de investigación, donde se hace un esbozo de la situación problemática relacionada con la solución de matrices por parte del docente en matemática de quinto año de Educación Media General, se formula el problema a investigar junto con su propósito, para luego fijar los objetivos tanto generales como específicos, la justificación y la exposición de las hipótesis del trabajo, y por último este capítulo finaliza con la delimitación y contexto de la investigación.

El capítulo dos contiene el marco teórico, constituido por los antecedentes y bases teóricas que dieron sustento a la investigación y justifican las afirmaciones en torno a la concepción de conocimiento complejo y enfoque constructivista del aprendizaje, tales como: estrategias preinstruccionales y coinstruccionales, estrategias para activar conocimientos previos, las que permiten desarrollar razonamientos y argumentos, entre otras.

Un tercer capítulo, describe la metodología empleada para el desarrollo de la investigación, se presenta el marco metodológico, constituido por el tipo y diseño de la investigación; población y muestra; técnicas e instrumentos de recolección de datos, finalizando con las técnicas del análisis de la información y las escalas de interpretación del coeficiente de correlación de Spearman que se utilizó para estimar la relación entre las variables.

El cuarto capítulo titulado: análisis y discusión de datos, corresponde con el análisis de los resultados obtenidos al aplicar procedimientos estadísticos a la información recolectada. Estos resultados son expuestos siguiendo los objetivos específicos propuestos para la presente investigación.

Y finalmente, se proponen las conclusiones y recomendaciones derivadas de la investigación, las referencias bibliográficas y los anexos.

CAPÍTULO I
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

CAPÍTULO I

PROBLEMÁTICA DE LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATRICES EN EDUCACIÓN MEDIA GENERAL

La educación en la sociedad actual puede verse como un factor fundamental para el desarrollo de los seres humanos y de la sociedad, en cuyo proceso las instituciones educativas juegan un papel principal centrado en la preparación del ser humano para la vida, lo cual es la base de la formación de los recursos humanos necesarios para el desarrollo individual y social.

A través de la historia, la educación ha sido considerada como un elemento fundamental del desarrollo del capital humano de cualquier sociedad moderna, dado que constituye un motor de crecimiento económico y un instrumento eficaz para abordar las desigualdades. Tanto es así, que las Naciones Unidas han incluido la educación como una de las dimensiones, junto a la salud y el estándar de vida, del índice de desarrollo humano.

Al respecto, la Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura UNESCO, (2009), establece que la educación promueve el desarrollo individual y tiene como finalidad la formación del ser humano para la paz, los derechos humanos y la democracia, también a enseñar, a vivir con autenticidad, con sentido, con un norte definido, con valores, incógnitas y esperanzas.

En relación con los criterios anteriores, en América Latina conformada por un grupo de países del mundo en vías de desarrollo o poco desarrollados, la educación enfrenta el reto de preparar a las personas para que respondan a las necesidades de desarrollo de los países incluidos en este circuito, enfatizando que los fines de la educativos, no son los mismos, porque cada región tienen sus necesidades particulares.

Venezuela, por ser un país latinoamericano no escapa de esta realidad, en este país la Constitución Nacional de la República Bolivariana de Venezuela (1999), en su artículo 102 señala que la educación es un derecho humano y fundamental, democrático, gratuito y obligatorio. De igual manera, la Ley Orgánica de Educación (2009:15) en el art. N° 14, establece que:

“La educación es un derecho humano y un deber social fundamental concebida como un proceso de formación integral, gratuita, laica, inclusiva y de calidad, permanente, continua e interactiva, promueve la construcción social del conocimiento, la valoración ética y social del trabajo, y la integralidad y preeminencia de los derechos humanos, la formación de nuevos republicanos y republicanas para la participación activa, consciente y solidaria en los procesos de transformación individual y social, consustanciada con los valores de la identidad nacional, con una visión latinoamericana, caribeña, indígena, afrodescendiente y universal. La educación regulada por esta Ley se fundamenta en la doctrina de nuestro Libertador Simón Bolívar, en la doctrina de Simón Rodríguez, en el humanismo social y está abierta a todas las corrientes del pensamiento. La didáctica está centrada en los procesos que tienen como eje la investigación, la creatividad y la innovación, lo cual permite adecuar las estrategias, los recursos y la organización del aula, a partir de la diversidad de intereses y necesidades de los y las estudiantes. La educación ambiental, la enseñanza del idioma castellano, la historia y la geografía de Venezuela, así como los principios del ideario bolivariano son de obligatorio cumplimiento, en las instituciones y centros educativos oficiales y privados”.

En este mismo orden de ideas, la Ley Orgánica de Educación (2009), en su artículo 15, establece que la educación tiene como finalidad desarrollar el potencial creativo del ser humano para el ejercicio de su personalidad y ciudadanía, también desarrollar la capacidad de abstracción y el pensamiento crítico mediante la formación en filosofía, lógica y matemáticas, con métodos innovadores que privilegien el aprendizaje desde la cotidianidad y la experiencia. Ahora bien, en la actualidad existe una gran preocupación por los problemas relacionados con la educación, lo que ha exigido que en todos los ámbitos se generen nuevas estrategias que respondan a esta circunstancia, teniendo en cuenta que la matemática promueve en el estudiante el desarrollo del pensamiento lógico.

1. Descripción de la situación problema

Por otro lado, el docente en su rol de facilitador, debe proporcionar modos de aprendizaje; para lo cual implementará estrategias metodológicas que en el caso de la Matemática por ser abstracta y compleja, tiene sus propias metodologías, técnicas o procedimientos que debe manejar el profesor, con el fin de lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes.

En este sentido, las estrategias metodológicas han sido definidas por Díaz y Hernández (2002:140), como “un conjunto de orientaciones didácticas que señalan en forma clara e inequívoca los métodos, procedimientos y técnicas que se planifican para el logro de cada uno de los aprendizajes; contemplando las competencias sugeridas en los programas de estudio”.

Pérez (1999:135), señala que:

“las estrategias de enseñanza son planes de acción que pone en práctica el docente de forma sistemática para lograr unos determinados objetivos de aprendizajes en los estudiantes, se realiza una construcción conjunta entre enseñante y aprendices única e irreplicable, los alumnos activan sus conocimientos previos”.

De la misma forma, Furlán y Ezpeleta (2004:26), la definen como:

“un apoyo que se ubica en el plano afectivo emocional permanente del alumno para mantener una actitud propicia para el aprendizaje “al optimizar la concentración, reducir la ansiedad ante nuevas situaciones de aprendizaje, dirigir la atención, organizar las actividades y tiempo de estudio. Se refieren al modo en que se presentan los contenidos; comprende la naturaleza, el alcance y la secuencia de los acontecimientos que propician la experiencia instruccional”.

De acuerdo con lo anterior, podemos decir que las estrategias metodológicas no son más que los procedimientos, actividades, técnicas, métodos, que emplea el docente para conducir el proceso de enseñanza, en función de obtener que el estudiante adquiera un aprendizaje significativo, diversas son las técnicas que pueden utilizarse en dicho proceso, aquí es muy importante la visión que el docente tenga para poder adecuarla a la experiencia de aprendizaje, ya que no todas logran el mismo nivel de aprendizaje, por lo tanto, es importante que las conozca plenamente para aplicarla de forma adecuada.

En el caso de la matemática, todas las actividades que desarrolle el docente, las estrategias deben estar dirigidas a formar hombres creativos, críticos, que desarrollen el pensamiento lógico; es decir, que sean competentes, para lograr esto se deben emplear estrategias que conduzcan a los estudiantes a construir su propio conocimiento, favorezcan el aprendizaje, ya que el docente sólo se limita a dar contenido y el estudiante a recibirlo, siempre poniendo en práctica la transmisión recepción.

Todos estos planteamientos sobre la educación, el arte de enseñar y la evolución que ha habido en ella, proporcionan una rica gama de oportunidades para la enseñanza de las matemáticas en la educación venezolana; sin embargo, siempre surge la incógnita de por qué siendo la matemática uno de los principales ejes de formación en la sociedad para la economía humana, esta misma tiende a convertirse en un elemento de frustración y conflicto cognitivo para las personas.

Se han hecho investigaciones sobre las actitudes que pueden tener los docentes durante el proceso de su formación, los contenidos programáticos, las aulas y la preparación del medio ambiente escolar como posibles indicadores. Por otra parte, hasta se han estudiado los efectos de la sociedad y la propia cultura en el aprendizaje de los contenidos matemáticos. Todas estas investigaciones llegan a la conclusión de que existe aversión en los estudiantes hacia esta disciplina, producto de una cultura que señala lo difícil de su aprendizaje.

Esta misma situación se observa en la Unidad Educativa “Liceo Eduardo Mathias Lossada” ubicada en el Municipio San Francisco del Estado Zulia. En esta institución los alumnos evidencian dificultades para el aprendizaje de matrices, puesto que hacen la resolución de problema de forma mecánica y operativa sin aplicar el razonamiento lógico-matemático; por ende, al momento de ser explicado los problemas durante la clase, los alumnos tienden a responder satisfactoriamente, pero cuando se les asigna como ejercicio práctico, tareas o examen, los alumnos no responden las exigencias, no se observa el razonamiento lógico-matemático ni su aplicación dentro de su entorno social.

Esta situación, trasciende en la motivación y afecto de los estudiantes hacia las matemáticas. Se genera en ellos estrés emocional y psicológico, así como desconfianza hacia las estrategias y técnicas aplicadas por el docente.

De acuerdo con lo anterior, es muy común encontrarse con estudiantes que se les dificulta resolver problemas de matrices, razón por la cual, en esta investigación se han planteado las siguientes interrogantes.

- 1.- ¿Cuáles son las estrategias que aplica el docente para la enseñanza de matrices en la U.E “Liceo Eduardo Mathias Lossada”?.?
- 2.- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje que poseen los alumnos sobre matrices?

3.- ¿Cuál es la relación entre la estrategia aplicada por el docente y el aprendizaje de matrices?

Para dar respuesta a estas interrogantes, se ha planteado esta investigación, con cual se busca mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la asignatura matemática, en la unidad de matrices, mediante el empleo de estrategias metodológicas que estimulen un aprendizaje significativo, que sea útil, interesante y aplicable, y que a su vez haga comprender a los estudiantes lo importante que es conocer e ilustrarse sobre los contenidos matemáticos y la resolución de problemas.

Definición del problema

En atención a las dificultades que los estudiantes de quinto año de Educación Media General de la Unidad Educativa “Liceo Eduardo Mathias Lossada” evidencian; la presente investigación se formula el siguiente problema: ¿Que estrategias aplica el docente para el aprendizaje de matrices por parte de los estudiantes?

2. Objetivos de la investigación

Para el problema de causa efecto sin tener un tratamiento particular, se definen los siguientes objetivos:

2.1. Objetivo general

Analizar la relación entre las estrategias del docente y el aprendizaje de matrices por parte de los estudiantes de la U.E “Liceo Eduardo Mathias Lossada”.

2.2. Objetivos específicos

1-. Describir las estrategias aplicadas por el docente durante el proceso de enseñanza de matrices en la U.E “Liceo Eduardo Mathias Lossada”.

2-. Identificar los niveles de aprendizaje del conocimiento conceptual, procedimental y actitudinal que alcanzaron los alumnos sobre matrices.

3-. Estimar la relación entre las estrategias del docente y aprendizaje de matrices.

3. Justificación de la investigación

La presente investigación es de gran importancia; porque genera conocimientos sobre la práctica pedagógica del docente de matemática, así mismo, esta investigación puede ofrecer aportes y beneficios profesionales a docentes en ejercicio.

Teórica.- Se establecieron algunas concepciones u orientaciones epistemológicas que favorecen la construcción del conocimiento en materia de estrategias de enseñanza para el aprendizaje de la matemática, por lo que este estudio se apoyó en un conjunto de teorías de autores, tales como: Díaz y Hernández (2002), (2003), (2007), Bernad (1993) y Sarabia (1992), con esta investigación se busca encontrar explicaciones a las dificultades que presentan los estudiantes en cuanto a la solución de problemas basados en matrices. Esta investigación también representa un aporte teórico y una herramienta de apoyo para investigaciones que se realicen en el futuro relacionado con el tema, aportando de esta manera un material bibliográfico con sustentación teórica en el área de la enseñanza y aprendizaje de la matemática en el contexto educativo y su relación con el rendimiento de los estudiantes de educación media general.

Metodológica.- Se busca servir como herramienta científica y metodológica para estudiantes, docentes, directivos u cualquier organización inherente al campo educativo porque se generaron conocimientos obtenidos a través del método científico, se muestra el desarrollo coherente y sistemático de los métodos, técnicas y estrategias utilizadas para la indagación y procesamiento de la información, donde el que lo lea podrá considerarlo para su propia formación personal y profesional.

Práctica.- Cabe destacar que este estudio contribuye con aportes científicos para las disciplinas matemática y física, no sólo en la matemática se puede resolver problemas con matrices, también en la física se puede aplicar matrices para resolver problemas; como por ejemplo, calcular la intensidad de la corriente que circula por cada conductor en un circuito dado con tres o mas intensidades distintas, por lo

general se forma un sistema de tres o más ecuaciones, en este caso se puede resolver el sistema de ecuación con la aplicación de matrices.

Social.- Sirve de apoyo a la búsqueda de la excelencia basada en mecanismos o instrumentos que faciliten el conocimiento continuo y permanente de la matemática, así como la eficiencia y la eficacia en los procesos de enseñanza y aprendizaje en esta área, en función del entorno social del estudiante porque permite desarrollar la capacidad productiva del profesor de matemática, repercutiendo de manera efectiva en la institución, lo cual a su vez brinda e incrementa el conocimiento en los profesores sobre las estrategias de enseñanza, ya que su aplicación promueve el aprendizaje significativo de esta ciencia por parte de los estudiantes.

4. Delimitación y contexto de la investigación

La presente investigación se llevó a cabo en la U. E “Liceo Eduardo Mathias Lossada”, ubicada en la Urbanización San Francisco del Municipio San Francisco del estado Zulia, para ello se consideraron a los estudiantes y docentes del área de matemática del quinto año de Educación Media General. Es importante resaltar que la elección de dicho grupo se debe a que en años anteriores se observó deficiencia en el aprendizaje al estudiar el contenido de matrices, lo cual implica negativamente la comprensión de otros temas en los que se aplica posteriormente esta temática.

Temporalmente se desarrolló desde Julio de 2016 hasta febrero de 2017.

Temáticamente se apoyó en las teorías de estrategias didácticas para la enseñanza y aprendizaje de la matemática bajo el enfoque constructivista. Se consideró los postulados conceptuales de Díaz y Hernández (2002, 2003, 2007), Bernad (1993) y Sarabia (1992), y dentro de la matemática, el tema de matrices.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

Este capítulo está constituido por los siguientes elementos: antecedentes de la investigación, bases teóricas, definición y operacionalización de variables. A fin de fortalecer su validez científica se apoya en estudios que puedan aportar informaciones claras y precisas sobre las variables de estudio.

1. Antecedentes de la investigación

En relación a los trabajos revisados, se presenta a continuación una serie de investigaciones, producto de la revisión bibliográfica realizada, relacionada con el tema propuesto en esta investigación y que se constituyen en el conjunto de antecedentes.

Aguirre (2008), en su investigación, “Estrategias Metodológicas para Mejorar el Pensamiento en Matemática”. Estableció pautas a fin de mejorar el aprendizaje de la matemática, mediante el desarrollo de las habilidades de pensamiento en la resolución de problemas; además de valorar diferentes argumentos desde el punto de vista de la psicología cognitiva del aprendizaje, el valor y uso que tienen las concepciones teóricas: en la formación del educando.

Esta investigación se relaciona con la presente porque; sugiere la necesidad de plantear estrategias de enseñanza y aprendizaje que ayuden a construir el desarrollo de habilidades del pensamiento lógico creativo para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes y sugiere utilizar teorías del enfoque de la Psicología cognitiva.

Farfán y Rumbos (2008), diseñaron un manual práctico para el aprendizaje del contenido matrices en el 5to año del liceo “Anexo Dr. Rafael Guerra Méndez”. En este estudio se llegó a la conclusión de que los alumnos reflejaron debilidad en los contenidos de matrices en las siguientes dimensiones: orden de matriz, filas de una matriz, escalares de una matriz, tipo de matriz, operante básica de matrices, producto, inversa y matriz equivalente.

Siendo su objetivo general: determinar la importancia del uso de estrategias didácticas, basadas en el aprendizaje significativo en el rendimiento de Matemática, en el contenido matrices en el 5to año del liceo “Anexo Dr. Rafael Guerra Méndez”. Los autores llegaron a la siguiente conclusión, la utilización de estrategias basadas en el aprendizaje significativo es de gran utilidad porque logra que el estudiante construya su propio saber, tomando en cuenta las experiencias previas y sus necesidades. Ante esta situación los autores recomiendan que el Ministerio Popular para la Educación, conjuntamente con las universidades e institutos de educación superior, dicte cursos de actualización en estrategias didácticas innovadoras, dirigidas a docentes que laboran en dicha área.

Se relaciona con la presente investigación debido a la urgencia que tiene la educación que sus docentes planifiquen y lo hagan con actividades, y estrategias adecuadas para la enseñanza de la matemática sin oponerse a los cambios que está dando el sistema, además fue de gran ayuda al momento de elaborar los instrumentos que permitieron recoger la información necesaria en dicha investigación.

Morales (2007), en su trabajo titulado: “Propuesta de un sistema de Evaluación de Estrategias utilizadas en la enseñanza de la Matemática”, estableció que hay dificultad en el desarrollo de las estrategias de la enseñanza en la matemática así como escasa participación en el proceso de gestión de Director y estudiantes, atribuyéndose mayor responsabilidad en los docentes, también escaso seguimiento y evaluación de estrategias por parte de los actores involucrados.

Este trabajo es de importancia para esta investigación porque sus antecedentes y conclusiones contribuyen a efectuar un análisis de cómo el bajo rendimiento se atribuye principalmente a la aplicación inadecuada de estrategias de enseñanza, por lo que se hace necesario seguir investigando sobre las estrategias usadas por los docentes.

Machado y Soto (2006), en su investigación titulada “Propuesta de proyectos computarizados como estrategia de evaluación de las competencias Matemáticas en los alumnos de segundo año de educación media y diversificada en el contenido de matrices”. El objetivo general de esta investigación fue determinar los conocimientos

básicos que tienen los alumnos partiendo de sus ideas previas sobre resolución de problemas basados en matrices.

Lo autores llegaron a la conclusión que los estudiantes presentan una gran dificultad para realizar las operaciones básicas con números reales y sus respectivas propiedades y los docentes tienen dominio parcial sobre la información técnica referida a evaluación y además reportaron bajas competencias en el área computacional. Se relaciona con la presente investigación puesto que sus antecedentes y conclusiones permiten realizar observaciones sobre el bajo rendimiento del estudiante, el cual se atribuye al uso inadecuado de estrategias de enseñanza y aprendizajes.

Guzmán y Flores (2006), en su investigación titulada “Analizar las características educativas de una estrategia didáctica que incorpora el uso del sistema de cálculo algebraico en la enseñanza y aprendizaje del álgebra lineal”. El objetivo general de esta investigación fue analizar las características educativas de una estrategia didáctica que incorpora el uso del sistema de cálculo algebraico en la enseñanza y aprendizaje del álgebra lineal.

La estrategia didáctica empleada se basó en la introducción del sistema de cálculo algebraico en el aula utilizando una metodología experimental y por descubrimiento, con el fin de que los alumnos adquirieran un aprendizaje significativo y relacional con ayuda de las capacidades que brinda y las posibilidades que ofrece el entorno computacional para el aprendizaje colaborativo. En esta estrategia se ha incorporado la resolución de problemas con la finalidad de profundizar en los contenidos matemáticos introducidos previamente. Se relaciona con esta investigación, porque las estrategias didácticas van dirigidas a la motivación del estudiante y para ello debe estar basado en una buena planificación.

La investigación antes mencionadas se convierten en experiencia de sustento para la presente investigación, pues muestran de forma metódica y coherente los diferentes pasos con que se realizó el proyecto, concuerdan con en la necesidad de aplicar nuevas estrategias que ayuden al estudiante a tener una instrucción significativa de los contenidos de matemática como lo sería la elaboración de un manual que contribuya en el aprendizaje de los educandos.

Sierpinska (2000), publicó un trabajo que lleva por título “Sobre algunos aspectos del pensamiento de estudiantes en álgebra lineal”. En este trabajo la investigadora ofrece una caracterización del pensamiento del estudiante en álgebra lineal en tres modos: el sintético-geométrico, el analítico-aritmético y el analítico-estructural.

La autora concluyó que la planificación es elemento fundamental para prestar atención pedagógica al estudiante, también destacó que las estrategias de atención pedagógica que intervienen en la formación de los estudiantes son cognoscitivas, estratégica, para aprender y recordar. Se recomendó como imprescindible que el docente deba tener conocimiento teórico-práctico preciso sobre el arsenal de técnicas para planificar estrategias didácticas.

El trabajo anterior se relaciona con la presente investigación en cuanto al énfasis en el uso y planificación de estrategias didácticas que optimicen la enseñanza y aprendizaje de la matemática de quinto año de Educación Media y General, esto refleja lo importante del uso de una adecuada estrategia didáctica, para el mejoramiento de la enseñanza.

Infante (2000), presentó un trabajo de ascenso en la Universidad del Zulia, referente a “La enseñanza del Álgebra. Una propuesta para la acción”. En este trabajo el autor expuso ciertas alternativas como vías de acción, tanto para la enseñanza de la Matemática (específicamente el Álgebra) como para la investigación educativa en esta área.

Empleó como metodología los postulados de la investigación acción de Kurt Lewin y el constructivismo de Porlán. Sus estudios aportan estrategias generales para la implementación de experiencias de enseñanza y aprendizaje del Álgebra, de la misma manera plantea en primer lugar un cambio en las funciones y formas de evaluación de acuerdo a los postulados del constructivismo. Seguidamente propone la formación de grupos de trabajos y reflexión, a fin de potenciar el conocimiento profesional y la capacidad de juicio y reflexión de los participantes. Esta investigación se relaciona con la presente debido a que detalla el uso de estrategias de enseñanza y teorías cognitivistas que permiten mejorar los aprendizajes de los estudiantes, mejorando el nivel de rendimiento escolar.

2. Bases teóricas

Para Arias (2006:107), “las bases teóricas implican un desarrollo amplio de los conceptos y proposiciones que conforman el punto de vista o enfoque adoptado, para sustentar o explicar el problema planteado”. A continuación se exponen algunos fundamentos teóricos referentes a la investigación.

El proceso de enseñanza y aprendizaje, implica una organización, distribución y uso de recursos que faciliten su aplicación y desarrollo de manera sistemática, divertida y acorde a la realidad que envuelve al que aprende y al que enseña. La enseñanza no puede entenderse más que en relación al aprendizaje; y esta realidad relaciona no sólo a los procesos vinculados a enseñar, sino también a aquellos vinculados a aprender.

Entendemos los procesos enseñanza y aprendizaje como simultáneamente un fenómeno que se vive y se crea desde dentro, esto es, procesos de interacción e intercambio regidos por determinadas intenciones, en principio destinados a hacer posible el aprendizaje; a fin de no aislar o separar a los involucrados del proceso enseñanza y aprendizaje de su contexto.

Díaz y Hernández (2002), relacionan las diferentes concepciones didácticas con los procesos de enseñanza y aprendizaje que generan: la comunicación, la sistémica y el currículum. Se trata de tres maneras de entender las relaciones entre docente, discente, contenidos, estrategias y prácticas: La comunicación como la primera vía de transmisión educativa. El enfoque de sistemas que presenta los elementos implicados como elementos de entrada, de proceso y de salida de un sistema abierto y dinámico.

La visión curricular que atiende a las metas u objetivos a lograr junto a los pasos o acciones para conseguirlos forma un todo. Quedando así planteado el proceso enseñanza y aprendizaje como un sistema de comunicación planificado que se produce en una institución y en el que se generan estrategias orientadas a provocar aprendizaje (Coll, 1999).

2.1. Estrategias didácticas

La estrategia didáctica, desde una perspectiva se puede decir, que es el conjunto de procedimientos que apoyados en técnicas de enseñanza, tienen por objeto llevar a buen término la acción didáctica; por otra parte, la estrategia desde el punto de vista de la didáctica son todos aquellos enfoques y modos de actuar que hacen que el profesor dirija con destreza el aprendizaje.

Para Díaz y Hernández (2002), la didáctica es una ciencia práctica, de intervención y transformadora de la realidad, proviene del verbo “didaskhein”, que significa enseñar, instruir, explicar. No debe convertirse en una mera aplicación de conocimientos, principios, teorías, normas, elaboradas en el seno de otras disciplinas. Aunque utiliza datos procedentes de la Psicología y de la Sociología, entre otras ciencias, también en su seno se va creando un corpus de teorías. La didáctica es una disciplina pedagógica centrada en el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje, que pretende la formación y el desarrollo instructivo y formativo de los estudiantes.

La didáctica se puede entender como pura técnica o ciencia aplicada o ciencia básica de la instrucción, educación o formación. A cerca del qué, el para qué y el cómo enseñar. Las estrategias didácticas en la práctica docente diaria pueden estar entrelazadas, ya que en los procesos de enseñanza y aprendizaje el estudiante como agente activo adapta y procesa la información a la par de sus expectativas y sus conocimientos previos sobre la temática a aprender. Sin embargo, es importante considerar elementos comunes que conviene estar presentes en una estrategia didáctica y de esta manera lograr aprendizajes pertinentes y transferibles a contextos reales.

Marqués (2009), define a las estrategias didácticas como una serie de actividades de aprendizaje dirigidas a los estudiantes y adaptadas a sus características, a los recursos disponibles y a los contenidos objeto de estudio. Se puede llegar a una clasificación de estos procedimientos según el agente que lo lleva a cabo, en estrategias de enseñanza, estrategias instruccional, estrategias de aprendizaje y estrategias de evaluación.

En este mismo orden de ideas, Aguirre (2008), define a las estrategias didácticas como la secuencia ordenada de todas aquellas actividades y recursos que utiliza el profesor en la práctica educativa, con un fin determinado.

Las estrategias deben ofrecer al estudiante información y orientación; además, lo deben incentivar y este es el mejor papel, ya que al lograr la motivación del estudiante se está logrando su participación y por consiguiente, la captura y disposición hacia el aprendizaje.

2.1.1 Definición y contextualización de las estrategias docentes de enseñanza

Según Díaz y Hernández (2002), las estrategias de enseñanza son procedimientos que el docente utiliza en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los alumnos; y que al mismo tiempo se convierten en medios o recursos para prestar la ayuda pedagógica. Razón por la cual el docente debe planificar, no como una obligación, sino por la necesidad de solventar un problema de manera sencilla y grata; y es aquí cuando hace presencia la didáctica y entra en juego, es a través de ella que se logran los medios, modos, herramientas y formas de llevar la enseñanza según sea la capacidad de los estudiantes.

2.1.2 Tipos de estrategias docentes para la enseñanza

Las estrategias se clasifican de acuerdo al objetivo que se quiere lograr en la clase, considerando el objeto de estudio, a los incluidos y a la realidad de aprendizaje. A fin de poder sustentar esta investigación en la variable: estrategias de enseñanza, se efectúa una clasificación de las diferentes tipos de estrategias, a fin de establecer un apoyo teórico que permita determinar las estrategias que utilizan los docentes del área de matemática en el tema de matrices del segundo año de Educación Media General en la U.E “Liceo Eduardo Mathias Lossada”.

Entre la gran variedad de estrategias didácticas que existen para enseñar, se ha decidido trabajar con las siguientes estrategias, considerando los objetivos de esta investigación, por lo cual se construye la siguiente clasificación:

- a) Las que se utilizan según el momento de uso y presentación, (Preinstruccionales y Coinstruccionales)
- b) Las utilizadas para activar los conocimientos previos.
- c) Las que sirven para orientar la atención del estudiante.
- d) Las que nos facilitan promover el enlace entre los conocimientos previos y la nueva información.
- e) Las que permiten desarrollar razonamiento y argumentación.
- f) Estrategias referidas al proceso lógico matemático.

A continuación se especifican cada una de las estrategias a desarrollar en esta investigación.

2.1.3 Estrategias que se utilizan según el momento de uso y presentación

Estas estrategias de enseñanza pueden ser aplicadas en los diferentes momentos de clase, actividad, episodio o secuencia de enseñanza y aprendizaje. Díaz y Hernández (2002), establecen las siguientes:

Las estrategias preinstruccionales: por lo general preparan y alertan al estudiante en relación con qué y cómo va a aprender; esencialmente tratan de incidir en la activación o la generación de conocimientos y experiencias previas pertinentes. También sirven para que el aprendiz se ubique en el contexto conceptual apropiado y para que genere expectativas adecuadas. Algunas de las estrategias preinstruccionales más típicas son los objetivos y los organizadores previos. Ejemplos de ellas son: la preinterrogantes, la actividad generadora de información previa; por ejemplo, lluvia de ideas, (Cooper, 1990), y la enunciación de objetivos.

Con base a esta indicación, estas estrategias están dirigidas a estimular los conocimientos anteriores de los estudiantes, por lo cual se recomienda usarlas antes del desarrollo o ejercicio de las actividades docentes a fin de clarificar los aprendizajes continuos que permitan entender e explicar la información que a posterior el profesor conjuntamente con los estudiantes repercutirán hacia la adquisición de nuevas experiencias.

Las estrategias coinstruccionales: apoyan los contenidos curriculares durante el proceso mismo de enseñanza y aprendizaje. Cubren funciones para que

el aprendiz mejore la atención e igualmente detecte la información principal, logre una mejor codificación y conceptualización de los contenidos de aprendizaje, y organice, estructure e interrelacione las ideas importantes. Se trata de funciones relacionadas con el logro de un aprendizaje con comprensión. Aquí pueden incluirse estrategias como ilustraciones, redes y mapas conceptuales, analogías y cuadros C-Q-A, entre otras (Díaz y Hernández, 2002).

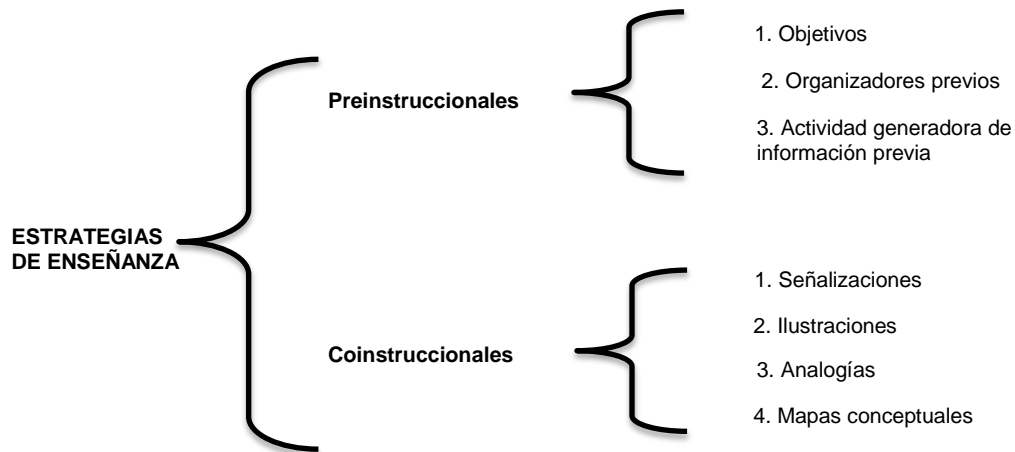
Desde este punto de vista, las estrategias en el marco de la construcción del saber, constituyen una línea de acción didáctica apoyada en el conjunto de pautas que permiten no sólo al docente la adquisición de los objetivos, con el menor esfuerzo posible; sino que brinda al estudiante la posibilidad de incrementar los niveles de participación, lo cual compromete a ambos agentes a optimizar el proceso enseñanza y aprendizaje, sin embargo algunos autores expresan que las estrategias son parte fundamental a la promoción de los aprendizajes para la construcción del saber.

En este sentido, los futuros docentes deben elaborar estrategias de enseñanza que vayan en función del contenido curricular a desarrollar, adecuadas al nivel cognitivo del alumno y ajustadas al ambiente en que se desenvuelve el proceso didáctico, puesto que si el docente no considera al alumno de manera holística al momento de aplicar estrategias didácticas, el aprendizaje y la práctica educativa no alcanzarían el éxito deseado.

Ahora bien, ante las realidades educativas las aulas del nivel de educación requieren de un docente mediador facilitador de aprendizajes, el cual debe promover a través de distintas actividades e interacciones entre el profesor y el estudiante la participación activa en un contexto de aprendizaje no solo individual, sino colectivo en función de los conocimientos previos y la adquisición de nuevos contenidos que favorezcan el proceso de enseñanza aprendizaje.

A continuación se muestra el diagrama 1, sobre las estrategias de enseñanza según el momento de aplicación en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Diagrama 1. Estrategias de enseñanza según momento de aplicación en los procesos de enseñanza y aprendizaje



Fuente: Díaz y Hernández (2002)

2.1.4 Clasificaciones y funciones de las estrategias de enseñanza de acuerdo a su aplicación

Objetivos: Enunciados que establecen condiciones, tipo de actividad y forma de evaluación del aprendizaje del alumno. Como estrategias de enseñanza compartidas con los alumnos, generan expectativas apropiadas.

Organizadores Previos: Información de tipo introductoria y contextual. Tienden un puente cognitivo entre la información nueva y la previa.

Lluvia de ideas: Facilita el surgimiento de nuevas ideas sobre un tema o problema determinado

Ilustraciones: Representaciones visuales de objetivos o situaciones sobre una teoría o tema específico; como fotografías, dibujos y dramatizaciones.

Analogías: Propositiones que indican que una cosa o evento (concreto y familiar) es semejante a otro (desconocido y abstracto o complejo).

Señalizaciones: Señalamientos que se hacen en un texto o en la situación de enseñanza para enfatizar u organizar elementos relevantes del contenido por aprender.

Mapas y redes conceptuales: Representaciones gráficas de esquemas de conocimiento (indican conceptos, proposiciones y explicaciones).

2.1.5 Estrategias para activar conocimientos previos

Las estrategias para activar conocimientos previos este es el punto de partida para que el estudiante se relacione con el proceso constructivista, es decir, se parte del referido práctico que ha desarrollado el estudiante fruto de sus vivencias diarias o adquiridas en el marco de otras asignaturas. Al respecto, Díaz y Hernández (2002), se refieren a estas estrategias como aquellas dirigidas a activar los conocimientos previos de los estudiantes o incluso a generarlos cuando no existan. Su activación sirve en un doble sentido: para conocer lo que saben sus alumnos y para utilizar tal conocimiento como base para promover nuevos aprendizajes.

En este grupo se puede incluir también a aquellas otras que se unen en la explicación de las intenciones educativas que el profesor intenta lograr al término del ciclo o situación educativa. Señalan claramente a los alumnos los propósitos educativos y objetivos, les ayuda a desarrollar perspectivas adecuadas sobre la sesión o secuencia instruccional que éstos abarcan, y a encontrar sentido y valor funcional a los aprendizajes involucrados.

Cabe destacar, que tales estrategias son principalmente de tipo Preinstruccionales, y se recomienda usarlas al inicio de cada clase. Ejemplo de algunas de estas estrategias son: Actividad focal introductoria, Discusión guía, Lluvias de ideas y Objetivos o intenciones. La actividad focal introductoria, son aquellas estrategias que buscan atraer la atención de los estudiantes, Influye de manera poderosa en la atención y motivación de los alumnos e incluso actúa como situación que activa los conocimientos previos.

La discusión guiada, este tipo de estrategia requiere de cierto tipo de planificación, dicha planificación debe hacerse partiendo de los tres aspectos que se debe tener en cuenta en toda actividad que busque generar o crear informaciones previas: antes, durante y después. Para Díaz y Hernández (2002:149), la discusión es “como un procedimiento interactivo a partir del cual profesor y alumnos hablan acerca de un tema determinado”.

Así mismo, la Actividad generadora de información previa, también conocida como lluvia de ideas o “tormenta de ideas”, es una estrategia que permite al alumno compartir, reflexionar y activar sus conocimientos previos sobre un tema determinado como objeto de estudio. Por último, los objetivos o intenciones, estas son los enunciados que detallan las actividades de aprendizajes y los efectos que se pretenden conseguir en el aprendizaje de los alumnos luego de finalizar una sesión, experiencia o ciclo escolar.

Los objetivos se convierten en el punto inicial, el primer paso de la planificación curricular, del proceder racional en educación, deben planificarse con un mínimo de rigidez dado a que suponen el punto de partida y de llegada de toda experiencia educativa, además desempeñan un papel importante orientador de todo el proceso educativo.

2.1.6 Estrategias para orientar la atención del estudiante

Orientar la atención de los estudiantes, es el siguiente punto luego de activar sus conocimientos previos, esto permite que el estudiante se concentre en su aprendizaje, creando un proceso de tareas donde convergen ideas, condicione, los cuales deben ser fortalecidos para que resulten satisfactorios al estudiante en todo momento de su aprendizaje.

Para Díaz y Hernández (2002), tales estrategias son aquellos recursos que el profesor o el diseñador utiliza para focalizar y mantener la atención de los aprendices durante una sesión, discurso o texto. La actividad de guía y orientación es una actividad fundamental para el desarrollo de cualquier acto de aprendizaje.

En este sentido, las estrategias de este grupo deben proponerse preferentemente como estrategias de tipo coinstruccional dado que pueden aplicarse de manera continua para indicar a los alumnos en qué conceptos o ideas focalizar los procesos de atención y codificación. Algunas estrategias que se incluyen en este rubro son el uso de señalizaciones internas y externas al discurso escrito, y las señalizaciones y estrategias discursivas orales.

2.1.7 Estrategias para promover el enlace entre los conocimientos previos y la nueva información que se ha de aprender

Estas estrategias se logran después de haber cubierto las precedentes, es decir, activar el conocimiento previo, orientar o centrar la atención, organización de la información para llegar a enlazar conocimientos previos con nueva información. Al respecto, Díaz y Hernández (2002), consideran que son aquellas estrategias destinadas a ayudar para crear enlaces adecuados entre los conocimientos previos y la información nueva a aprender, asegurando con ello una mayor significatividad de los aprendizajes logrados.

Esta estrategia se cubre a través de un proceso con implicaciones lógicas, cognitivas y sociales, considerada también como una red de ideas que se potencializan al transferirlas de manera lógica a otros contextos de interés del estudiante. De acuerdo con Meyer (1984), a este proceso de integración entre lo “previo” y lo “nuevo” se le denomina: construcción de “conexiones externas”.

Por las razones señaladas, se recomienda utilizar tales estrategias antes o durante la instrucción para lograr mejores resultados en el aprendizaje. Las estrategias típicas de enlace entre lo nuevo y lo previo son las de inspiración ausubeliana: los organizadores previos y las analogías. Estas estrategias permiten tipificar cada uno de los eventos por los cuales debe transitar un estudiante para que pueda llegar de una manera constructiva a elevar su potencial creativo.

2.1.8 Estrategias que permiten desarrollar razonamiento y argumentación

Se entiende por argumentación el razonamiento que se emplea para demostrar una proposición, o bien para convencer a otro de aquello que se afirma o se niega, la articulación de intervenciones dentro de un discurso, por lo tanto, implica que existen diferentes puntos de vista sobre un tema (García y col., 2002), dentro de esta tipología se ubican al razonamiento inductivo, razonamiento deductivo, argumentación y resolución de problemas:

Razonamiento Inductivo: implica todo aquello que permita realizar análisis de casos particulares, analizar y controlar variables, comparar y establecer relaciones, identificar irregularidades, formular hipótesis, elaborar conjeturas entre muchas otras.

Razonamiento deductivo: comprobar hipótesis, predecir fenómenos a partir de modelos.

Argumentación: identificar datos, diferenciar hechos, comparar modelos teóricos y situaciones reales, identificar razones, elaborar explicaciones, formular conclusiones, evaluar hipótesis, dar argumentos, evaluar consistencia y coherencia del argumento, utilizar el lenguaje científico, reflexionar acerca de las evidencias, buscar coherencia y globalidad.

De allí que argumentar sea la presentación de una postura con la conciencia de que existe una opinión, implícita o explícita diferente a la propia. Como bien se coincide en señalar, la argumentación de las ideas y la formulación de explicaciones alternativas son estrategias esenciales para la formación y desarrollo científico de nuestros estudiantes.

Como otros argumentos a favor de potenciar estas estrategias, se señala que constituyen las bases del razonamiento conceptual, ya que las intervenciones argumentativas ponen a prueba los conocimientos previos y los relacionan modificando variables y situaciones para articular razones que convengan. En el aula, la confrontación de ideas es posible si el profesor no descarta ninguna explicación dando también su opinión, sino que las mantiene como diferentes opciones posibles. Desde este punto de vista, se favorece que los estudiantes reflexionen sobre las ideas y las analicen al confrontarlas.

La resolución de problemas. Esta se basa en cuatro fundamentos:

- a) Leer y comprender los enunciados del problema a resolver.
- b) Encontrar y anotar los datos relevantes para la resolución.
- c) Realizar las operaciones oportunas con los datos obtenidos anteriormente, comprobar y verificar operaciones realizadas.
- d) Redactar una solución o respuesta al problema.

En el proceso de enseñanza y aprendizaje, es importante que se atiendan estos y otros elementos estratégicos, reforzando su aplicación eficaz siempre que sea posible. En este sentido, se señala cómo las estrategias cambian en función de los objetivos, los contenidos y el contexto de realización y la importancia de estimular a los estudiantes en aplicar e integrar los recursos estratégicos de que disponen.

2.1.9 Estrategias para desarrollar el proceso lógico matemático

El desarrollo de las capacidades lógico-matemáticas en el alumno es fundamental desde las primeras etapas educativas. La estimulación adecuada desde una edad temprana favorecerá el desarrollo de estas capacidades y permitirá al alumno introducir estas habilidades en su vida cotidiana. Esta estimulación debe ser acorde a la edad y características del alumnado, respetando su propio ritmo; además debe ser divertida, significativa y dotada de refuerzos que la hagan agradable y motivadora.

Dentro de esta dimensión se ubican todas aquellas que permiten desarrollar las habilidades cognitivas en el estudiante, entre ellas se encuentran:

a. Estrategias cognitivas: Según Dilts y DeLozier (2000), consisten en actividades y procesos mentales que los aprendientes realizan de manera consciente o inconsciente; con ellas mejoran la comprensión del lenguaje, su asimilación, su almacenamiento en la memoria, su recuperación y su posterior utilización, estas hacen referencia al procesamiento de la información: comprensión, recuerdo, recuperación y aplicación de la información y a la ejecución de esa acción.

Si bien es posible distinguir múltiples tipos y subcategorías de estrategias cognitivas, Dilts y DeLozier (2000), permiten diferenciar inicialmente las siguientes siete grandes categorías de estrategias cognitivas consideradas como aquellas más básicas y fundamentales:

- ✓ Estrategias Cognitivas para la Toma de Decisiones. La secuencia específica que un individuo utiliza, de forma habitual, para elegir entre diversas opciones.
- ✓ Estrategias Cognitivas de Memoria. La secuencia específica utilizada habitualmente por una persona para almacenar y recuperar información relevante producto de su interacción con el medio o como resultado de determinados procesos mentales internos.
- ✓ Estrategias Cognitivas de Aprendizaje. La secuencia específica utilizada por el individuo con el fin último de adquirir nueva información o mejorar su propio repertorio de habilidades y capacidades, tanto de naturaleza cognitiva como afectiva o conductual.

✓ Estrategias Cognitivas de Creatividad. La secuencia específica utilizada por el individuo para generar y desarrollar nuevas posibilidades, opciones e ideas en relación a alguna situación, actividad u objeto.

✓ Estrategias Cognitivas de Realidad. La secuencia específica utilizada sistemáticamente por una persona para lograr discernir con precisión aquello que es considerado como “real” de todo aquello que supone “fantasía” o “simple imaginación”.

✓ Estrategias Cognitivas de Convencimiento. La secuencia específica que permite a una persona tomar una plena conciencia de la validez y grado de acuerdo en relación a una experiencia o proposición concreta.

✓ Estrategias Cognitivas de Motivación. La secuencia específica que permite a una persona emprender con intensidad, energía y entusiasmo aquellas acciones, conductas y pasos necesarios hasta lograr obtener aquello que realmente se desea alcanzar.

b. Estrategias cognitivo-retóricas. Según Perelman y Olbrechts-Tyteca (1958); Costa (2001) y Marinkovich (2005), se tiene que estas son las siguientes:

✓ Definición: Identificación entre el definiens (lo que define) con el definiendum (lo definido).

✓ Ejemplificación. Demostración, ilustración o autorización de algo mediante ejemplos.

✓ Comparación o contraste, examen de objetos con el fin de poner atención en los atributos que los hacen similares o diferentes.

✓ Reformulación. Proceso discursivo que permite el avance de la información en un texto mediante repeticiones, reconsideraciones de lo dicho anteriormente y retrocesos en los que se retoma total o parcialmente lo antes expresado.

✓ Causalidad, condición o evento (causa) que hace que algo suceda; resultado (efecto) o logro creado o producido por la condición o evento previo.

✓ Concesión, abandono o dejación de una posición ideológica, una opinión, una actitud.

✓ Analogía. Similitudes lingüísticas entre dos o más situaciones, al tiempo que simultáneamente se discierne que existen diferencias en la relación (a es a b como c es a d).

✓ Hipótesis. Proposición tentativa o relación asumida con el fin de extraer su consecuencia lógica o empírica.

En este sentido, las estrategias cognitivo-retóricas se puede decir que son aquellos recursos que los participantes, en una interacción argumentativa, ponen en práctica para clarificar o diferenciar sus enunciados o para moverse hacia lo más profundo, más fundamental o más general de los mismos. Todo ello para argumentar efectivamente en vista a lograr un acuerdo o resolver un conflicto.

Por supuesto, estas estrategias no advierten contenidos cognitivos, sino que actúan desde lo afectivo, modificando, representando y enfatizando las diferencias entre cada sujeto, desde su propia experiencia y contenidos afectivos. Cabe destacar, además, que estas estrategias le permiten al docente organizar el tiempo y los recursos internos de orden emocional, su inspiración hacia las tareas propuestas en el acto de aprender, así como aquellos medios que apoyan el aprendizaje, el sistema de trabajo que conviene y de preferencia por el aprendiz.

c. Estrategias metacognitivas

Estas se relacionan con la capacidad de autorregular el aprendizaje, es decir, de planificar que estrategias se han de utilizar, aplicarlas y controlar el proceso, evaluarlo para detectar posibles fallos. El uso de estas estrategias proporcionan algunos beneficios como los son:

- ✓ Dirigen la atención hacia información clave.
- ✓ Permiten conocer las acciones y situaciones que facilitan el aprendizaje afín de poder repetir esas acciones o crear las condiciones y situaciones óptimas par aprender.
- ✓ Estimulan la codificación, vinculando la información nueva con la que ya estaba en la memoria.
- ✓ Favorecen la vinculación de informaciones provenientes de distintas áreas o disciplinas.
- ✓ Ayudan a construir esquemas mentales que organizan y explican la información que se está procesando.
- ✓ Estrategia de vigilancia que consiste en controlar el avance de la actividad y aportar eventuales innovaciones.

- ✓ Estrategia sobre el foco de interés o de concentración (la persona retiene ciertos detalles y elimina otros).
- ✓ Estrategia de planificación consistente en prever el orden de actuación.
- ✓ Estrategias de evaluación consistentes en apreciar la calidad de los resultados de las actividades realizadas. Es decir, estas estrategias se convierten en herramientas valiosas que permiten aprender a aprender, igualmente facilitan la comprensión y el desarrollo eficaz y reflexivo de las tareas necesarias para aprender cosas nuevas, utilizando los conocimientos previos para resolver problemas.

d. Estrategias de apoyo o auxiliares

Estas estrategias, no se dirigen directamente al aprendizaje de los contenidos. La misión fundamental de estas estrategias es mejorar la eficacia del aprendizaje mejorando las condiciones en las que se produce. Incluyen:

- ✓ Establecer y mantener la motivación, enfocar la atención, mantener la concentración, manejar la ansiedad, manejar el tiempo de manera efectiva.
- ✓ El aprendizaje asociativo o estrategias de ensayo
- ✓ El aprendizaje por reestructuración, estrategias de elaboración, o de organización.

Cada una de ellas desempeña un importante papel durante el desarrollo de las tareas de aprendizaje, pues facilitan el proceso y permiten la obtención del éxito en el resultado final o producto de aprendizaje. Se conoce que existe una relación directa entre la calidad del producto de aprendizaje, el proceso y la eficacia de la estrategia utilizada por el estudiante. Por tanto, las estrategias “auxiliares o de apoyo”, no sólo son de apoyo, sino que ellas también regulan y optimizan el comportamiento cognitivo durante el acto de aprendizaje, constituyendo estrategias afectivas del aprendizaje.

En el mismo orden de ideas, las estrategias de apoyo permiten al aprendiz mantener un estado mental propicio para el aprendizaje; incluyen, entre otras, estrategias para favorecer la motivación y la concentración, para reducir la ansiedad, para dirigir la atención a la tarea y para organizar el tiempo de estudio. Las estrategias de apoyo tienen un impacto indirecto sobre la información que se ha de aprender y su papel es mejorar el nivel de funcionamiento cognitivo del aprendiz.

Para esta investigación, el aprendizaje de matrices se evidencia en tres dimensiones, a saber, mediante el conocimiento conceptual sobre el tema, el procedimental y el actitudinal, los cuales se detallan a continuación.

2.2. Conocimiento

2.2.1 Conocimiento conceptual

El conocimiento conceptual se construye a partir del aprendizaje de conceptos, principios y explicaciones, los cuales no tienen que ser aprendidos en forma literal, sino abstrayendo su significado esencial o identificando las características definitorias y las reglas que los componen. En el aprendizaje conceptual ocurre una asimilación sobre el significado de la información nueva, se comprende lo que se está aprendiendo, para lo cual es imprescindible el uso de los conocimientos previos pertinentes que posee el alumno (Díaz, y Hernández, 2002).

De acuerdo con lo anterior, los mismos autores señalan que para promover el aprendizaje conceptual es necesario que los materiales de aprendizaje se organicen y estructuren correctamente, lo cual les provee de una riqueza conceptual que pueda ser explotada por los alumnos. También es necesario hacer uso de los conocimientos previos de los alumnos y hacer que éstos se impliquen cognitivamente, motivacional y efectivamente en el aprendizaje. El profesor debe planear actividades donde los alumnos tengan oportunidades para explorar, comprender y analizar los conceptos de forma significativa, ya sea mediante una estrategia expositiva o por descubrimiento.

2.2.2 Conocimiento procedimental

El saber hacer o saber procedimental es aquel conocimiento que se refiere a la ejecución de procedimientos, estrategias, técnicas, habilidades, destrezas y métodos. Podríamos decir que a diferencia del saber qué, que es de tipo declarativo y teórico, el saber procedimental es de tipo práctico, porque está basado en la realización de varias acciones u operaciones (Díaz y Hernández, 2002).

Según el autor antes mencionado, los procedimientos pueden ser definidos como un conjunto de acciones ordenadas y dirigidas hacia la consecución de una

meta determinada. En tal sentido, algunos ejemplos de procedimientos pueden ser: la elaboración de resúmenes, ensayos o gráficas estadísticas, el uso de algoritmos u operaciones matemáticas, la elaboración de mapas conceptuales y el uso correcto de algún instrumento como un microscopio.

Para Díaz y Hernández (2002), durante el aprendizaje de procedimientos es importante clarificarle al aprendiz la meta a lograr, la secuencia de acciones a realizar y la evolución temporal de las mismas. Asimismo, se ha establecido que un aprendizaje de este tipo ocurre en etapas, que comprenden:

- ✓ La apropiación de datos relevantes respecto a la tarea y sus condiciones. Ésta es una etapa donde se resalta el conocimiento declarativo, sin ser todavía de ejecución de la tarea. Se centra en proporcionar al aprendiz la información o conocimiento factual relacionado con el procedimiento en general y las tareas puntuales a desarrollar, explicar las propiedades y condiciones para su realización, así como las reglas generales de aplicación.

- ✓ La actuación o ejecución del procedimiento, donde al inicio el aprendiz procede por tanteo y error, mientras el docente lo va corrigiendo mediante episodios de práctica con retroalimentación. En esta fase, se llega a manejar un doble código: declarativo y procedimental. Debe culminar con la fijación del procedimiento.

- ✓ La automatización del procedimiento, como resultado de su ejecución continúa en situaciones pertinentes. Una persona que ha automatizado un procedimiento muestra facilidad, ajuste, unidad y ritmo continuo cuando lo ejecuta.

- ✓ El perfeccionamiento indefinido del procedimiento, para el cual en realidad no hay final. Marca claramente la diferencia entre un experto (el que domina el procedimiento) y el novato (el que se inicia en su aprendizaje).

Cabe destacar que en la enseñanza de un procedimiento no sólo es necesario plantearle al aprendiz el desarrollo ideal del mismo o las rutas recomendables y correctas que conducen a su realización exitosa, asimismo es importante confrontarlo con los errores, las rutas erróneas y las alternativas u opciones de aplicación y solución de problemas cuando éstos se presenten, también hay que revisar las condiciones que limitan o favorecen la realización del procedimiento y las situaciones conflictivas más comunes que se van a enfrentar,

discutir con profundidad suficiente las dudas y errores habituales, y analizar las formas de interacción con los compañeros en el caso de que el desarrollo del procedimiento implique la participación de otros.

Por otro lado, Díaz y Hernández (2002), consideran que el aprendizaje de los procedimientos, como el de los otros tipos de contenido, implica un proceso gradual en el que deben considerarse varias dimensiones (que forman cada una de ellas un continuo, desde los momentos iniciales de aprendizaje hasta los finales del mismo). Estas dimensiones relacionadas entre sí son las siguientes:

- ✓ De una etapa inicial de ejecución insegura, lenta e inexperta, hasta una ejecución rápida y experta.
- ✓ De la ejecución del procedimiento realizada con un alto nivel de control consciente, hasta la ejecución con un bajo nivel de atención consciente y una realización casi automática.
- ✓ De una ejecución con esfuerzo, desordenada y sujeta al tanteo por ensayo y error de los pasos del procedimiento, hasta una ejecución articulada, ordenada y regida por representaciones simbólicas (reglas).
- ✓ De una comprensión incipiente de los pasos y de la meta que el procedimiento pretende conseguir, hasta una comprensión plena de las acciones involucradas y del logro de una meta plenamente identificada.

La enseñanza de procedimientos desde el punto de vista constructivista puede basarse en una estrategia general: el traspaso progresivo del control y responsabilidad en el manejo de la competencia procedimental, mediante la participación guiada y con la asistencia continua, pero paulatinamente decreciente del profesor, la cual ocurre al mismo tiempo que se genera la creciente mejora en el manejo del procedimiento por parte del alumno.

Según Díaz y Hernández (2002), los principales recursos instruccionales empleados en un proceso de enseñanza y aprendizaje de tipo procedimental deben incluir:

- ✓ Repetición y ejercitación reflexiva.
- ✓ Observación crítica
- ✓ Imitación de modelos apropiados.
- ✓ Retroalimentación oportuna, pertinente y profunda.

- ✓ Establecimiento del sentido de las tareas y del proceso en su conjunto, mediante la evocación de conocimientos y experiencias previos.
- ✓ Verbalización mientras se aprende.
- ✓ Actividad intensa del alumno, centrada en condiciones auténticas, lo más naturales y cercanas a las condiciones reales donde se aplica lo aprendido.
- ✓ Fomento de la metacognición: conocimiento, control y análisis de los propios comportamientos.

2.2.3 Conocimiento actitudinal

Primero revisaremos un poco los conceptos de actitud y valor. Dentro de las definiciones más aceptadas del concepto de actitud, puede mencionarse aquella que sostiene que son constructos que median nuestras acciones y que se encuentran compuestas de tres elementos básicos: un componente cognitivo, uno afectivo y uno conductual (Bernad, 1993 y Sarabia, 1992).

Las actitudes son experiencias subjetivas (cognitivo-afectivas) que implican juicios evaluativos, que se expresan en forma verbal o no verbal, que son relativamente estables y que se aprenden en el contexto social. Las actitudes son un reflejo de los valores que posee una persona (Díaz y Hernández, 2002). Por otra parte, un valor es una cualidad por la que una persona, un objeto-hecho despierta mayor o menor aprecio, admiración o estima.

Los valores pueden ser económicos, estéticos, utilitarios o morales; particularmente estos últimos representan el foco de los cambios recientes en el currículo escolar. Puede afirmarse que los valores morales son principios éticos interiorizados respecto a los cuales las personas sienten un fuerte compromiso de “conciencia”, que permiten juzgar lo adecuado de las conductas propias y ajenas (Sarabia, 1992).

El aprendizaje de las actitudes es un proceso lento y gradual, donde influyen distintos factores como las experiencias personales previas, las actitudes de otras personas significativas, la información y experiencias novedosas, y el contexto sociocultural (por ejemplo, mediante las instituciones, los medios de comunicación y las representaciones colectivas).

De acuerdo con Bernad (1993), hay tres aproximaciones que han demostrado ser eficaces para lograr el cambio actitudinal, a saber: a) proporcionar un mensaje persuasivo, b) el modelaje de la actitud y c) la inducción de disonancia o conflicto entre los componentes cognitivo, afectivo y conductual. Estos autores recomiendan que se planteen situaciones donde éstas se utilicen en forma conjunta en relación con los individuos. Para Sarabia (1992), algunas metodologías y técnicas didácticas que han demostrado ser eficaces para trabajar directamente con los procesos actitudinales son, por ejemplo, las técnicas participativas (juego de roles o "role-playing" y los sociodramas), las discusiones y técnicas de estudio activo, las exposiciones y explicaciones de carácter persuasivo (con conferencistas de reconocido prestigio o influencia) e involucrar a los alumnos en la toma de decisiones.

Aunado a lo anterior, las aportaciones del constructivismo en este interés renovado por enseñar valores han puesto de nuevo al día trabajos pioneros en el tema, como los de Jean Piaget o Lawrence Kohlberg acerca del desarrollo y del juicio moral, así como diversas líneas de investigación recientes acerca del desarrollo afectivo y social de las personas, del estudio de las habilidades de pensamiento reflexivo y razonamiento crítico, del comportamiento colaborativo y prosocial, entre otras.

Las siguientes son algunas de las metodologías de orientación constructivista que intentan promover aprendizajes significativos en este complejo campo: la clarificación de valores y actitudes orientada al autoconocimiento, la discusión sobre dilemas, el análisis de casos, la comprensión y escritura crítica, el aprendizaje cooperativo y situado, el entrenamiento en habilidades sociales y autorregulatorias, la participación activa en proyectos académicos y comunitarios de servicio o prosociales (Díaz y Hernández, 2002).

2.3. Teoría de matrices

A continuación se describe el contenido sobre la teoría de matrices que el docente de quinto año de Educación Media General debe enseñar en su curso de matemática, el cual debe ser aprendido por los estudiantes.

La teoría de las matrices es un campo que bien puede ser llamado la aritmética de las matemáticas superiores, declaración algo apasionada, pero que puede justificarse por el hecho de que las matrices representan las transformaciones más importantes.

Según Hernández (2012: 24):

“Una matriz es una tabla cuadrada o rectangular de datos o también llamados elementos (llamados elementos o entradas de la matriz) ordenados en filas y columnas, donde una fila es cada una de las líneas horizontales de la matriz y una columna es cada una de las líneas verticales. A una matriz con m filas y n columnas se le denomina matriz m -por- n (escrito $m \times n$), y a m y n dimensiones de la matriz”.

Las dimensiones de una matriz siempre se deben dar en el siguiente orden: con el número de filas primero y el número de columnas después. Comúnmente se dice que una matriz m -por- n tiene un orden de $m \times n$ ("orden" tiene el significado de tamaño). Dos matrices son iguales si se cumple la siguiente regla: son del mismo orden y tienen los mismos elementos. Normalmente se escribe $A = (a_{ij})_{m \times n}$ para definir una matriz A con cada elemento en la matriz A $[i, j]$ llamada $a_{i, j}$ para todo $1 \leq i \leq m$ y $1 \leq j \leq n$.

El aprendizaje actual de las matrices debe basarse fundamentalmente en el modelado; el modelado guía la construcción de una representación matemática (matrices), que en algunos casos es posible resolverla por medio de métodos convencionales, en estos casos, la solución de una matriz también puede ser generadas mediante el auxilio de programas de computadora que facilitan enormemente el estudio del análisis cuantitativo de las mismas (Benavides 2012).

En este mismo orden de ideas, el aprendizaje de la teoría matricial se puede plantear desde la perspectiva del álgebra lineal, pues es de este modo como se involucra al estudiante al análisis de las teorías actuales que se aplican hoy en día y que constituyen modelos de sistemas dinámicos, modelos cualitativos imprescindibles que debe manejar.

Con referencia a lo anterior se dan algunos aspectos para el aprendizaje de matrices:

- 1.- Enfrentar tareas que sean retadoras pero “logrables con esfuerzo: es decir, es necesario que los estímulos (problemas, conceptos) que se estudien no sean demasiado difíciles ni demasiado fáciles, sino que impliquen un esfuerzo cognitivo sostenido.
- 2.- Desarrollar la capacidad de representar objetos de diferentes maneras (gráfica, algebraica, modelaciones mediante “software”, físicamente) y de poder relacionar esas diferentes representaciones con el objeto en sí y pasar de una representación a otra, comprendiendo el proceso.
- 3.- Afrontar problemas que representen un reto cognitivo, que permitan la activación de conocimiento previo y la necesidad de generar nuevos conocimientos.
- 4.- Realizar tareas que lleven a tener curiosidad intelectual por el tema, motivación para aprender y construir significado, integrando, modificando y desechando conocimientos previos, según sea necesario.
- 5.- Utilizar calculadoras de matrices para verificar los resultados de los problemas resueltos.
- 6.- Resolver problemas de matrices con un grado de dificultad alto, utilizando software matemático que permita identificar los pasos a seguir para la solución del mismo.
- 7.- Pedir orientación pertinente que sirva de ayuda la momento de enfrentar la resolución de un problema basado en matrices.

2.3.1 Definición de matrices.

“Una matriz puede considerarse como un arreglo rectangular que permite almacenar información de manera ordenada” Quiroga (2005: 2), específicamente una matriz A de orden $m \times n$ (m , n son números enteros mayores o iguales que uno), es un conjunto de $m \times n$ elementos a_{ij} perfectamente ordenado en m filas y n columnas, las matrices se denotan con letras mayúsculas y sus elementos con letras minúsculas y subíndices.

De acuerdo con lo anterior, una matriz es un conjunto ordenado de números reales dispuestos en filas o renglones y en columnas. La matriz A es un arreglo

rectangular de orden $m \times n$ se lee “m por n”, se escribe como $A = (a_{ij})$. Un término cualquiera es a_{ij} donde i señala el número de fila y j el número de columna (Grossman y Flores, 2012: 46-50).

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

El elemento a_{ij} se llama elemento genérico (entrada) de la matriz A ; está situado en la fila i y en la columna j de dicha matriz. El primer subíndice i nos indica la fila a la que pertenece el elemento; y el segundo subíndice j nos señala la columna en la que está situado. Adviértase que se cumple el orden descrito, colocar primero las filas y después las columnas. Los subíndices señala el tamaño de una matriz.

Comúnmente, se denotan a las matrices con letras mayúsculas mientras que se utilizan las correspondientes letras en minúsculas para denotar a los elementos o datos pertenecientes a las mismas. Por ejemplo, al elemento de una matriz A que se encuentra en la fila i -ésima y la columna j -ésima se le denota como $a_{i, j}$ o $a [i, j]$. Notaciones alternativas son $A [i, j]$ o $A_{i, j}$. Además de utilizar letras mayúsculas para representar matrices, otra forma de poder representar a las matrices es mediante el uso de fuentes en negrita para distinguirlas de otros tipos de variables. Así \mathbf{A} es una matriz, mientras que A es un escalar.

De forma general, se puede definir la matriz de la siguiente manera:

Sea C y D dos conjuntos no vacíos, tal que C : Conjunto de m elementos = $\{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ y D : Conjuntos de elementos = $\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$. Sea $A: C \times D \rightarrow R$ una función que se puede representar mediante el arreglo rectangular presentado en el cuadro 1:

Cuadro 1. Representación de una matriz mediante un arreglo rectangular

C	D	d₁	d₂	d_j	d_n
c₁		a ₁₁	a ₁₂	a _{1j}	a _{1n}
c₂		a ₂₁	a ₂₂	a _{2j}	a _{2n}
.	
c_i		a _{i1}	a _{i2}	a _{ij}	a _{in}
.				.		.	
.				.		.	
c_m		a _{m1}	a _{m2}	a _{mj}	A _{mn}

Fuente: Benavides (2012)

Donde el par (c_i, d_j) le corresponde el elemento a_{ij}. La matriz estará formada por las imágenes de esta función. Se tiene que:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Es usual denotar la matriz $A = (a_{ij})$. Además, se dice que el tamaño u orden de la matriz es $m \times n$ y se escribe $A_{m \times n}$.

2.3.2 Tipos de matrices

A continuación se presenta el cuadro 2, donde se puede constatar los tipos de matrices con sus definiciones y ejemplos de cada una de ellas.

Cuadro 2. Tipos de matrices

TIPOS DE MATRICES	DEFINICION	EJEMPLO
Matriz fila	Es aquella formada por una sola fila ($A_{1 \times n}$)	$A = (1 \quad 8 \quad 5 \quad -3)$
Matriz Columna	Es aquella formada por una columna ($A_{m \times 1}$)	$A = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix}$
Matriz Cuadrada	Es aquella matriz cuyo numero de fila es igual al numero de columnas ($A_{n \times n}$)	$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}$
Matriz Nula	Todos sus elementos son nulos ($O_{m \times n}$)	$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Matriz transpuesta	Dada una matriz $A = (a_{ij})$, se llama transpuesta de A , la matriz que se obtiene cambiando ordenadamente las filas por las columnas, es decir, $A^t = (a_{ji})$.	$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 4 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$ su transpuesta es: $A^t = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 8 \end{pmatrix}$
Matriz simétrica	Es aquella matriz cuadrada que es igual a su transpuesta, es decir, $A = A^t$, $a_{ij} = a_{ji}$	$A = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 8 & 3 \end{pmatrix} = A^t$
Matriz diagonal	Una matriz A cuadrada de orden $n \times n$ se llama matriz diagonal, si y solo si $a_{ij} = 0$ para todo $i \neq j$.	$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
Matriz Identidad	Una matriz $A = (a_{ij})$ $n \times n$ se llama matriz identidad, si y solo si: $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } i = j \\ 0, & \text{si } i \neq j \end{cases}$	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Matriz triangular superior	Sea A una matriz cuadrada. A es triangular superior, Si y solo si $a_{ij} = 0$ para todo i mayor que j . ($\forall i > j$).	$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 0 & -2 & 8 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$
Matriz triangular inferior	Una matriz cuadrada $A_{n \times n}$ es triangular inferior, si y solo si $a_{ij} = 0$ para todo i menor que j . ($\forall i < j$).	$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$
Matriz antisimétrica	Es aquella matriz cuadrada donde su opuesta es igual a su transpuesta, es decir, $-A = A^t$	$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & 0 \end{pmatrix}$ $A^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -4 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix} = -A$
Matriz escalar	Sea $A = (a_{ij})$ una matriz cuadrada. A es una matriz escalar si : $a_{ij} = 0 \forall i \neq j$ y si $a_{ij} = k \in R \forall i = j$	$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
Matriz escalonada por fila	Una matriz se dice escalonada por fila si cumple las siguientes propiedades: 1.- Si existen filas nulas, estas están situadas al final de la matriz	

	2.- El elemento distinguido de cada fila (primer elemento no nulo de cada fila) esta a la derecha del elemento distinguido de la fila anterior.	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Matriz escalonada reducida por fila	Cumple tres condiciones: 1.- Es escalonada por fila 2.- los elementos distinguidos son unos 3.- Los elementos de la columna en la cual esta ubicado el elemento distinguido (excepto él) son todos nulos	$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Fuente: Quiroga (2005)

2.3.3 Orden de una matriz

El orden de una matriz es sencillamente la cantidad de filas y columnas que esta posea, por ejemplo, dada una matriz A con tres filas y cuatro columnas, el orden de esta matriz será 3x4 y se denota de la siguiente forma $A_{3 \times 4}$ primero se coloca el numero que representa la cantidad de fila y luego el que representa la cantidad de columnas.

2.3.4 Operaciones con matrices

a) Suma de matrices

Sean $A = (a_{ij})$ y $B = (b_{ij})$ dos matrices del mismos tamaño $m \times n$. La suma de A y B, representada por $A + B$ es la matriz del mismo tamaño que se obtienen sumando los elementos correspondientes de la matriz A con la matriz B. Es decir, se define la suma de matrices de la siguiente manera: $A + B = (a_{ij}) + (b_{ij}) = (a_{ij} + b_{ij})$. Esto es, sumar cada uno de los elementos homólogos de las matrices a sumar.

b) Multiplicación por un escalar

El producto de un número real k por una matriz A, representado por kA , es la matriz que se obtiene al multiplicar cada elemento de la matriz A por k donde $k \in K$.

Es decir, si $A = (a_{ij})$ entonces $kA = k(a_{ij}) = (k a_{ij})$ donde $i = 1, 2, 3, \dots, m; j = 1, 2, 3, \dots, n$. Si A es una matriz $m \times n$ también la matriz kA será del mismo orden $m \times n$.

Al multiplicar un escalar por una matriz, lo que hacemos es multiplicar el escalar por la función matricial respectiva. Cabe destacar que, $M_{m \times n}(K)$ es el conjunto de matrices de orden $m \times n$, cuyos elementos pertenecen al campo K , definiéndose el campo K , como un conjunto no vacío, dotado de dos operaciones, suma y multiplicación. La suma le asigna a cada par (x, y) de elemento de K , un elemento de K denotado $x + y$, por otra parte, la multiplicación asigna a cada par (x, y) de elementos de K , un elemento de K denotado $x \cdot y$.

2.3.5 Propiedades de la suma de matrices

- ✓ **Conmutativa:** $\forall A, B \in M_{m \times n}(K)$ se tiene que $A + B = B + A$
- ✓ **Asociativa:** $\forall A, B, C \in M_{m \times n}(K)$ se tiene que $(A + B) + C = A + (B + C)$
- ✓ **Existencia del elemento neutro:** $\forall A \in M_{m \times n}(K), \exists O \in M_{m \times n}(K)$ tal que:
 $A + O = O + A = A$
- ✓ **Existencia del elemento opuesto:** $\forall A \in M_{m \times n}(K), \exists -A \in M_{m \times n}(K)$ tal que:
 $A + (-A) = O$

2.3.6 Propiedades para la multiplicación de un escalar por una matriz

- ✓ **Distributividad con respecto a la suma de matrices:** $\forall A, B \in M_{m \times n}(K)$ y $\forall \alpha \in K$, se tiene que: $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$
- ✓ **Distributividad con respecto a la suma de escalares:** $\forall \alpha, \beta \in K$ y $\forall A \in M_{m \times n}(K)$, se tiene que: $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$
- ✓ **Asociatividad del producto de escalares por una matriz:** $\forall \alpha, \beta \in K$ y $\forall A \in M_{m \times n}(K)$, se tiene que: $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$
- ✓ $\forall A \in M_{m \times n}(K)$, se tiene: $1A = A$, 1 es la unidad de K .

2.3.7 Rango de una matriz

El rango de una matriz A de orden $m \times n$, es el número de filas no nulas de una matriz reducida por filas que sean equivalente por filas a la matriz A . Para Hernández (2012: 43), “el rango de una matriz es el número de columnas (filas respectivamente) que son linealmente independientes”. Si se da el caso de que el

rango fila y el rango columna son iguales, este número es llamado simplemente rango de A. Comúnmente se expresa como $R(A)$.

2.3.8 Definición de matriz inversa

Sean A y B dos matrices de orden $m \times n$, tal que, $A \times B = B \times A = I$, donde I es la matriz identidad de orden $n \times n$; B se llama la inversa de A y se denota por A^{-1} , tal que: $A \times A^{-1} = A^{-1} \times A = I$. “Si la matriz A tiene inversa se dice que A es invertible, además una matriz cuadrada que no es invertible se llama singular y aquella que es invertible se dice que es no singular” (Benavides, 2012: 35).

Para Grossman y Flores (2012: 94-98), “la inversa de una matriz, si existe, es única, y la inversa del producto de dos matrices es el producto de las inversas cambiando el orden, $(B.A)^{-1} = B^{-1}.A^{-1} = A^{-1}.B^{-1}$ ”, si la matriz es invertible, también lo es su transpuesta, y el inverso de su transpuesta es la transpuesta de su inversa, es decir: $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$, y evidentemente: $(A^{-1})^{-1} = A$

Una matriz es invertible si y sólo si el determinante de A es distinto de cero. Además la inversa satisface la igualdad:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj}(A)^T$$

Donde $|A|$ es el determinante de A y $\text{adj}(A)$ es la matriz de adjuntos de A. Por otra parte, el teorema de Joyner y Nakos (1999), nos dice lo siguiente. Sea A, B y C $\in M_{m \times n}(K)$ matrices cuadradas, $b \in \mathbb{R}^n$. Las siguientes afirmaciones son equivalentes:

- ✓ A es invertible.
- ✓ $A \sim I_n$. (A es equivalente con la matriz identidad)
- ✓ A es producto de matrices elementales.
- ✓ Hay una matriz B, tal que $AB = I_n$.
- ✓ Hay una matriz C, tal que $CA = I_n$.
- ✓ Cada columna de A es columna pivote.
- ✓ Cada fila de A tiene un pivote.
- ✓ Las columnas de A son linealmente independientes.
- ✓ Las filas de A son linealmente independientes.

- ✓ Las columnas de A generan a \mathbb{R}^n
- ✓ Las filas de A generan a \mathbb{R}^n
- ✓ El sistema $AX = b$ tiene al menos una solución para todo vector nb .
- ✓ El sistema $AX = b$ tiene solamente una solución para todo vector nb .
- ✓ El sistema homogéneo $AX = 0$ sólo tiene la solución trivial.

2.3.9 Determinantes. Definición

Se define al determinante como “una función que asigna un número a una matriz cuadrada” (Benavides, 2012: 41). Sea A una matriz cuadrada; asociada a esta existe el número real llamado determinante, simbolizado por (Δ) , $|A|$ ó $\det(A)$. Si el orden de A es 2 el determinante es el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria:

$$\text{Sea } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \text{ entonces; } \det(A) = (a_{11}a_{22}) - (a_{21}a_{12}) = |A|$$

El valor de un determinante (Δ) se puede expresar usando los elementos de una fila (o columna) y sus respectivos cofactores; la suma de estos productos es el valor del determinante. Formalmente, Si el desarrollo se hace en función de la fila i , esto se expresa como:

$$\Delta = \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{ik}$$

Ahora, según Grossman y Flores (2012), si el desarrollo se hace en función de la columna j , esto se expresaría de la siguiente forma:

$$\Delta = \sum_{k=1}^n a_{kj} A_{kj}$$

El determinante de orden n , puede desarrollarse a partir de una fila o columna, reduciendo el problema al cálculo de un determinante de orden $n-1$. Para ello se toma una fila o columna cualquiera, multiplicando cada elemento por su adjunto (es decir, el determinante de la matriz que se obtiene eliminando la fila y columna correspondiente a dicho elemento, multiplicado por $(-1)^{i+j}$ donde i es el

número de fila y j el número de columna). “La suma de todos los productos es igual al determinante” (Baldor, 2006: 345).

2.3.10 Propiedades de los determinantes.

- ✓ Si los elementos de una fila o columna son todos nulos, el determinante es cero.
- ✓ Si se multiplica por un número a cada uno de los elementos de una fila o columna, el determinante queda multiplicado por ese número.
- ✓ Si se cambian entre sí dos filas o dos columnas, el determinante cambia de signo pero conserva su valor absoluto.
- ✓ Si dos filas o columnas son iguales, o proporcionales, el determinante es nulo.
- ✓ Un valor invariante algebraico se constituye en el determinante de una matriz, esto conlleva que todas las matrices que la represente, dada unas aplicaciones lineales, habrán de tener el mismo determinante. Lo cual posibilita definir el valor del determinante, tanto para matrices como para aplicaciones lineales.
- ✓ El comportamiento multiplicativo frente al producto de matrices constituye una característica o cualidad fundamental del determinante: $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$.
- ✓ Una aplicación lineal entre espacios vectoriales es invertible si y sólo si su determinante no es nulo. Por lo tanto, una matriz con coeficientes en un cuerpo es invertible si y sólo si su determinante es no nulo.
- ✓ El determinante de una matriz y el de su matriz traspuesta coinciden: $\det(A^t) = \det(A)$.
- ✓ Un determinante se puede descomponer en suma de otros determinantes del mismo orden.
- ✓ Si a una fila o columna se le suma una combinación lineal de las demás filas o columnas respectivamente, el determinante no varía.

2.3.11 Multiplicación de matrices.

Sean 3 conjuntos M , N y P , distintos del vacío. Se establece las funciones; $f: M \times N \rightarrow R$ y $g: M \times N \rightarrow R$. Sean las matrices $A = (a_{ik})$ de orden $m \times p$ y $B = (b_{kj})$ de orden $p \times n$ asociadas a las funciones de tal manera que: $f(m_i, n_j) = a_{ij}$ y $g(m_i, n_j) = b_{ij}$. Se define el producto de $A \cdot B$ como la matriz $C = (c_{ij})$ de orden $m \times n$ donde:

$$c = \sum_{k=1}^p a_{ik} b_{kj}$$

El producto de dos matrices se puede definir sólo si el número de columnas de la matriz izquierda es el mismo que el número de filas de la matriz derecha, deben de coincidir filas de una matriz con columnas de la otra matriz. “Si A es una matriz $m \times p$ y B es una matriz $p \times n$, entonces su producto matricial AB es la matriz m por n (m filas, n columnas)” (Grossman y Flores, 2012: 60).

Veamos el siguiente ejemplo: Sean A y B las siguientes matrices, determinar A.B

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -5 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Solución: Obsérvese que el número de columna de A es igual al número de filas de B.

$$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 - 3 \cdot 2 + 5 \cdot 1 & 2(-2) - 3 \cdot (-1) + 5 \cdot 0 & 2 \cdot (-5) - 3 \cdot 4 + 5 \cdot (-1) & 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 + 5 \cdot 0 \\ 4 \cdot 4 - 1 \cdot 2 - 2 \cdot 1 & 4 \cdot (-2) - 1 \cdot (-1) - 2 \cdot 0 & 4 \cdot (-5) - 1 \cdot 4 - 2 \cdot (-1) & 4 \cdot 3 - 1 \cdot 2 - 2 \cdot 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & -1 & -27 & 0 \\ 12 & -7 & -22 & 10 \end{pmatrix}$$

Propiedades del producto de matrices

Las propiedades del producto se dan mediante los siguientes teoremas:

- ✓ Propiedad asociativa: $(AB)C = A(BC)$
- ✓ Propiedad distributiva por la derecha: $(A + B)C = AC + BC$
- ✓ Propiedad distributiva por la izquierda: $C(A + B) = CA + CB$
- ✓ En general, el producto de matrices tiene divisores de cero: Si $A \cdot B = 0$, No necesariamente A ó B son matrices nulas”
- ✓ El producto de matrices no verifica la propiedad de simplificación: Si $A \cdot B = A \cdot C$, No necesariamente $B=C$.
- ✓ El producto de dos matrices generalmente no es conmutativo, $AB \neq BA$. La división entre matrices, es decir, la operación que podría producir el cociente A / B , no se encuentra definida.

2.3.12 Cálculo de la matriz inversa dada otra

El cálculo de la matriz inversa, en matrices de 2×2 , se hace del siguiente modo:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Lo cual es posible siempre que el determinante de la matriz ($ad-bc$), sea distinto de cero. Por otra parte, la siguiente fórmula puede ocuparse para matrices de órdenes superiores, según Grossman y Flores (2012).

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \text{adj}(A)^T$$

Donde $|A|$ es el determinante de A y $\text{adj}(A)$ es la matriz de adjuntos de A .

Para calcular la inversa de una matriz cuadrada con el método de Gauss Jordan se suele seguir el siguiente procedimiento:

- ✓ Se escribe la matriz aumentada $(A | I)$.
- ✓ Mediante la reducción por reglones se lleva a la matriz A a su forma escalonada reducida por reglones.
- ✓ Si la forma escalonada reducida por reglones de A es la matriz identidad I entonces la matriz que se halla a la derecha de la vertical es A^{-1} .
- ✓ Si la reducción de la matriz A conduce a una fila de ceros a la izquierda de la vertical, entonces A no tiene inversa, es decir A no es invertible.

Veamos el siguiente ejemplo: Determinar si es que existe la inversa de A , utilizando el método de Gauss-Jordan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

Solución: Se escribe la matriz aumentada $(A | I)$.

$$N = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 & : & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & : & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 2 & : & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La mitad izquierda de N está en forma triangular, por consiguiente, A es invertible. Si hubiera quedado toda una fila con ceros en la mitad A de N la operación habría terminado (A no es invertible). A continuación, tomamos como pivote a_{11} , lo hacemos igual a 1 y seguimos operando hasta que nos quede una matriz diagonal.

$$\begin{aligned}
 N &= \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 & \vdots & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & \vdots & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 2 & \vdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{2}F_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & \vdots & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & \vdots & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 2 & \vdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &\xrightarrow{F_2-2F_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & \vdots & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & \vdots & -1 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 2 & \vdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{F_3-3F_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & \vdots & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & \vdots & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \vdots & -\frac{3}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &\xrightarrow{\frac{1}{3}F_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & \vdots & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} & \vdots & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \vdots & -\frac{3}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{F_3-F_2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & \vdots & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} & \vdots & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \vdots & -\frac{7}{6} & -\frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} \\
 &\xrightarrow{-3F_3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & \vdots & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{3} & \vdots & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & \frac{7}{2} & 1 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{F_2+\frac{2}{3}F_3} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & \vdots & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & \frac{7}{2} & 1 & -3 \end{bmatrix} \\
 &\xrightarrow{F_1+F_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & \vdots & \frac{5}{2} & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & \frac{7}{2} & 1 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{F_1-F_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & \frac{7}{2} & 1 & -3 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

La matriz que ha quedado en la mitad derecha de N es precisamente la matriz inversa de A , y se denota por A^{-1} .

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ \frac{7}{2} & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

Para probar si el resultado es correcto, se procede a multiplicar $A \cdot A^{-1}$, teniendo que dar como resultado la matriz identidad I .

2.3.13 Cálculo del determinante de una matriz

Para el cálculo de determinantes de matrices de cualquier orden, existe una regla recursiva (Teorema de Laplace) que reduce el cálculo a sumas y restas de

varios determinantes de un orden inferior. Este proceso se puede repetir tantas veces como sea necesario hasta reducir el problema al cálculo de múltiples determinantes de orden tan pequeño como se quiera. Sabiendo que el determinante de un escalar es el propio escalar, es posible calcular el determinante de cualquier matriz aplicando dicho teorema.

El Teorema de Laplace o (Expansión de Laplace) nos dice lo siguiente; un determinante puede ser definido inductivamente para $A = [a_{ij}] \in M_n(K)$ de la siguiente manera. Vamos a asumir que el determinante es definido sobre $M_{n-1}(K)$ y $A_{ij} \in M_{n-1}(K)$, $n > 1$ denota las submatrices de $A \in M_n(K)$ que resultan de la eliminación de la fila i y columna j , entonces:

$$\sum_{i=1}^n (-1)^{i+j} a_{ij} \det A_{ij} = \sum_{j=1}^n (-1)^{i+j} a_{ij} \det A_{ij}$$

También se puede escribir en forma reducida utilizando la notación de sumatoria como:

$$\det A = |A| = \sum_{k=1}^n a_{1k} A_{1k}$$

Donde: A_{1k} se conoce como cofactor $1k$ de A y se lo determina como:

$$A_{1k} = (-1)^{1+k} |M_{1k}|$$

$|M_{1k}|$ Se denomina menor $1k$ de A , $|M_{1k}|$ representa el determinante de la matriz de orden $(n-1) \times (n-1)$ obtenida eliminando la fila 1 y la columna k . (Benavides, 2012)

Para cada entrada a_{ij} de una matriz cuadrada A de orden n , el menor M_{ij} se define como el determinante de la matriz de orden $n-1$ obtenida al suprimir la fila i -ésima y la columna j -ésima de A ; y el cofactor A_{ij} de la entrada a_{ij} se define como el menor M_{ij} multiplicado por $(-1)^{i+j}$ esto es: $A_{ij} = (-1)^{i+j} |M_{ij}|$

Veamos el siguiente ejemplo: calcular el determinante de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Solución:

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13}$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -1[(-1)^{1+1}|M_{11}|] + 2[(-1)^{1+2}|M_{12}|] + 0[(-1)^{1+3}|M_{13}|]$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -1(-1)^2 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 2(-1)^3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + 0(-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -1[(3)(3) - (1)(1)] - 2[(1)(3) - (2)(1)] + 0[(1)(1) - (2)(3)]$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -1(8) - 2(1) + 0 = -10$$

Prácticamente el proceso mediante el cual se calculo el determinante de la matriz anterior se puede expresar de la siguiente forma:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + c_1 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

Ya que en una matriz de tercer orden, el signo de los menores seria:

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

Cálculo del determinante mediante la regla de Sarrus

Si el orden de A es 2 el determinante es el producto de los elementos de la diagonal principal menos el producto de los elementos de la diagonal secundaria:

$$\text{Sea } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \text{ entonces; } \det(A) = (a_{11}a_{22}) - (a_{21}a_{12}) = |A|$$

Esto sólo se cumple cuando el orden de la matriz es igual a dos, para un caso particular cuando el orden de la matriz es tres, se tiene lo siguiente.

Si la matriz A es de orden 3, el determinante se calcula:

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{21}a_{12}a_{33} - a_{32}a_{23}a_{11}$$

Ejemplo: calcule el determinante de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 4 \\ 3 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

Ahora procedemos hallar el determinante de la matriz aplicando la Regla de Sarrus

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 4 \\ 3 & 3 & 9 \end{vmatrix} = (2)(0)(9) + (3)(4)(3) + (1)(3)(5) - (3)(0)(5) - (1)(3)(9) - (3)(4)(2) = 0$$

Esto hace evidente porque la regla de Sarrus no se puede aplicar a matrices cuadradas cuyo orden es diferente a tres. En el caso de un determinante de orden 4, es muy complicado aplicar la definición de sumas alternadas, pues la obtención de los $4! = 24$ términos, el desarrollo es muy complejo.

2.3.14 Software matemático para el cálculo de la inversa de una matriz y determinantes

En la vida cotidiana aparecen matrices cuando tenemos una gran cantidad de datos ordenados por bloques, ya que la notación matricial nos ayuda a tener una mejor visualización de los datos. Por ello, las matrices se utilizan en ámbitos muy diversos como el comercio, economía, sociología, informática y física. La utilidad de estos dos conceptos fundamentales como lo son matrices y determinantes se pone de manifiesto en una parte del currículo de Matemáticas de segundo año de bachillerato. Por ello se tratará estos conceptos desde el punto de vista del cálculo simbólico, usando la aplicación *wxMaxima*.

wxMaxima, es un programa de cálculo simbólico similar a los programas comerciales Maple y Mathematica. Está publicado bajo licencia libre GNU/GPL y funciona en diferentes plataformas (Linux, Windows, Mac, entre otros.). Además presenta las siguientes características:

- ✓ Es software libre, por lo que su código fuente está disponible para que todo el que quiera adapte el programa a sus necesidades.
- ✓ Es gratuito, por lo que los alumnos lo pueden usar libremente.
- ✓ Máxima puede realizar diferentes cálculos numéricos y simbólicos con polinomios, sistemas de ecuaciones, matrices, funciones, derivadas, integrales, límites, series de Taylor.
- ✓ Puede representar funciones en 2D y 3D ayudándose de GNUplot.
- ✓ Además funciona como lenguaje de programación por lo que las posibilidades son enormes.

wxMaxima funciona en modo texto en consola, pero afortunadamente existen varios entornos gráficos que hacen más agradable su manejo. Los principales son *xmaxima* y *wxMaxima*. En este caso, se hará una breve descripción de como trabajar con *wxMaxima*.

Este programa permite realizar cálculos reales, de mayor dificultad matemática evitando perder tiempo en el cálculo rutinario.

Cálculo de la inversa de una matriz y determinantes con *wxMaxima*

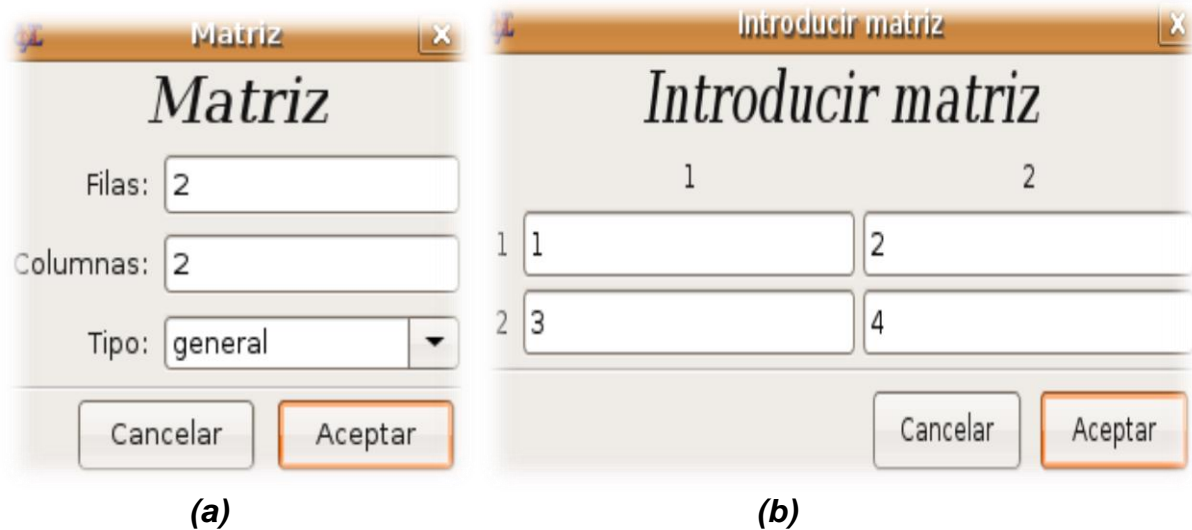
Para calcular la inversa de una matriz cuadrada usaremos el operador " \wedge^{-1} " o la función `invert`. Si queremos que al calcular la inversa tengamos el determinante fuera debemos indicárselo a *wxMaxima* con tres variables: `detout: true$ doallmxops: false$ doscmxops: false$ invert(A)`; Con `detout: true` le decimos que el determinante lo saque fuera y poner las otras dos variables a `false` es para que haga las operaciones sin contar con el determinante, que lo pondrá fuera.

En primer lugar definimos dos matrices A y B en máxima, para ello podemos escribir directamente `A: matrix([1,2],[3,4])$ B: matrix([5,6],[7,8])$` ó escribimos A: y nos vamos al menú Álgebra->Introducir matriz, elegimos 2 filas y 2 columnas (ver figura 1 (a)), pulsamos en Aceptar y luego introducimos los valores 1,2,3,4 y pulamos otra vez Aceptar (ver figura 1 (b)). De esta forma tenemos introducida la matriz A.

De la misma manera introducimos la matriz B también 2x2 cuyos elementos serán 5, 6, 7, 8. Ahora ya podemos realizar operaciones con ellas simplemente poniendo la operación, por ejemplo, las inversas de A y B.

A continuación se presenta la figura 1, un ejemplo de como definir dos matrices en *wxMaxima*.

Figura 1. Ejemplo de como definir dos matrices en *wxMaxima*

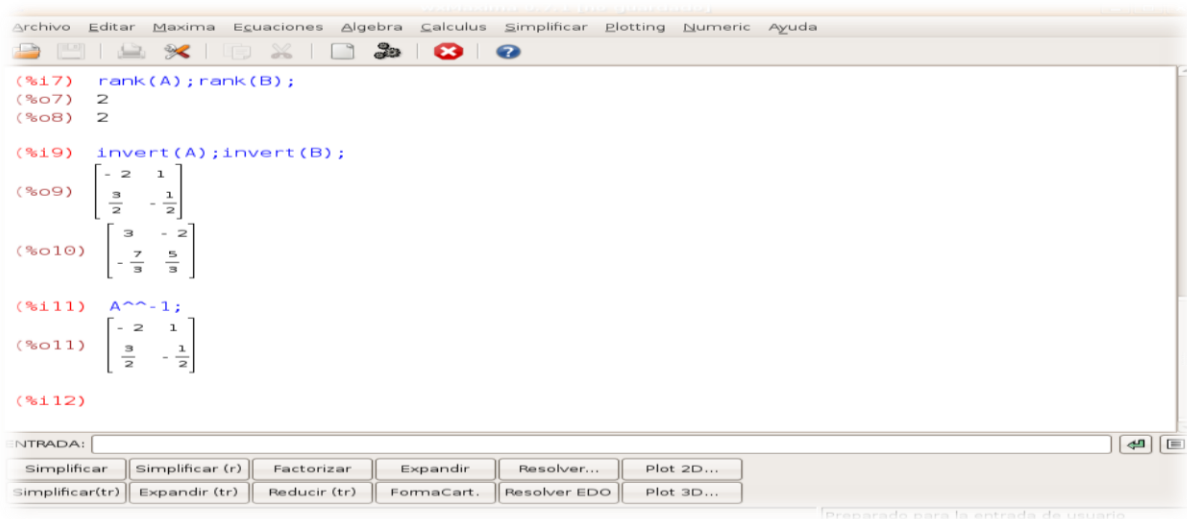


Fuente: software *wxMaxima* (2017)

Las inversas de A y B y el rango de cada una se calculan escribiendo `invert(A)`; `invert(B)`; y `rank(A)`; `rank(B)`.

A continuación se presenta un ejemplo en la figura 2 de como determinar el rango y la inversa de una matriz.

Figura 2. Ejemplo de como calcular la inversa y el rango de matrices con *wxMaxima*



Fuente: software *wxMaxima* (2017)

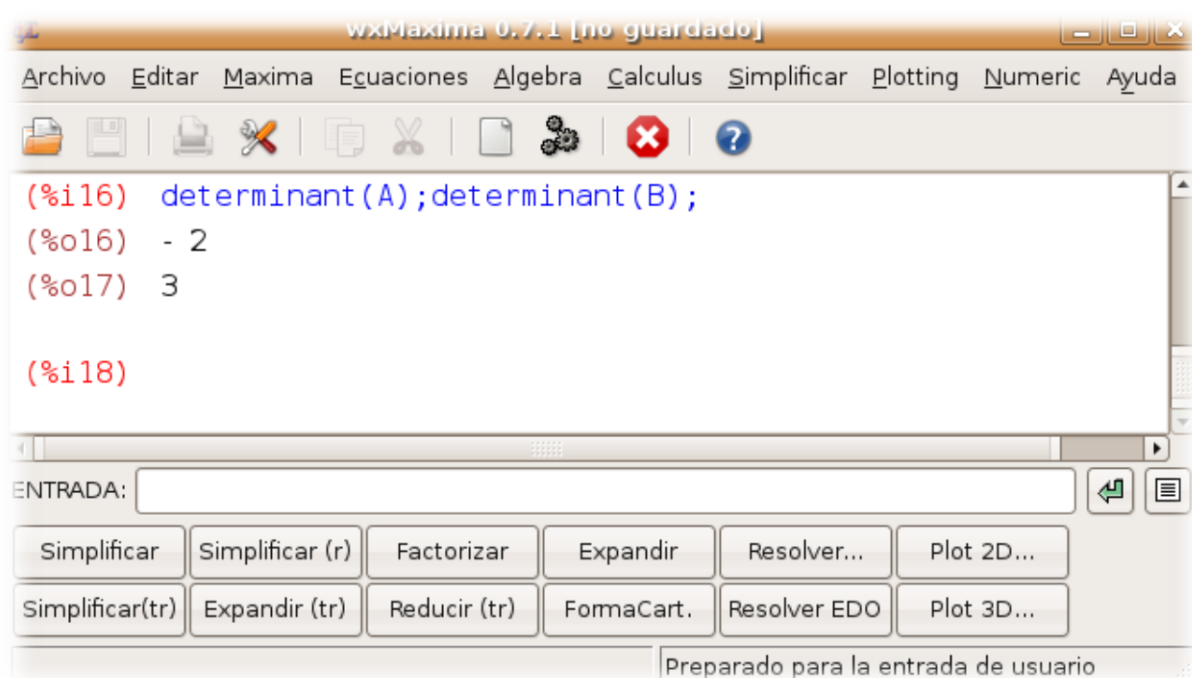
También con el menú Álgebra->Invertir matriz podemos obtener la inversa de la matriz que esté guardada en la última expresión (%). Si en la última expresión no hay ninguna matriz dará error.

Con wxMaxima podemos calcular el determinante de una matriz con la función determinant, es decir, dada una matriz A, obtendríamos su determinante con determinant(A); ó desde el menú Álgebra ->Determinante. Siguiendo con el ejemplo de la sección anterior pondríamos calcular el determinant(A); determinant (B); y obtendríamos los resultados -2 y 3 como se muestra en la figura 3.

Hay que tener en cuenta que si se intenta calcular el determinante de una matriz que no es cuadrada daría error, puesto que el determinante para tal matriz no está definido.

A continuación se presenta la figura 3, un ejemplo de como calcular el determinante de una matriz con el software wxMaxima.

Figura 3. Ejemplo de como calcular el determinante de una matriz con *wxMaxima*



Fuente: software *wxMaxima* (2017)

Cabe destacar que el programa wxMaxima también permite entre sus opciones calcular no solamente el determinante y la inversa de una matriz, también mediante este programa se puede calcular la suma entre dos matrices A y B, el

producto de un escalar por una matriz, el producto entre las matrices A, el rango de una matriz, la transpuesta de una matriz, la matriz adjunta y el menor complementario del elemento (i, j) de la matriz.

Por otra parte, dada una matriz A también podemos obtener la matriz triangular que resultaría de aplicar transformaciones elementales por filas siguiendo el método de Gauss. Esto es posible a la función triangularize que tiene Maxima. Existe otra función llamada echelon con la que se obtiene una matriz triangular igual que con la función triangularize.

Las matrices y los determinantes es una parte del algebra fundamental en el bachillerato, el objetivo de esta investigación es revisar los software que permiten de manera mas sencilla y amena los cálculos y propiedades de una forma menos tediosa. Anteriormente se reviso un poco el software *wxMaxima* que permite trabajar con matrices de manera sencilla, así como *wxMaxima* existen otros softwares que sirven para resolver cálculos de matrices, por lo que haremos mención del software *Wiris*.

Wiris es mucho más que un simple editor científico, es un programa de cálculo simbólico ya que es capaz de trabajar con formulas matemáticas, *Wiris* es un paquete de producto:

- ✓ *Wiris CAS* que es la plataforma online para cálculos matemáticos.
- ✓ *Wiris Desktop* con el que se trabaja de forma local en tu propio ordenador.
- ✓ *Wiris Editor* es una applet que permite la edición gráfica de fórmulas matemáticas.
- ✓ *Wiris Player* con la que se pueden originar complicados ejercicios interactivos.

Aunado a lo anterior se dará algunas indicaciones para el trabajo con *Wiris*. Aunque *Wiris* permite el trabajo online es conveniente tenerlo instalado en el ordenador con el fin de poder guardar las sesiones para su posterior recuperación y posibles modificaciones. Para Bachillerato es suficiente instalar *Wiris Little*, aunque éste, es una versión incompleta de *Wiris Desktop*, de igual manera permite la realización de cálculos sin necesidad de estar conectado a internet.

El cálculo de la inversa de una matriz con *Wiris* es muy sencillo, por otra parte, existen distintas formas de introducir los determinantes cada una de las cuales permite poner de relieve ciertas propiedades de los mismos; tal como la recursiva,

que permite la definición de los determinantes de matrices cuadradas de un determinado orden a partir de las de orden inmediatamente inferior, mediante el desarrollo a partir de los elementos de una fila o columna. *Wiris* no sólo nos permite realizar cálculos numéricos o algebraicos. También nos permite dibujar una gran cantidad de gráficos, tanto en dos como en tres dimensiones.

3. Formulación de hipótesis de la investigación

Para dar respuesta al tercer objetivo específico de la presente investigación, el cual busca determinar la relación entre las estrategias del docente y el aprendizaje de matrices, se formula las siguientes hipótesis:

Hipótesis de investigación

✓ **H₁**. Las estrategias del docente se relacionan significativamente con el aprendizaje de matrices en los estudiantes de la U. E. Liceo “Eduardo Mathias Lozada”.

Hipótesis nula

✓ **H₀**. Las estrategias del docente no se relacionan significativamente con el aprendizaje de matrices en los estudiantes de la U. E. Liceo “Eduardo Mathias Lozada”.

4. Sistema de variables

De acuerdo al objetivo general, las dos variables de investigación son: estrategias del docente y aprendizaje de matrices.

4.1. Variable independiente

Definición Nominal: Estrategias del docente

Conceptual: Según Díaz y Hernández (2002: 141) “Son procedimientos que el agente de enseñanza utiliza en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los alumnos; y que al mismo tiempo se convierte en medios o recursos para prestar la ayuda pedagógica”.

Operacional: Se considera las estrategias preinstruccionales, en la cual están: presentación de objetivos, organizadores previos y lluvias de ideas; estrategia coinstruccionales, en ella están: ilustraciones, analogías, mapas conceptuales y señalizaciones; estrategias para desarrollar razonamiento y argumentación, que hace referencia a las inductivas, deductivas, argumentación y resolución de problemas; las que permiten desarrollar proceso lógico matemático, en ella están: cognitivas, cognitivas retóricas, metacognitivas y de apoyo.

4.2. Variable dependiente

Definición Nominal: Aprendizaje de matrices

Conceptual: El aprendizaje de las matrices debe basarse fundamentalmente en el modelado; el modelado guía la construcción de una representación matemática (matrices), que en algunos casos es posible resolverla por medio de métodos convencionales, en estos casos, la solución de una matriz también puede ser generadas mediante el auxilio de programas de computadora que facilitan enormemente el estudio del análisis cuantitativo de las mismas (Benavides 2012).

Operacional: se define el aprendizaje de matrices en niveles, a saber: nivel adecuado, medianamente adecuado e inadecuado; esto es: se considera “adecuado” si los estudiantes manifiestan un conocimiento cónsono con el conocimiento científico en relación a: conocimiento conceptual; en los cuales se hace referencia a: definición de matriz, tipos de matrices, orden de una matriz, operaciones con matrices, propiedades de las operaciones con matrices, rango de una matriz, matriz inversa y determinantes; en referencia al conocimiento procedimental; en lo cual está: multiplicación de matrices, cálculo de la matriz inversa dada otra, cálculo del determinante de una matriz, software matemático para el cálculo de la inversa de una matriz y determinantes; en lo referente al conocimiento actitudinal; se refiere a: valoración de la teoría de matrices para la resolución de situaciones reales, disposición para trabajar en forma grupal y valoración del trabajo en equipo.

Se considera “medianamente adecuado” si los estudiantes manifiestan un conocimiento moderadamente relacionado con el conocimiento científico en relación con los criterios antes mencionados.

Se considera “inadecuado” si los estudiantes en ninguna situación muestran la adquisición del conocimiento científico relacionado con lo antes expuesto.

Cuadro 3

4.3. OPERACIONALIZACION DE LAS VARIABLES

OBJETIVO GENERAL: Analizar la relación entre las estrategias del docente y el aprendizaje de matrices por parte de los estudiantes de la U.E “Liceo Eduardo Mathias Lossada”.

OBJETIVO ESPECÍFICO	VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES/CATEGORIAS	ÍTEMS	UNIDAD DE ANÁLISIS
Describir las estrategias aplicadas por el docente durante el proceso de enseñanza de matrices en la U.E “Liceo Eduardo Mathias Lossada”.	Estrategias del docente	Estrategia Preinstruccionales	Presentación de objetivos	1-3	Docente
			Organizador previo (Actividad focal introductoria)	4-6	
			Lluvias de ideas	7-9	
		Estrategia Coinstruccionales	Ilustraciones	10-12	
			Analogía	13-15	
			Mapas conceptuales	16-18	
			Señalizaciones	19-21	
		Desarrollar razonamiento y argumentación	Inductivas	22-24	
			Deductivas	25-27	
			Argumentación	28-30	
			Resolución del problema	31-33	
		Desarrollar proceso lógico matemático	Cognitivas	34-36	
			Cognitivas retóricas	37-39	
			Metacognitivas	40-42	
De apoyo	43-45				

OBJETIVO ESPECÍFICO	VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES/CATEGORIAS	ÍTEMS	UNIDAD DE ANÁLISIS
Identificar los niveles de aprendizaje del conocimiento Conceptual, Procedimental y Actitudinal que alcanzaron los alumnos sobre matrices.	Aprendizaje de matrices	Conocimiento Conceptual	Definición de matriz	1	Estudiante
			Tipos de matrices	2	
			Orden de una matriz	3	
			Operaciones con matrices	4-6	
			Propiedades de las operaciones con matrices	7-8	
			Rango de una matriz	9	
			Matriz inversa	10-11	
			Determinantes	12	
		Conocimiento Procedimental	Multiplicación de matrices	13-14	
			Cálculo de la matriz inversa dada otra	15	
			Cálculo del determinante de una matriz	16-17	
			Software matemático para el cálculo de la inversa de una matriz y determinantes	18-20	
Conocimiento Actitudinal	Disposición para trabajar en forma grupal	21			
	Valoración del Trabajo en Equipo	22			
Estimar la relación entre estrategias del docente y aprendizaje de matrices	El objetivo 3 se demostrará partiendo de las variables anteriores				

Fuente: Lázaro (2017)

CAPÍTULO III
MARCO METODOLÓGICO

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo se destacan todos los aspectos relativos a la metodología utilizada en el presente trabajo de investigación, la cual está enmarcada en el paradigma cuantitativo. Se describe todo lo relacionado con el diseño y tipo de investigación, población, muestra objeto de estudio, elaboración y validación de los instrumentos, finalizando con las técnicas de análisis de datos.

1. Tipo y diseño de investigación

La presente investigación tuvo como objetivo analizar la relación entre las estrategias del docente y el aprendizaje de matrices por parte de estudiantes de la U.E. "Liceo Eduardo Mathias Lossada", la misma es de tipo descriptiva, porque a través de ella se describió un hecho tal y como se observa en la realidad. Para Hernández y col. (2008: 102), los estudios descriptivos "buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis", es decir miden, evalúan o recolectan datos sobre diversos conceptos, aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno a investigar.

Así mismo, Ander (1987: 34), plantea que los estudios descriptivos "consisten fundamentalmente en describir un fenómeno o una situación, mediante el estudio del mismo, en una circunstancia temporo-espacial determinada". Además señala que la investigación descriptiva se clasifica en: estudios de medición de variables independientes e investigación correlacional. Por consiguiente, atendiendo el objetivo general de la presente investigación, esta es considerada correlacional, pues según Hernández y col. (2008), miden el grado de asociación entre las variables estudiadas.

El estudio se realizó bajo la modalidad de investigación de campo; ya que los datos se tomaron de la realidad; es decir, datos de primera mano. Esto concuerda con lo establecido por Sabino (2002: 64), quién plantea que "los diseños de campo son aquellos donde los datos de interés se recogen en forma directa de la realidad, mediante el trabajo concreto del investigador y su equipo". Asimismo Chávez (2001),

afirma que en este tipo de investigación los datos son recabados con distintas técnicas directamente del lugar donde se desarrollan.

El diseño de la investigación fue no-experimental, ya que las mediciones se hicieron sin intervenir las variables estrategias aplicadas por el docente y el aprendizaje de matrices. Al respecto, Hernández y col. (2008: 267), afirman que la investigación no experimental es la que “se realiza sin manipular deliberadamente variables, es observar fenómenos tal y como se dan en su contexto natural para después analizarlos.”

Finalmente, la investigación fue de naturaleza transversal o transeccional, la cual según Hernández y col. (2008: 270), “recolectan datos en un sólo momento, en un tiempo único, su propósito es describir variables y analizar su incidencia e interrelación en un momento dado”. De esta forma, para recolectar la información sobre las variables estrategias aplicadas por el docente y aprendizaje de matrices, se realizó una medición única la cual permitió analizarla y correlacionarla en función de sus dimensiones e indicadores.

2. Población objeto de estudio

Para Ramírez (2000: 87), la población “forma parte del universo, es un subconjunto del universo conformado en aleación a un determinado número de variables que se va a estudiar”. Es por ello, que la población es la unidad de información, es decir, quién aporta los datos acerca de la temática estudiada.

En la presente investigación, la población estuvo conformada por 680 estudiantes, distribuidos en 17 secciones de 40 cada una, de quinto año del nivel de Educación Media General y 6 docentes de matemática pertenecientes a la Unidad Educativa “Liceo Eduardo Mathias Lossada”, durante el periodo escolar 2016-2017.

A continuación se presenta el cuadro 4 sobre la distribución de la población objeto de estudio.

Cuadro 4. Distribución de la población objeto de estudio

Grado	Sección	Numero de Alumnos	Docentes
5 ^{to} Año	A	40	6
	B	40	
	C	40	
	D	40	
	E	40	
	F	40	
	G	40	
	H	40	
	I	40	
	J	40	
	K	40	
	L	40	
	M	40	
	N	40	
	Ñ	40	
	O	40	
	P	40	
Total	17	680	6

Fuente: Apoyo Docente de la Unidad Educativa “Liceo Eduardo Mathias Lossada” (2016-2017).

Muestra

En una investigación, la muestra, está considerada como una proporción o un subconjunto de la población, que selecciona el investigador, con la finalidad de obtener información confiable y representativa, que le permita sacar conclusiones y hacer algunas inferencias, esto se puede constatar con lo expuesto por Balestrinii (2002). Para este autor la muestra es una parte representativa de la población que debe reflejar todas las características comunes presentes en la población objeto de estudio.

De acuerdo con la población docente y tomando en cuenta su características siendo esta muy pequeña, se consideró censal o total; que según Namakforoosh (2003), significa que en vez de estudiar un muestreo, se estudian todos los miembros de la población que compartan características similares, a esto se le conoce como una población censal o de parámetros.

Para el caso de los estudiantes se aplicó un cálculo de muestra para determinar su tamaño, según Namakforoosh (2003). (Ver anexos; págs. 134).

Teniendo en cuenta el resultado de la muestra, esta fue estratificada de acuerdo a la población de cada sección. Para Hernández y col. (2008: 241), “todos los elementos tienen la misma posibilidad de ser escogidos”. Debido a las características de la muestra, fue necesario estratificarla para determinar que cantidad de sujetos se tomaron por cada sección, el estratificado se hizo usando la fórmula de Sheaffer, según Chávez (2001), que sirve para determinar cada uno de los estratos muestrales. (Ver anexos; págs. 134).

Los estudiantes fueron seleccionados de la lista de asistencia suministrada por el docente correspondiente, por cada sección, el orden en el cual se tomó cada estudiante fue al azar. El instrumento para recoger la información pertinente para la presente investigación se les aplicó a los 5 estudiantes seleccionados de sus respectivas listas de asistencia.

Cuadro 5. Distribución de la muestra de estudiantes por cada sección

GRADO	SECCIÓN	NUMERO DE ALUMNOS	TOTAL DE MUESTRA
5^{to} Año	A	40	5
	B	40	5
	C	40	5
	D	40	5
	E	40	5
	F	40	5
	G	40	5
	H	40	5
	I	40	5
	J	40	5
	K	40	5
	L	40	5
	M	40	5
	N	40	5
	Ñ	40	5
	O	40	5
	P	40	5
Total	17	680	85

Fuente: Apoyo Docente de la Unidad Educativa “Liceo Eduardo Mathias Lossada” (2016-2017).

3. Técnicas de recolección de datos

La técnica para recolectar la información necesaria para el desarrollo de esta investigación fue la observación, y se utilizó como instrumento el cuestionario. Se elaboraron dos, uno dirigido a los docentes para medir la variable Estrategias del Docente y otro tipo prueba de conocimiento, dirigido a los estudiantes para medir la variable Aprendizaje de Matrices. Esta investigación se realizó directamente en las clases de los 6 profesores y sus alumnos en la temática de matrices, la cual permitió hacer una evaluación bien detallada sobre las distintas estrategias aplicadas por los docentes, como también del conocimiento obtenido por los estudiantes sobre el tema.

La medición de los indicadores de las variables y sus dimensiones, se hizo a través del cuestionario, el cual presentó las siguientes características: una primera parte identificación institucional e instrucciones para su llenado; y la segunda parte esta constituida por los 45 ítems, las categorías empleadas fueron: Siempre, Algunas veces y Nunca, esto con respecto a los docentes, en cuanto a los estudiantes, este cuestionario tipo prueba consta de una primera parte con identificación institucional e instrucciones para su llenado; y la segunda parte esta constituida por las 20 preguntas; las categorías utilizadas fueron: Adecuado, Medianamente adecuado e Inadecuado, considerando que “Adecuado” es el indicador que muestra un óptimo grado de conocimiento, “Medianamente adecuado” si el grado de conocimiento es regular, y “Inadecuado” si en ninguna situación muestra la adquisición de conocimiento.

Los ítems diseñados estuvieron relacionados con los parámetros de las variables objeto de estudio, dentro del cual cada uno de ellos pudo ser respondido conforme a las alternativas que se propusieron. El propósito de la aplicación de estos instrumentos fue recolectar información objetiva acerca de cuales fueron las estrategias didácticas aplicadas por los docentes y el nivel de aprendizaje sobre matrices obtenido por los estudiantes, (Ver anexos; págs. 124 al 132).

4. Validación de los instrumentos

Según Hernández y col. (2008), la validez del instrumento es el grado en que el instrumento mide a la variable surgida en la investigación, es decir, la validez del

instrumento está relacionada directamente con la problemática planteada, los objetivos de la investigación, las variables e indicadores definidos para el estudio. Para obtener la validez del instrumento de recolección de información se utilizó el procedimiento de validación de contenido, el cual se realizó a través del juicio de (3) expertos, los cuales evaluaron las características de los instrumentos en relación con las variables; dimensiones e indicadores; así como su pertinencia con los objetivos; para ello se diseñó un formato de validación. (Ver anexos; págs. 137).

El resultado de esta validación fue favorable; sin embargo, se obtuvieron observaciones de forma, centradas en mejorar la redacción de los ítems 5, 6, 12 inciso e, 14, 15 y 21, lo cual se consideró para posteriormente reestructurar los cuestionarios y aplicarlos.

Confiabilidad de los instrumentos

Una vez realizadas las correcciones sugeridas por los expertos, se procedió a aplicar una prueba piloto a tres (3) sujetos en el caso de los docentes, y veinte (20) en el caso de los estudiantes; que no pertenecían a la muestra proveniente de la población objeto de estudio, pero que cumplieron con características semejantes a la misma, es decir, fueron docentes ordinarios en el área de matemática y estudiantes del quinto año de Educación Media General.

En consideración a lo anterior, para el caso de estudio, se aplicó la fórmula para el cálculo del Coeficiente de Cronbach, la cual estudia cuestionarios que poseen ítems de varias alternativas de respuesta como es el caso del cuestionario dirigido al docente.

Los datos que aportó la prueba piloto fue tratada a través del estadístico Coeficiente Alfa de Cronbach (alfa), mediante el programa estadístico SPSS versión 19.0, dando como resultado para 3 casos y 45 preguntas una Alfa igual a 0,96. Este resultado confirmó la confiabilidad del instrumento, con lo cual resultó apto para ser aplicado, (Ver anexos; págs.135).

Para el caso de los estudiantes, como el cuestionario aplicado fue tipo prueba constituida por un total de veinte (20) preguntas, la misma tubo un valor de cien (100) puntos, por lo que cada pregunta tiene un valor de cinco (5) puntos al momento de corregirla, este cuestionario también fue tratado con programa

estadístico SPSS versión 19.0, dando como resultado para 20 casos y 20 preguntas una Alfa igual a 0,61; lo cual se considera alta y apta para su aplicación.

5. Análisis y tratamiento estadístico

En este punto se especifica cuáles son las medidas estadísticas pertinentes o asumidas en concordancia con los objetivos de la investigación, cómo se interpretó la data obtenida de las respuestas individuales de cada sujeto de la muestra, emitidas a través del instrumento de investigación aplicado. En correspondencia al tipo de investigación el cual tiene características propias del método cuantitativo, se hizo un tratamiento estadístico de tipo descriptivo, para esto se utilizó la distribución de frecuencia, porcentajes y mediana.

El análisis de la información se realizó con el *software estadístico SPSS versión 19 en español*, el cual se tabuló y validó previamente el instrumento con el Alpha de Cronbach, utilizando el tamaño muestral, luego se elaboró las tablas correspondientes en la presente investigación, dando respuesta a los objetivos planteados.

Para la medición de los datos obtenidos a través de los instrumentos, se creó una tabla denominada baremo, la cual permitió categorizar el comportamiento de los indicadores y dimensiones de la variable objeto de estudio (estrategias del docente y aprendizaje de matrices), siendo estas: Adecuado, Medianamente adecuado e Inadecuado, las cuales están asociadas a los siguientes valores que a continuación se presenta en el cuadro 6. Cabe destacar, que para obtener los resultados con el SPSS, de los datos obtenido en la prueba aplicada a los estudiantes, se le asignó un valor numérico de acuerdo a la respuesta de cada pregunta para la categoría de análisis, ya que las mismas tienen un valor de cinco (5) puntos cada una, estos se reflejan en el cuadro 7.

Cuadro 6. Baremo para el análisis de datos de los cuestionarios

Escalas	Categoría de análisis	Porcentaje	Valor
Siempre	Adecuado	66,67-100	3
Algunas veces	Medianamente adecuado	33,34-66,66	2
Nunca	Inadecuado	0-33,33	1

Fuente: Lázaro (2017)

Cuadro 7. Procedimiento para obtener los resultados con el SPSS de los datos obtenido en la prueba

Categoría de análisis	Según la respuesta	Valor
Adecuado	Correcta (entre 5 y 4 puntos)	3
Medianamente adecuado	Regular (entre 3 y 2 puntos)	2
Inadecuado	Incorrecta (entre 1 y 0 puntos)	1

Fuente: Lázaro (2017)

El coeficiente de correlación rho de Spearman

Para establecer el grado de asociación entre las variables estrategias del docente y aprendizaje de matrices, se utilizó el Coeficiente de Correlación de Spearman, que según Hernández y col. (2008), es una prueba estadística para analizar la relación entre dos variables medidas en un nivel de medición ordinal.

Para el criterio de interpretación se consideró que el coeficiente de correlación puede variar de -1 a +1. No obstante, la magnitud de la relación viene especificada por el valor numérico del coeficiente, reflejando el signo la dirección de tal valor. En este sentido, tan fuerte es una relación de +1 como de -1. En el primer caso la relación es perfecta positiva y en el segundo perfecta negativa.

Se relacionaron las puntuaciones obtenidas de una variable con las puntuaciones obtenidas de la otra variable, con los mismos sujetos, se procesó y analizó la información de manera automática utilizando del software SPSS 19.

Regla de decisión:

Si el valor r (Correlación de Spearman) es significativo para valores de $\alpha < 0,05$; se asume que la hipótesis de investigación H_1 es cierta, de lo contrario se da por cierta a la hipótesis nula H_0 .

A continuación se presenta el cuadro 8, donde se reflejan las escalas de interpretación para la Correlación de Spearman.

Cuadro 8. Escala de interpretación para la Correlación de Spearman

Rangos de Correlación	Descripción
$r = -1$	Correlación negativa perfecta
$r = -0,5$	Correlación negativa débil
$r = 0,00$	No existe correlación alguna entre las variables
$r = +0,50$	Correlación positiva fuerte
$r = +1$	Correlación positiva perfecta
	Perfecta $r = 1$ Excelente $r = 0,9 \leq r < 1$ Buena $r = 0,8 \leq r < 0,9$ Regular $r = 0,5 \leq r < 0,8$ Mala $r < 0,5$

Fuente: Hernández y col. (2008)

CAPÍTULO IV
ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

Capítulo IV

Relación entre las estrategias del docente y el aprendizaje de matrices

El presente capítulo se corresponde con el análisis de interpretación de los resultados obtenidos al aplicar procedimientos estadísticos a la información recolectada.

Para iniciar el análisis de los resultados cuantitativos, se consideró como primer elemento los objetivos específicos propuestos, por cuanto la finalidad principal es el alcance de los mismos; en este sentido el procesamiento analítico se presentó según la siguiente organización: se muestra la variable con sus respectivas dimensiones e indicadores, a fin de verificar rápidamente el orden congruente con el mapa de operacionalización de las variables, luego se muestran las tablas por indicadores y resultados según el ítem, estas tablas se interpretan para luego exponer los resultados más significativos según las observaciones y opiniones de los actores: docentes y estudiantes.

Después de lo mencionado se busca explicar la tendencia que se observa según los resultados encontrados con el baremo de análisis diseñado para los instrumentos mencionados en el capítulo III. Por último, se confronta los resultados encontrados; es decir, el ser de la realidad estudiada con las explicaciones teóricas mostradas en el capítulo II del marco teórico.

1-. Estrategias aplicadas por el docente

Las observaciones del investigador están orientadas a observar la acción del docente. La variable “Estrategias de Enseñanza”, que comprenden cuatro dimensiones: estrategia preinstruccionales, coinstruccionales, estrategias para desarrollar razonamiento y argumentación y por último estrategias para desarrollar proceso lógico matemático (Ver cuadro de la Operacionalización de las variables).

1.1. Estrategias preinstruccionales: esta dimensión está compuesta por tres indicadores: Presentación de objetivos, Organizador previo (Actividad focal introductoria) y Lluvias de ideas.

Presentación de objetivos

La tabla 1, muestra los resultados del indicador presentación de objetivos.

Tabla 1. Resultados del indicador presentación de objetivos

Ítems	Docentes		
	S	AV	N
1	100	0	0
2	16,7	83,3	0
3	66,7	33,3	0

Fuente: Lázaro (2017)

Según la tabla 1, para el ítems 1, el 100 % de los docentes del área de matemática de quinto año de Educación Media General de la U. E. Liceo “Eduardo Mathias Lozada” presentan a los estudiantes los objetivos que van a desarrollar durante el tema de matrices. En cuanto al ítems 2, cuando los docentes pretenden compartir los objetivos a desarrollar, parece tener como intención despertar la curiosidad de los estudiantes, donde el 16,7 % de los docentes indicaron siempre lo hacen, mientras que el 33,3 % señalan que algunas veces lo hacen.

Por otra parte, en relación al ítems 3, el 66,7% de los docentes señalan que siempre los estudiantes comprenden los objetivos que se desea desarrollar, mientras que 33,3% indicaron que algunas veces los estudiantes llegan a comprender los objetivos que se pretenden desarrollar durante una clase. Tal como puede observarse en la tabla 1, según los datos de la mediana, los docentes siempre presentan los objetivos al inicio de las clases.

Actividad focal introductoria

La tabla 2, muestra los resultados del indicador Actividad focal introductoria.

Tabla 2. Resultados del indicador Actividad focal introductoria

Ítems	Docentes		
	S	AV	N
4	100	0	0
5	83,3	16,7	0
6	66,7	33,3	0

Fuente: Lázaro (2017)

De acuerdo a los resultados expuestos en la tabla 2, el ítems 4 referido a la aplicación de la discusión guiada para activar los conocimientos de los estudiantes, se tiene que el 100% de los docentes del área de matemática del quinto año de educación media general de la U. E. Liceo “Eduardo Mathias Lozada”, siempre aplican esta estrategia.

Con respecto al ítems 5, que hace referencia de atraer la atención del estudiante con el propósito de activar los conocimientos previos, se tiene que los docentes siempre tratan en un 83,3% de activarlos, mientras el 16,7% de los docentes asumen que algunas veces lo activan. En cuanto al ítems 6, referido a que si los docentes exponen con claridad las actividades de aprendizaje y los resultados que se pretenden alcanzar, se encontró que el 66,7% de los docentes siempre lo cumplen; mientras un 33,3% de los docentes algunas veces indican que si lo hacen.

De acuerdo a los datos expresados en la tabla 2, y según los valores de la mediana, se encontró que los docentes siempre parecen mostrar una actividad focal introductoria.

Todo lo anterior encontrado en los indicadores: presentación de objetivos y actividad focal introductoria muestran lo expresado por Díaz Barriga y Hernández (2002), cumplen con el deber ser del docente, de buscar la manera de hacer efectivo el proceso de enseñanza y aprendizaje, que se ponga de manifiesto la necesidad de establecer diferentes momentos de desarrollos, entre ellos el preinstruccional y allí aclarar los objetivos e intenciones, los cuales deben planificarse con un mínimo de rigor dado que supone el punto de partida de todas las experiencias educativas.

Lluvia de ideas:

La tabla 3, muestra los resultados del indicador Lluvia de ideas.

Tabla 3. Resultados del indicador Lluvia de ideas

Ítems	Docentes		
	S	AV	N
7	83,3	16,7	0
8	16,7	66,7	16,7
9	50	50	0

Fuente: Lázaro (2017)

Según los resultados expuestos en la tabla 3, el ítems 7 referido al uso de la lluvia de ideas para activar en los estudiantes los conocimientos que puedan tener respecto al tema a tratar. En esto, el 83,3% de los docentes siempre parecen estar usándolos, y un 16,7% de los docentes algunas veces confirman aplicarlo. En cuanto al ítems 8, que hace referencia a planificar el contenido y desarrollarlo a través de la técnica lluvia de ideas, el 16,7% de los docentes siempre lo hacen, un 66,7% de los docentes algunas veces aplican esta técnica, mientras que el restante 16,7 % nunca lo aplican.

El ítems 9, el cual se refiere a que si al presentar cualquier definición hace participe al estudiante a través de la técnica lluvia de ideas, se encontró que el 50% de los docentes siempre lo hacen, mientras un 50% de los docentes algunas veces logran hacer participe al estudiante.

De acuerdo a los resultados obtenidos en la mediana, se tiene que los docentes utilizan la lluvia de idea como estrategia en el momento preinstruccional.

Según los resultados de la mediana de la tabla 3, referida al indicador llovias de ideas, se encuentra que se esta aplicando como debe ser, ya que en palabras de Díaz y Hernández (2002), esta estrategia le permite al alumno compartir, reflexionar y activar sus conocimientos previos sobre un tema determinado como objeto de estudio. Así mismo, estos autores señalan que la participación es la inclusión mental y emocional de las personas en situaciones grupales, que los alientan a contribuir a favor de las metas colectivas y compartir las responsabilidades de ellos, es decir, la participación conlleva a un clima organizacional donde las metas tanto a nivel del aula como a nivel institucional, son compartidas para la búsqueda del cumplimiento de los objetivos propuesto.

1.2. Estrategias Coinstruccionales: La misma está conformada por 4 indicadores: ilustraciones, analogías, mapas conceptuales y señalizaciones. (Confróntese el cuadro de la Operacionalización de las Variables).

Ilustraciones:

La tabla 4, muestra los resultados del indicador Ilustraciones.

Tabla 4. Resultados del indicador Ilustraciones

Ítems	Docentes		
	S	AV	N
10	50	0	50
11	33,3	16,7	50
12	33,3	66,7	0

Fuente: Lázaro (2017)

De acuerdo a los datos expuestos en la tabla 4, puede constatarse en el ítems 10, el cual hace referencia a si los docentes presentan pinturas, entendidas como obras de artes para el desarrollo de sus clase, se tiene que el 50% de los docentes siempre lo hacen, y el otro 50% restante de los docentes nunca aplican esta estrategia.

Para el ítem 11, el 33,3% de los docentes siempre, y un 16,7% de los docentes algunas veces, el otro 50% restante de los docentes nunca presentan dibujos ante sus estudiantes, para desarrollar contenidos a fin de crear un ambiente de aprendizaje más sistémico y sensitivo.

El ítem 12, referido a determinar si los docentes resaltan las ideas principales con letras grandes al momento de desarrollar la clase, se tiene que el 33,3% de los docentes siempre resaltan las ideas principales con letras grandes y coloreadas, a fin de que los estudiantes las ubiquen con mayor facilidad, no obstante, un 66,7% de los docentes algunas veces utilizan este recurso como estrategia.

Teniendo en cuenta los resultados de la mediana de la tabla 4, se evidencia que los docentes hacen uso de las ilustraciones en el momento coinstruccional.

Analogía:

La tabla 5, muestra los resultados del indicador Analogía.

Tabla 5. Resultados del indicador Analogía

Ítems	Docentes		
	S	AV	N
13	100	0	0
14	66,7	33,3	0
15	50	50	0

Fuente: Lázaro (2017)

Según los datos de la tabla 5, se puede constatar que el ítems 13 referido a ver si los docente utilizan ejemplos de la vida diaria para ayudar al alumno a aclarar las ideas sobre el tema que se está estudiando, se tiene que el 100% de los docentes siempre lo aplican. Ahora, el ítems 14 que hace referencia si el docente realiza actividades que ayudan a comparar el tema que está explicando con otros similares, el 66,7% de los docentes siempre y un 33,3% algunas veces se apoyan en estrategias como: comparaciones, semejanza de un objeto para tratar de explicar a través de analogías los contenidos matemáticos.

En cuanto al ítems 15, la pregunta está dirigida a descubrir si los docentes fomentan en sus estudiantes el razonamiento de ideas y conceptos a través de la comparación con otros temas ya tratados, encontrándose que el 50% de los docentes siempre y 50% algunas veces confirman hacerlo.

De lo antes mencionado y de los resultados totales con respecto a la mediana obtenida en la tabla 5, se observa que los docentes siempre utilizan las analogías en el momento coinstruccional.

Mapas conceptuales:

La tabla 6, muestra los resultados del indicador Mapas conceptuales

Tabla 6. Resultados del indicador Mapas conceptuales

Ítems	Docentes		
	S	AV	N
16	33,3	33,3	33,3
17	66,7	33,3	0
18	0	66,7	33,3

Fuente: Lázaro (2017)

Los resultados expuestos en la tabla 6, indican que el ítems 16 referido a que si docente establecen relación de conceptos con apoyo de mapas conceptuales, se tiene que el 33,3% de los docentes siempre y un 33,3% algunas veces al igual que el restante 33,3% nunca buscan utilizar los mapas conceptuales para relacionar conceptos.

Para el ítems 17, se tiene que un 66,7% de los docentes siempre, y el 33,3% algunas veces clasifican conceptos desde los más generales a los más específicos. Por otra parte, el ítems 18 que hace referencia al empleo de mapas conceptuales para explicación de contenidos de matrices por parte del docente, el 66,7% de los docentes algunas veces y un 33,3% nunca lo emplean.

Los resultados antes mostrados, de acuerdo a la mediana, evidencian que los docentes hacen uso de los mapas conceptuales.

Señalizaciones:

La tabla 7, muestra los resultados del indicador Señalizaciones

Tabla 7. Resultados del indicador Señalizaciones

Ítems	Docentes		
	S	AV	N
19	50	50	0
20	83,3	16,7	0
21	66,7	33,3	0

Fuente: Lázaro (2017)

De lo expuesto en la tabla 7, se puede constatar que el ítem 19 referido a evidenciar si los docentes cuando explican algún tema, marcan las palabras claves para que los estudiantes asimilen el concepto que se estas definiendo, se tiene que un 50% de los docentes siempre, y otro 50% algunas veces lo hacen. Así mismo, en el ítem 20, se encuentra que un 83,3% de los docentes siempre, y 16,7% algunas veces cuando resuelven un problema, señalan los pasos a seguir para la solución del mismo.

El ítem 21, indaga si el docente antes de iniciar un nuevo contenido, señala con anticipación todo el contenido a desarrollar, el 66,7% de los docentes siempre aplican esta estrategia, mientras el 33,3% nunca lo aplican. De todo lo anterior, se puede develar de acuerdo a la mediana que los docentes siempre utilizan esta estrategia.

De acuerdo a todos los análisis realizados sobre los distintos indicadores de la dimensión: estrategias coinstruccionales, se puede constatar que esta se está aplicando de forma adecuada para el desarrollo de los contenidos de matrices en los estudiantes de quinto año de la U. E. Liceo “Eduardo Mathias Lozada”, por cuanto en palabra de Díaz Barriga y Hernández (2002), el momento coinstrucciona cubre funciones para que el aprendiz mejore la atención e igualmente detecte la información principal, logre una mejor codificación y conceptualización de los contenidos de aprendizaje.

Además, permite organizar, estructurar e interrelacionar las ideas importantes. Se trata de funciones relacionadas con el logro de un aprendizaje con comprensión. Por otra parte, busca que se motive en los docentes una acción mas dinámica, creadora y proactiva en sus saberes como facilitador y promotor de conocimiento.

1.3. Estrategias para desarrollar razonamiento y argumentación: esta dimensión está constituida por cuatro indicadores: Inductivas, deductivas, argumentación y resolución de problemas (Ver el cuadro de la Operacionalización de las Variables).

Inductivas:

La tabla 8, muestra los resultados del indicador Inductivas

Tabla 8. Resultados del indicador Inductivas

Ítems	Docentes		
	S	AV	N
22	66,7	33,3	0
23	66,7	33,3	0
24	66,7	33,3	0

Fuente: Lázaro (2017)

Según los resultados expuestos en la tabla 8, el ítems 22 que indaga si los docentes al resolver un problema realizan conjeturas, se tiene que un 66,7% siempre lo hace y un 33,3% algunas veces, al plantear un problema realizan pasos como: analizar, comprender y conjeturar. Por otro lado, el ítems 23 que hace referencia a ver si los docentes al momento de resolver problemas, establecen relaciones entre los diferentes elementos del mismo, se tiene que el 66,7% de los

docentes siempre y un 33,7% algunas veces manifiestan que realizan comparaciones, estableciendo relaciones entre los diferentes elementos del problema.

Para el ítems 24, el cual indaga si los docentes durante sus clases formulan hipótesis al momento de resolver un problema, se tiene que un 66,7% siempre y el restante 33,3% algunas veces lo hacen. De acuerdo a los resultados de la mediana, expuesta en la tabla 8, puede observarse que los docentes siempre utilizan estrategias inductivas.

Según los resultados expuestos anteriormente, los docentes al plantear un problema realizan pasos como: analizar, comprender y conjeturar, según García y Col. (2002), estas son características de las estrategias de razonamiento inductivo. Según estos autores, estas estrategias de razonamiento inductivo permiten desarrollar habilidades y destrezas numéricas en los estudiantes mediante el análisis de casos particulares, analizar y controlar variables, comparar y establecer relaciones, identificar irregularidades, formular hipótesis, elaborar conjeturas entre muchas otras.

Deductivas:

La tabla 9, muestra los resultados del indicador Deductivas

Tabla 9. Resultados del indicador Deductivas

Ítems	Docentes		
	S	AV	N
25	83,3	16,7	0
26	66,7	33,3	0
27	16,7	66,7	16,7

Fuente: Lázaro (2017)

De acuerdo a los resultados de la tabla 9, el ítems 25 referido a que si los docentes al resolver un problema, demuestran a los estudiantes destreza para proponer diferentes soluciones, se puede constatar que el 83,3% de los docentes siempre y el otro 16,7% algunas veces demuestran a través del procedimiento destreza para proponer diferentes soluciones.

El ítem 26, el cual investiga si el docente al resolver un problema, demuestra a los estudiantes habilidad para comprobar hipótesis, el 66,7% siempre y el restante 33,3% algunas veces lo hacen. Por otra parte, el ítem 27 el cual hace referencia a que si los docentes cuando resuelven un problema predicen fenómenos a partir de modelos, se puede ver que el 16,7% siempre, mientras que un 66,7% algunas veces y el restante 16,7% nunca presentan a los estudiantes procedimientos para predecir fenómenos a partir de modelos. Tomando los valores de la mediana en la tabla 9, se observa que los docentes aplican la estrategia deductiva.

De acuerdo a los resultados anteriormente mencionados, los docentes del área de matemática de quinto año de Educación Media General de la U. E. Liceo “Eduardo Mathias Lozada”, al presentarles los problemas a los estudiantes, estos demuestran a través del procedimiento total destreza para proponer diferentes soluciones. Según García y Col. (2002), las estrategias de razonamiento deductivo implican comprobar hipótesis, predecir fenómenos a partir de modelos.

Argumentación:

La tabla 10, muestra los resultados del indicador Argumentación

Tabla 10. Resultados del indicador Argumentación

Ítems	Docentes		
	S	AV	N
28	83,3	16,7	0
29	66,7	33,3	0
30	50	50	0

Fuente: Lázaro (2017)

Para el ítem 28 que indaga si los docentes al momento de exponer los resultados a los planteamientos realizados, formulan conclusiones, un 83,3% de los docentes siempre, y 16,7% algunas veces emplean la estrategia de argumentación.

En este mismo sentido, el ítem 29 referido a si el docente establece reflexiones al exponer las deducciones de un problema, se tiene que un 66,7% de los docentes siempre al momento de presentar los resultados a los planteamientos reflexionan sobre éstos mismos, mientras un 33,3% algunas veces lo hacen.

En los resultados de la tabla 10, el ítem 30 el cual investiga si los docentes al resolver un problema, compara modelos teóricos y situaciones reales, se puede constatar que 50% de los docentes siempre, y 50% algunas veces la utilizan. Esta información expuesta en la tabla 10, indica según la mediana, que la los docentes siempre aplican la argumentación como estrategia.

De acuerdo a los resultados de la mediana en la tabla 10, los docentes del área de matemática de quinto año de Educación Media General de la U. E. Liceo “Eduardo Mathias Lozada”, al momento de exponer los resultados a los planteamientos realizan reflexiones sobre los resultados obtenidos, es decir, emplean la estrategia de argumentación, la cual consiste según García y Col. (2002), en identificar datos, diferenciar hechos, comparar modelos teóricos y situaciones reales, identificar razones, elaborar explicaciones, formular conclusiones, evaluar hipótesis, dar argumentos, evaluar consistencia y coherencia del argumento, utilizar el lenguaje científico, reflexionar acerca de las evidencias, buscar coherencia y globalidad.

Resolución de problemas:

En este mismo orden de ideas, la tabla 11 muestra los resultados del indicador resolución de problemas.

Tabla 11. Resultados del indicador Resolución de problemas

Ítems	Docentes		
	S	AV	N
31	83,3	16,7	0
32	50	50	0
33	50	50	0

Fuente: Lázaro (2017)

De acuerdo a los resultados de la tabla 11, para el ítem 31 que busca indagar si los docentes al presentar la solución de un problema, presentan alternativas diferentes para tratar de comprender el enunciado, se encontró que el 83,3% de los docentes siempre, y un 16,7% algunas veces realizan el procedimiento de forma detallada, es decir, encuentran datos, anotan los datos relevantes y realizan las operaciones pertinentes y necesarias.

En este mismo orden de ideas, el ítem 32 que investiga si los docentes propician que los estudiantes sean capaces de comparar criterios aprendidos previamente con los obtenidos en clase, el 50% de los docentes siempre, y el restante 50% algunas veces lo hacen. Por otra parte, se tiene el ítem 33, que hace referencia a que si el docente permite que los contenidos aprendidos sobre un tema específico, los estudiantes los apliquen en clase, aquí el 50% de los docentes siempre, y el otro 50% algunas veces hacen uso de este recurso.

Tomando la mediana de los datos tabulados en la tabla 11, se puede observar que los docentes aplican la resolución de problemas como estrategia.

De acuerdo a estos resultado de la mediana, los docentes del área de matemática de quinto año de Educación Media General de la institución antes mencionada, al presentar la solución de un problema, realizan el procedimiento de forma detallada, es decir, encuentran datos, anotan los datos relevantes y realizan las operaciones pertinentes y necesarias, en palabras de García y Col. (2002), estas son cualidades de las estrategias de resolución de problemas, ya que, según los autores, estas estrategias deben presentar cuatro fases, a saber: 1. Leer y comprender los enunciados del problema a resolver. 2. Encontrar y anotar los datos relevantes para la resolución. 3. Realizar las operaciones oportunas con los datos obtenidos anteriormente, comprobar y verificar operaciones realizadas y 4. Redactar una solución o respuesta al problema.

La enseñanza de la matemática de acuerdo a Díaz y Hernández (2003), está basada en un proceso racional que implica el análisis de la situación, objetivo donde se desarrollan los aprendizajes y se fundamenta en los resultados de ese análisis previendo estrategias que permitan la optimización de los recursos didácticos disponibles en función de los lineamientos curriculares establecidos, en esto radica la importancia que tiene el planificar en función de estrategias adecuadas, entre ellas la resolución de problemas, la cual tiene gran importancia para lograr el aprendizaje por parte del estudiante.

1.4. Estrategias para desarrollar procesos lógicos matemáticos: la misma esta conformada por cuatro indicadores: cognitivas, cognitivas retóricas, metacognitivas y de apoyo (Ver cuadro de la Operacionalización de las Variables).

Cognitivas:

La tabla 12, muestra los resultados del indicador Cognitivas

Tabla 12. Resultados del indicador Cognitivas

Ítems	Docentes		
	S	AV	N
34	83,3	16,7	0
35	66,7	33,3	0
36	83,3	16,7	0

Fuente: Lázaro (2017)

El ítem 34 busca descubrir si las actividades propuestas por los docentes desarrollan en el estudiante habilidades y destrezas para la comprensión de conceptos, se tiene que el 83,3% de los docentes siempre y un 16,7% algunas veces, proponen durante las clases, actividades que desarrollan habilidades y destrezas de comprensión de conceptos en los estudiantes, que de acuerdo a la fundamentación teórica esto corresponde a las estrategias de tipo cognitivas. Cabe destacar que estas hacen referencia al procesamiento de la información: comprensión, recuerdo, recuperación y aplicación de la información y a la ejecución de esa acción. Las estrategias cognitivas permiten operar y proceder adecuadamente durante la ejecución de las acciones intelectuales.

Según el ítem 35, el cual indaga si las actividades propuestas por los docentes permiten en el estudiante mejorar la comprensión del lenguaje, se puede observar que el 66,7% de los docentes siempre y 33,3% algunas veces afirman que sí. Por otro lado, el ítem 36 referido a investigar si las actividades expuestas por los docentes desarrollan en el estudiante habilidades y destrezas en la selección de repuestas rápidas, se encontró que 83,3% de los docentes siempre, y un 16,7% algunas veces, confirman que las actividades propuesta en clase son efectivas en beneficio del estudiante.

De la tabla 12, tomando los valores de la mediana, se puede constatar que los docentes siempre hacen uso de las estrategias cognitivas.

Según los resultados de la mediana de la tabla 12, los docentes del área de matemática de quinto año de Educación Media General de la U. E. Liceo “Eduardo Mathias Lozada”, desarrollan o proponen durante las clases actividades que desarrollan habilidades y destrezas de comprensión de conceptos en los estudiantes, que de acuerdo a la fundamentación teórica esto corresponde a las estrategias de tipo cognitivas.

En este sentido Dilts y DeLozier (2000), establecen que estas hacen referencia al procesamiento de la información: comprensión, recuerdo, recuperación y aplicación de la información y a la ejecución de esa acción. Las estrategias cognitivas permiten operar y proceder adecuadamente durante la ejecución de las acciones intelectuales, por lo que son las encargadas del procesamiento de la información.

Cognitivas retóricas:

La tabla 13, muestra los resultados del indicador Cognitivas retóricas.

Tabla 13. Resultados del indicador Cognitivas retóricas

Ítems	Docentes		
	S	AV	N
37	83,3	16,7	0
38	66,7	33,3	0
39	100	0	0

Fuente: Lázaro (2017)

De acuerdo a la tabla 13, se presenta el ítem 37, el cual hace referencia a si los docentes al presentar una definición lo hacen de manera conceptual, se puede ver que 83,3% de los docentes siempre, y un 16,7% algunas veces afirman hacerlo.

Para el ítem 38, referido a ver si los docentes cuando presentan una definición, lo hace utilizando la ejemplificación, se encontró que 66,7% de los docentes siempre, mientras un 33,3% algunas veces al presentar una definición matemática lo hacen a través de ejemplos. En este sentido Marinkovich (2005), establece que el presentar la información a través de demostración, ilustración o demostración de algo mediante ejemplos, corresponde a las estrategias cognitivo-retóricas.

El ítem 39, busca descubrir si los docentes al momento de la clase, efectúa comparaciones con situaciones reales, se tiene que 100% de los docentes siempre, confirman hacerlo a través de comparaciones realizadas con situaciones reales. Aunado a lo anterior, el autor antes mencionado afirma que el comparar, contrastar o examinar objetos con el fin de poner atención en los atributos que los hacen similares o diferentes, corresponden de igual manera a las estrategias cognitivas retóricas.

Por lo antes expuestos, según los resultados de la mediana, se puede inferir que los docentes siempre hacen uso de las estrategias cognitivas retóricas.

Metacognitivas:

La tabla 14, muestra los resultados del indicador Metacognitivas

Tabla 14. Resultados del indicador Metacognitivas

Ítems	Docentes		
	S	AV	N
40	50	50	0
41	33,3	63,7	0
42	100	0	0

Fuente: Lázaro (2017)

Con respecto a los resultados de la tabla 14, el ítem 40 indaga si los docentes al presentar un contenido cualquiera de matrices, hacen que el estudiante logre codificar la información vista, se tiene que el 50% de los docentes siempre, y un 50% algunas veces al presentar un contenido cualquiera de matrices logran que el estudiante a través de la estrategia utilizada vincule la nueva información con el conocimiento previo.

De la tabla 14, se puede constatar que el ítem 41 el cual indaga si los docentes cuando presentan un contenido de matrices; buscan que el estudiante pueda vincularlo con informaciones provenientes de distintas áreas, se puede apreciar que un 33,3% de los docentes siempre, y el restante 63,7% algunas veces, manifestaron que el estudiante al momento de manejar el contenido matemático, vincula la información nueva con la de otras áreas.

Para Marinkovich (2005), el vincular el contenido matemático con conocimientos previos o almacenados en la memoria corresponde al uso de las estrategias metacognitivas, las cuales dirigen la atención hacia información clave, estimulando la codificación.

Así mismo, el ítem 42 que investiga si los docentes durante sus clases, dictan pautas a los estudiantes que le ayuden a construir esquemas mentales que organicen y expliquen la información que se está procesando, se encontró que el 100% de los docentes siempre lo hacen.

Para Marinkovich (2005), las estrategias metacognitivas ayudan a construir esquemas mentales que organizan y explican la información que se está procesando. Estas estrategias permiten al aprendiz observar su propio proceso, son externas al mismo y comunes a todo tipo de aprendizaje. Conforman un tipo especial de conocimiento por parte del aprendiente.

El mismo autor antes mencionado la ha caracterizado como un triple conocimiento: referido a la tarea de aprendizaje, referido a las estrategias de aprendizaje y referido al sujeto del aprendizaje. En otras palabras, saber en qué consiste aprender, saber cómo se aprenderá mejor y saber cómo es uno mismo, sus emociones, sus sentimientos y sus actitudes.

Tomando los resultados de la tabla 14, se puede constatar en los valores de la mediana, que hay aplicación de las estrategias metacognitivas por parte de los docentes.

De apoyo:

La tabla 15, muestra los resultados del indicador de apoyo

Tabla 15. Resultados del indicador De apoyo

Ítems	Docentes		
	S	AV	N
43	66,7	33,3	0
44	33,3	66,7	0
45	100	0	0

Fuente: Lázaro (2017)

En la tabla 15, podemos ver que el ítem 43 que se basa en investigar si los docentes al momento de manejar el contenido de matrices, permite mantener la motivación del estudiante, se tiene que un 66,7% de los docentes siempre, y 33,3% algunas veces, manifestaron que si. El ítem 44 referido a si los docentes en sus clases, construyen esquemas mentales que permitan enfocar la atención del estudiante, se encontró que un total de 33,3% siempre, y 66,7% algunas veces, manifestaron que si hacen uso de esta estrategia.

En cuanto al ítem 45 que se basa en indagar si el docente maneja el tiempo de manera efectiva en beneficio de los estudiantes, se obtuvo que el 100% de los docentes siempre, afirman que si hacen uso de ese recurso. Ahora, según la mediana de los resultados en la tabla 15, se puede constatar que siempre se aplica la estrategia de apoyo por parte de los docentes.

Para Marinkovich (2005), las estrategias de apoyo desempeñan un importante papel durante el desarrollo de las tareas de aprendizaje, pues facilitan el proceso y permiten la obtención del éxito en el resultado final o producto de aprendizaje. Se conoce que existe una relación directa entre la calidad del producto de aprendizaje, el proceso y la eficacia de la estrategia utilizada por el estudiante, ellas también regulan y optimizan el comportamiento cognitivo durante el acto de aprendizaje, constituyendo estrategias afectivas del aprendizaje.

2. Aprendizaje de matrices

En esta variable las observaciones están dirigidas hacia los estudiantes, la misma esta conformada por tres dimensiones: conocimiento conceptual, procedimental y actitudinal (Ver el cuadro de la operacionalización de las variables).

2.1. Conocimiento conceptual: esta dimensión esta constituida por ocho indicadores: definición de matrices, tipos de matrices, orden de una matriz, operaciones con matrices, propiedades de las operaciones con matrices, rango de una matriz, matriz inversa y determinantes (Confróntese con el cuadro de la Operacionalización de las Variables).

Conocimiento conceptual:

La tabla 16 que a continuación se presenta, muestra los resultados de la dimensión conocimiento conceptual.

Tabla 16. Resultados de la dimensión Conocimiento conceptual

Indicadores	Estudiantes		
	A	MA	I
Definición de matriz	38,8	28,2	32,9
Tipos de matrices	54,1	16,5	29,4
Orden de una matriz	82,4	4,7	12,9
Operaciones con matrices	58,8	3,13	37,93
Propiedades de las operaciones con matrices	32,95	5,3	61,75
Rango de una matriz	20	3,5	76,5
Matriz inversa	27,4	4,1	71,2
Determinantes	5,9	27,1	67,1

Fuente: Lázaro (2017)

Para empezar, de acuerdo a la tabla 16, se tiene que para el indicador definición de matriz, el cual investiga el grado de conocimiento conceptual que obtuvieron los estudiantes en cuanto al dominio del concepto de matriz, para ello se tiene que un total de 38,8% de los estudiantes obtuvieron un conocimiento adecuado, y un 28,2% medianamente adecuado mientras el restante 32,9% inadecuado. Cabe destacar, que estos porcentajes sólo indican la cantidad de estudiantes que respondieron adecuadamente la definición de matriz.

Ahora bien, el indicador tipos de matrices, el cual hace referencia a determinar el conocimiento de los estudiantes sobre los tipos de matrices, se encontró que 54,1%, tiene un conocimiento adecuado, un 16,5% medianamente adecuado y 29,4% inadecuado. Por otra parte, según los resultados de la tabla 16, para el indicador orden de una matriz, referido a descubrir el conocimiento que los estudiantes tienen sobre identificar el orden de una matriz, se puede constatar que el 82,4% es adecuado, un 4,7% es medianamente adecuado, y 12,9% es inadecuado.

En cuanto al indicador operaciones con matrices, la pregunta está dirigida a descubrir si los estudiante tienen conocimiento sobre dichas operaciones, encontrándose que el 58,8% de los alumnos posee conocimiento adecuado, un

3,13% medianamente adecuado y el restante 37,93% inadecuado según los resultados expuestos en la tabla 16.

En relación al indicador propiedades de las operaciones con matrices, es evidente la tendencia; es decir, el 32,95% de los estudiantes tienen un conocimiento adecuado sobre las propiedades de las operaciones con matrices, mientras 5,3% medianamente adecuado, y el resto con un total de 61,75% inadecuado.

Acerca del indicador rango de una matriz, el cual investiga si los estudiantes tienen conocimiento sobre el rango de una matriz, para este caso se encontró que el 20% de los estudiantes con conocimiento adecuado saben determinar el rango de una matriz, un 3,5% con conocimiento medianamente adecuado, y 76,5% inadecuado.

Por lo que se refiere al indicador matriz inversa, esta pregunta busca indagar si los estudiantes saben identificar, que si existe la inversa de una matriz, ésta es única, se puede constatar, según la tabla 16, que para este indicador el 27,4% de los alumnos tiene conocimiento adecuado, y 4,1% medianamente adecuado, y el restante 71,2% inadecuado. En relación con el indicador determinante, el mismo investiga si los estudiantes tienen conocimiento sobre los determinantes, se puede apreciar como el 5,9% tiene un conocimiento adecuado, y 27,1% medianamente adecuado, mientras 67,1% inadecuado.

De acuerdo a la mediana de cada indicador de la variable: conocimiento conceptual, se tiene que ésta no se está aplicando adecuadamente para el desarrollo de los contenidos de matrices para los estudiantes de quinto año de Educación Media General de la U. E. Liceo "Eduardo Mathias Lozada", ya que en palabras de Díaz y Hernández (2002), el profesor debe planear actividades donde los alumnos tengan oportunidades para explorar, comprender y analizar los conceptos de forma significativa, ya sea mediante una estrategia expositiva o por descubrimiento, debido a que el conocimiento conceptual hace referencia a la universalidad de los conceptos y objetos, aquellos que todos comprendemos de la misma manera, sin añadirle características propias.

Es muy importante tener presente que el éxito de la enseñanza y del aprendizaje depende no de las características de la evaluación en sí misma, sino más aún del trabajo didáctico y pedagógico que se realice en las aulas. Mientras

mayor acción, exigencias motivadoras y buenas estrategias didácticas existan durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, mejores serán los resultados obtenidos mediante la inspección de los conocimientos matemáticos del estudiantes. En este caso el control cumpliría su verdadera función, la de contribuir con la enseñanza y el aprendizaje. La inspección de los aprendizajes matemáticos es la vía adecuada para retroalimentar el proceso y no el método indicado para aprobar, reprobar, otorgar títulos o plazas en las instituciones de educación.

2.2. Conocimiento procedimental: esta dimensión esta constituida por cuatro indicadores: multiplicación de matrices, cálculo de la matriz inversa dada otra, cálculo del determinante de una matriz, software matemático para el cálculo de la inversa de una matriz y determinantes (Confróntese con el cuadro de la operacionalización de las Variables).

Conocimiento procedimental:

La tabla 17, muestra los resultados de la dimensión conocimiento procedimental

Tabla 17. Resultados de la dimensión conocimiento procedimental

Indicadores	Estudiantes		
	A	MA	I
Multiplicación de matrices	18,85	0,6	80,6
Cálculo de la matriz inversa dada otra	0	0	100
Cálculo del determinante de una matriz	0	0	100
Software matemático para el cálculo de la inversa de una matriz y determinantes.	3,56	0	96,46

Fuente: Lázaro (2017)

Según los resultados de la tabla 17, se puede apreciar que para el indicador multiplicación de matrices, que esta dirigido a investigar, cual es el conocimiento que tienen los estudiantes con respecto a la multiplicación de matrices, para ello se encontró que el 18,85% de los alumnos demostró tener un conocimiento adecuado, un 0,6% medianamente adecuado, y un 80,6% inadecuado; es decir, el 80,6% del total de los estudiante no saben multiplicar matrices.

En cuanto al indicador cálculo de la matriz inversa dada otra, cabe destacar que este indicador esta dirigido a indagar sobre las habilidades del estudiante con respecto a determinar la inversa de una matriz, para lo cual, un 100% de los

estudiantes demostró tener un conocimiento inadecuado, al momento de calcularla, esto significa que hay una deficiencia de conocimiento en los estudiante, de como hallar la inversa de una matriz.

En consideración al indicador cálculo del determinante de una matriz, que pretende examinar la destreza del estudiante para calcular el determinante de una matriz mediante distintos métodos, según los resultados de la tabla 17, se puede constatar que el 100% de los estudiantes demostraron tener un conocimiento inadecuado. Por ende, este porcentaje sólo refleja el deficiente dominio del tema por parte del estudiante de no conocer métodos ni procedimientos para hallar el determinante de una matriz.

El ítem software matemático para el cálculo de la inversa de una matriz y determinantes, hace referencia a determinar si los estudiantes conocen y manejan software para calcular inversa y determinantes de una matriz, para este caso se encontró que 96,46% de los estudiantes poseen un conocimiento inadecuado sobre dichos software, mientras el 3,56% adecuado, afirmó conocerlos. Según estos porcentajes al parecer los docentes no instruyen a sus estudiantes en el uso de este recurso.

Tomando los valores de la mediana de cada indicador para la variable conocimiento procedimental de la tabla 17, podemos apreciar que de los estudiantes tienen un conocimiento inadecuado en relación con la parte procedimental del contenido de matrices. Este porcentaje indica que no se esta aplicando lo expresado por Díaz y Hernández (2002), durante el aprendizaje de procedimientos es importante clarificarle al aprendiz la meta a lograr, la secuencia de acciones a realizar y la evolución temporal de las mismas.

2.3. Conocimiento actitudinal: esta dimensión esta constituida por dos indicadores: disposición para trabajar en forma grupal y valoración del trabajo en equipo (Confróntese con el cuadro de la Operacionalización de las Variables).

Conocimiento actitudinal:

La tabla 18, muestra los resultados de la dimensión conocimiento actitudinal

Tabla 18. Resultados de la dimensión conocimiento actitudinal

Indicadores	Estudiantes		
	S	AV	N
Disposición para trabajar en forma grupal	67,9	32,1	0
Valoración del Trabajo en Equipo	71,8	28,2	0

Fuente: Lázaro (2017)

Como puede observarse en los resultados de la tabla 18, para el indicador disposición para trabajar en forma grupal, se tiene que un 67,9% de los estudiantes afirmaron tener siempre disposición para trabajar en grupo, mientras el 32,1% algunas veces.

En cuanto al indicador valoración del trabajo en equipo, se encontró que 71,8% de los estudiantes afirman que siempre valoran el trabajo en equipo, y el restante 28,2% algunas veces lo hacen.

De acuerdo a la mediana de los resultados expuestos en la tabla 18, se puede constatar que siempre los estudiantes tienen disposición para trabajar en grupo, y valorar el trabajo en equipo.

De acuerdo a los resultados anteriores, para Díaz y Hernández (2002), hay muchas actitudes que las escuelas deben intentar desarrollar y fortalecer, como el respeto al punto de vista del otro, la solidaridad y la cooperatividad, y otras que debe procurar erradicar o relativizar, como el individualismo egoísta o la intolerancia al trabajo colectivo. Para ello el profesor se vuelve un importante agente que ejerce su influencia y poder de experto legitimados, para promover actitudes positivas en sus alumnos.

En este ámbito es más que evidente que la enseñanza no puede centrarse en la recepción repetitiva de información factual o declarativa, sino que se requieren experiencias de aprendizaje significativas, que permitan no sólo adquirir información valiosa, sino que incidan realmente en el comportamiento de los alumnos, en la manifestación del afecto o emoción moral, en su capacidad de comprensión crítica de la realidad que los circunda, en el desarrollo de habilidades específicas para el diálogo, la autodirección, la participación activa, la cooperación o la tolerancia.

3. Relación entre las estrategias y los niveles de aprendizajes sobre los contenidos de matrices.

Para probar las hipótesis de estudio se deben conocer las características de la población, a partir de allí se determina la prueba estadística que corresponde. Para estimar la relación entre las estrategias del docente y aprendizaje de matrices, se aplicó el coeficiente de Correlación de Spearman, para lo cual, se establecieron una serie de pasos.

3.1. Supuestos para prueba de hipótesis.

Para la prueba de normalidad, planteamos las hipótesis de trabajo:

H_1 : El coeficiente de correlación obtenido procede de una población cuyo coeficiente de correlación es distinto de cero. Hay diferencias significativas entre la distribución ideal y la distribución normal de los datos, entonces si hay relación entre las variables.

H_0 : El coeficiente de correlación obtenido procede de una población cuya correlación es cero. Es decir, no hay diferencias significativas entre la distribución ideal y la distribución normal de los datos, por tanto no hay relación entre las variables.

3.2. Regla de decisión:

Si la sig. (Significancia) es $< 0,05$ se acepta la H_1 (hipótesis alterna o hipótesis del investigador), si hay relación entre las variables.

Si la sig. (Significancia) es $> 0,05$ se acepta la H_0 (hipótesis nula), es decir, no hay relación entre las variables.

4. Aplicación de prueba de hipótesis

La aplicación de este diseño estadístico implica la consideración de los siguientes pasos:

4.1. Formulación de las Hipótesis estadística

Estas fueron planteadas en el capítulo II.

4.2. Determinación del margen de error

Para $\alpha < 0,05$ (nivel de significación)

4.3. Contrastación de la hipótesis general

Las estrategias del docente se relacionan significativamente con el aprendizaje de matrices en los estudiantes de la U. E. Liceo “Eduardo Mathias Lozada”.

A continuación se presenta la tabla 19, la cual muestra los resultados de la correlación entre las variables estrategias del docente y aprendizaje de matrices, con la finalidad de probar las hipótesis planteadas.

Tabla 19. Resultados de la correlación entre las variables estrategias del docente y aprendizaje de matrices

Correlaciones				
			Estrategias de Docente	Aprendizaje de Matrices
Rho de Spearman	Estrategias del Docente	Coeficiente de correlación	1,000	0,493
		Sig. (bilateral)	.	0,321
		N	6	6
	Aprendizaje de Matrices	Coeficiente de correlación	0,493	1,000
		Sig. (bilateral)	0,321	.
		N	6	85

Fuente: Lázaro (2017)

En la tabla 19, se aprecia que existe un índice de correlación mala de acuerdo a la escala de interpretación para la Correlación de Spearman, descrita en el cuadro 8, o de escasa correlación de 0,493 y presenta una baja significancia de 0,321 mayor que el nivel de 0,05 esperado entre las variables estrategias del docente y aprendizaje de matrices, por lo tanto se acepta la hipótesis nula, dado que las estrategia del docente y aprendizaje de matrices no se relacionan significativamente en los estudiantes de quinto año de Educación Media General de la U. E. Liceo “Eduardo Mathias Lozada”.

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

En función a todos los resultados antes expuestos, en relación a las estrategias aplicadas por el docente, se concluye que:

✓ En lo que respecta a las estrategias preinstruccionales, se observa según la mediana, para la presentación de objetivos, que los docentes siempre hace uso de esta estrategia. En cuanto al organizador previo (actividad focal introductoria), los docentes siempre las utiliza. Con respecto a las lluvias de ideas, siempre hacen uso de este recurso.

✓ En cuanto a las estrategias coinstruccionales se observa según los resultados de la mediana, que 50% de los docentes siempre en sus clases hacen uso de las ilustraciones, mientras 66,7% algunas veces y 50% nunca las utilizan. Con respecto al uso de analogías, se tiene según la mediana que 100% siempre las utilizan, mientras un 50% algunas veces lo hacen. Ahora, en lo que se respecta al uso de los mapas conceptuales por parte del docente, un 66,7% siempre los utilizan y 66,7% algunas veces lo hacen, mientras 33,3% nunca los usan. En relación al uso de las señalizaciones, se tiene que siempre los docentes utilizan esta estrategia.

✓ En relación a las estrategias de desarrollar razonamiento y argumentación, los resultados de la mediana indican que siempre los docentes utilizan las estrategias inductivas. En cuanto al uso de estrategias deductivas, se tiene que siempre las usan, esto es; con 83,3% y 66,7%, mientras 66,7% algunas veces lo hacen. En lo que se refiere al uso de la argumentación, los docentes siempre hacen uso de esta estrategia. Con respecto al uso de la resolución de problemas como estrategia, se tiene que siempre utilizan este recurso.

✓ En relación al uso de estrategias que permiten desarrollar el proceso lógico matemático, según los resultados obtenidos en la mediana, se observa que en cuanto al uso de estrategias cognitiva, se puede constatar que los docentes siempre las utilizan.

En cuanto al uso de las estrategias cognitivas retóricas, según la mediana se tiene que siempre los docentes las utilizan. En lo que se refiere al uso de las estrategias metacognitivas, se puede constatar que siempre los docentes parecen

utilizarlas y 63,7% algunas veces. Ahora bien, con respecto al uso de las estrategias de apoyo por parte de lo docente, se tiene que siempre las utilizan, mientras un 66,7% algunas veces hacen uso de este recurso.

En función de lo antes expuesto y de manera general, se requiere que lo docentes implementen entre ellos técnicas que motiven al estudio a fin de lograr establecer estrategias que faciliten consolidar, profundizar y fijar el contenido matemático de manera individual, haciendo esto se logra la comprensión del contenido dado en clase por parte del estudiante.

En cuanto al Aprendizaje de matrices, se concluye lo siguiente:

Con respecto a la dimensión conocimiento conceptual, de acuerdo a la mediana de cada indicador se puede concluir que:

✓ Prevalece un conocimiento inadecuado en los estudiantes, en correspondencia al aprendizaje del concepto de matrices y determinantes.

En relación a la dimensión conocimiento procedimental, se concluye que:

✓ Según la mediana de cada indicador prevalece un conocimiento procedimental inadecuado en los estudiantes con respecto a multiplicación de matrices, cálculo de la matriz inversa dado otra, cálculo del determinante de una matriz, software matemático para el cálculo de la inversa de una matriz y determinantes.

Por otro lado, de acuerdo a los resultados de la mediana de los indicadores, para la dimensión conocimiento actitudinal, se concluye que:

✓ Los estudiantes siempre afirmaron tener disposición para trabajar en grupo y valorar el trabajo en equipo.

Según la estimación de la relación entre estrategias del docente y aprendizaje de matrices, se concluye que no hay relación entre las variables.

RECOMENDACIONES

RECOMENDACIONES

De acuerdo a las conclusiones más significativas, se sugieren las siguientes recomendaciones:

✓ Proponer el uso de recursos didácticos novedosos a fin de enriquecer el desarrollo de las clases, además que permitan al estudiante la posibilidad de desarrollar habilidades y destrezas al momento de utilizarlos.

✓ En los temas más complejos de matemática, tales como matrices y determinantes, relacionar los temas con la realidad; a través de la investigación.

✓ Aplicar razonamientos tomados de la vida diaria, para motivar en el estudiante la reflexión y repuesta lógica.

✓ No utilizar con mucha frecuencia, como instrumento de evaluación, el examen escrito. Se recomienda el uso de talleres y exposiciones.

✓ Plantear juegos didácticos matemáticos relacionados con las matrices, concernientes a situaciones de la vida cotidiana de los estudiantes y comunidad en general, para que ellos se sientan motivados a participar en las clases y a su vez cumplir con las actividades propuestas que originen un mejor rendimiento académico.

✓ Se recomienda a los directivos de instituciones educativas, tanto públicas como privadas y otras autoridades que tengan que ver con la educación en nuestro país, fomentar y permitir que los docentes adscritos al área de matemática realicen cursos de actualización y formación docente, bien sea conducentes o no a títulos, pero si al desarrollo profesional y personal de ellos.

✓ El docente debe involucrarse en actividades extraescolares e intercambios interinstitucionales, como por ejemplo: las olimpiadas matemáticas.

✓ Proponer actividades que conlleven a los estudiantes a la investigación e indagación a fin de desarrollar en ellos habilidades, creatividad y dinamismos durante el desarrollo de las clases, puesto que esto los conduce a ser responsables en su propio aprendizaje.

✓ Se hace necesario integrar a todos aquellos docentes que están asumiendo actitudes negativas o pocas provechosas, quienes al momento de dar clase están asumiendo una posición apática en relación al aprendizaje de los estudiantes. Además, concientizar la toma de decisión con respecto a la aplicación de estrategias novedosas y más dinámicas en sus clases, a fin de dar mayor participación al estudiante.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguirre, J. (2008). "Estrategias Metodológicas para Mejorar el Pensamiento en Matemática". Universidad Nacional de Trujillo. Departamento de la Libertad. Perú, Lima.
- Ander, E. (1987). Introducción a las técnicas de investigación social. 21 Edición. Buenos Aires. Editorial Argentina. Editorial Humanidades.
- Arias, F. (2006). El proyecto de investigación. Episteme, Caracas. Venezuela.
- Asamblea Nacional de la República Bolivariana de Venezuela (1999). Constitución de la República Bolivariana de Venezuela. Gaceta oficial número 33860 de fecha jueves 30 de diciembre. Caracas. Venezuela.
- Asamblea Nacional de la República Bolivariana de Venezuela (2009). Ley Orgánica de Educación. Caracas –Venezuela. Gaceta oficial N° 5.929. Publicado el 15-ago-09.
- Baldor, A. (2006). Álgebra. Publicación cultural.
- Balestrinii, J. (2002). Cómo se elabora el Proyecto de Investigación. Caracas. Consultas asociadas.
- Benavides, W. (2012) Manual de Matrices y Determinantes. Primera edición. Editorial Universitaria Abya-Yala. Cuenca-Ecuador.
- Bernad, J. (1993). Factores y Procesos de Aprendizaje. Zaragoza España: Educación Abierta.
- Chávez, N. (2001). Introducción a la Investigación Educativa. Caracas Venezuela. Artes Grafica.
- Coll, C. (1999). La concepción constructivista como instrumento para el análisis de las prácticas educativas escolares. En Cesar, C. (Coord.). Psicología de la instrucción: la enseñanza y el aprendizaje en la educación secundaria. Barcelona. ICE/Horsori; pp. 15-44.
- Costa, A. (2001). Developing minds: A resource book for teaching thinking. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Cooper, M. (1990). El uso de Técnicas en el Aula. P.P 192-22. New York
- Díaz, F. y Hernández, G. (2007). Estrategias docentes para aprendizaje significativo: Una interpretación Constructivista. México. Editorial Mac Graw Hill.
- Díaz, F. y Hernández, G. (2003). Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo. Una interpretación constructivista. Editorial Mc Graw Hill. 2da. Edición. México.
- Díaz, F. y Hernández, G. (2002). Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo. Una interpretación Constructivista. Editorial MC Graw Hill. Venezuela. (p.141).

- Dilts, R. y DeLozier, J. (2000). Enciclopedia de coding. NLP sistémica de PLN y el nuevo de PLN University Press.
- Farfán, H. y Rumbos, Y. (2008). Manual Práctico para el aprendizaje del contenido de matrices en el quinto año del Liceo Bolivariano Anexo Dr. Guerra Méndez. Trabajo de Grado Especial, Universidad de Carabobo, Valencia.
- Furlán, A. y Ezpeleta J. (2004). La Gestión Pedagógica en la Escuela. Santiago de Chile. UNESCO. (p.76).
- García, M. y col. (2002), Razonamiento y argumentación en Ciencias. Diferentes puntos de vista. En el currículo oficial. En Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experimentación didáctica. Volumen 20. No.2. Junio. Universidad Autónoma de Barcelona. Universidad de Valencia, España. Graw Hill. México.
- Grossman, S. y Flores, J. (2012). Algebra Lineal. Editorial mexicana” Edición McGraw-Hill, séptima edición. Registro 736.p 1-320
- Guzmán. C. y Flores, M. (2006). Analizar las características educativas de una estrategia didáctica que incorpora el uso del sistema de cálculo algebraico en la enseñanza y aprendizaje del álgebra lineal. Trabajo de Grado Especial no Publicado. Habana. Editorial Científico-técnica.
- Hernández, R; Fernández, C y Baptista, P. (2008). Metodología de la Investigación. México D.F. Editorial Mc Graw-Hill. Interamericana de México, S.A de C.V.
- Hernández, S. (2012) Algebra lineal. Editorial mexicana. Primera edición: 2012
- Infante, P. (2000). La enseñanza del Álgebra. Una propuesta para la acción. Maracaibo. Trabajo de Ascenso. Universidad del Zulia.
- Joyner, D. y Nakos, G. (1999). Álgebra Lineal con Aplicaciones. México: Thomson.
- Machado, R. y Soto, G. (2006). Propuesta de proyectos computarizados como estrategia de evaluación de las competencias Matemáticas en los alumnos de segundo año de educación media y diversificada en el contenido de matrices. Trabajo de Grado Especial no Publicado, Universidad de Carabobo, Valencia.
- Marinkovich, P. (2005). Cualidades de las estrategias Cognitivas Retoricas.
- Marqués, P. (2009). Didáctica. Los procesos de enseñanza y Aprendizaje. La Motivación. Departamento de Pedagogía Aplicada. Facultad de Educación, UAB. Barcelona, España.
- Meyer, J. (1984). Clasificación y funciones de las estrategias de Aprendizaje.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación (2013), Currículo Nacional Bolivariano. Caracas Venezuela.
- Morales, J. (2007). “Propuesta de un sistema de Evaluación de Estrategias utilizadas en la enseñanza de la Matemática”. Tesis de Grado. Universidad Fermín Toro. Cabudare, Venezuela.

- Namakforoosh, M. (2003). Metodología de la investigación. Edit. Limusa Moriega Editores. México.
- Perelman, A. y Olbrechts, T. (1958). Tratado de l'argumentation. La nouvelle rhétorique. Paris: PUF.
- Pérez, A. (1999). Más y Mejor Educación Para Todos. Primera reimpresión. Caracas-Venezuela. Editorial San Pablo. (p.135)
- Quiroga, A. (2005). Introducción al Álgebra Lineal. España: Delta publicaciones.
- Ramírez, T. (2000). Como hacer un proyecto de investigación. Caracas-Venezuela. Editorial panapo de Venezuela.
- Sabino, C. (2002). El proceso de la Investigación. Editorial Panapo. Venezuela.
- Sarabia, B. (1992). El aprendizaje y la evaluación de actitudes. En C. Coll, J. I. Pozo B. Sarabia y E. Valls. Los contenidos de la reforma. Enseñanza y aprendizaje de conceptos, procedimientos y actitudes. Madrid. Editorial Santillana.
- Sierpínska, A. (2000). Sobre algunos aspectos del pensamiento de estudiantes en álgebra lineal. On the Teaching of Linear Algebra. Netherlands. Kluwer Academic Publisher. (209-246).
- UNESCO (2009). Un informe del progreso educativo en América Latina. Revista PREAL. Educación, Equidad, y Competitividad Económica en América Latina y el Caribe. Washington.

ANEXOS

CUESTIONARIOS

República Bolivariana De Venezuela
Universidad del Zulia
División De Estudios Para Graduados
Facultad De Humanidades Y Educación
Programa: Maestría en Matemática. Mención Docencia

Cuestionario dirigido al personal docente para medir la variable: estrategias del docente

INSTRUCCIONES: La información que se le solicitará a continuación, es requerida para obtener datos necesarios para concluir la investigación titulada: **“ESTRATEGIAS DEL DOCENTE Y APRENDIZAJE DE MATRICES”**; la misma será tratada confidencialmente, por lo tanto no es necesario su identificación. En este instrumento no hay afirmaciones que sean correctas o incorrectas, buenas o malas, solo respuestas que nutran la investigación. En atención a ello, se sugiere leer detenidamente cada una de las preguntas marcando con una “X” la alternativa que mas considere conveniente.

S = Siempre (3); AV = Algunas veces (2) y N = Nunca (1)

VARIABLE: Estrategias aplicadas por el docente.				
DIMENSION: Estrategias Preinstruccionales				
Indicador: Presentación de objetivos.				
Nº	Ítems	Alternativas		
		S	AV	N
1	Presenta a los alumnos los objetivos que se van a desarrollar durante el tema de matrices.			
2	Los objetivos presentados despiertan en los estudiantes la curiosidad de lo que han de aprender sobre matrices.			
3	Comprenden los alumnos los objetivos que deseas desarrollar durante una clase.			
Indicador: Organizador previo (Actividad focal introductoria)				
4	Cuando inicia las clases, utiliza la discusión guiada para activar en los estudiantes los conocimientos que puedan tener sobre el tema a tratar.			
5	Trata de atraer la atención del estudiante con el propósito de activar los conocimientos previos, creando una situación motivacional al inicio.			
6	Al momento de iniciar sus clases, expone con claridad las actividades de aprendizaje y los resultados que se pretenden alcanzar con la misma.			
Indicador: Lluvias de ideas				
7	Cuando inicia las clases, usa la lluvia de ideas para activar en los estudiantes los conocimientos que puedan tener sobre el tema a tratar.			

S = Siempre (3); AV = Algunas veces (2) y N = Nunca (1)

N°	Ítems	Alternativas		
		S	AV	N
8	Planifica el contenido y lo desarrollas a través de la técnica lluvia de ideas.			
9	Al presentar cualquier definición hace partícipe al estudiante a través de la técnica lluvia de ideas.			
DIMENSION: Estrategia Coinstruccionales				
Indicador: Ilustraciones				
10	Utiliza pintura para ilustrar información concerniente a las matrices, en el momento que esta desarrollando su clase.			
11	Como estrategia muestra dibujos relacionados con las matrices para el desarrollo de algunas clases.			
12	Cuando escribes en la pizarra, resaltas las ideas principales con letras grandes.			
Indicador: Analogía				
13	Utilizas ejemplo de la vida diaria para ayudar al alumno a aclarar las ideas sobre el tema que se está estudiando.			
14	Realiza actividades que ayudan a comparar el tema que está explicando con otros similares.			
15	Fomenta en sus alumnos el razonamiento de ideas y conceptos a través de la comparación con otros temas.			
Indicador: Mapas conceptuales				
16	Establece relación de conceptos con apoyo de mapas conceptuales.			
17	Clasifica conceptos desde los más generales a los más específicos.			
18	Emplea mapas conceptuales para explicar los contenidos de matrices			
Indicador: Señalizaciones				
19	Cuando explica algún tema, marca las palabras claves para que los estudiantes asimilen el concepto que estas definiendo.			
20	Cuando resuelves un problema, señalas los pasos a seguir para la solución del mismo.			
21	Antes de iniciar un nuevo contenido, señala con anticipación todo el contenido a desarrollar.			

S = Siempre (3); AV = Algunas veces (2) y N = Nunca (1)

DIMENSION: Desarrollar razonamiento y argumentación				
Indicador: Inductivas				
N°	Ítems	Alternativas		
		S	AV	N
22	Al resolver un problema realizas conjeturas.			
23	Usted como docente, al momento de resolver problemas, establece relaciones entre los diferentes elementos del mismo.			
24	Durante sus clase, formula hipótesis al momento de resolver un problema			
Indicador: Deductivas				
25	Al resolver un problema, demuestra a los estudiantes destreza para proponer diferentes soluciones.			
26	Al resolver un problema, demuestra a los estudiantes habilidad para comprobar hipótesis.			
27	Cuando resuelves un problema predice fenómenos a partir de modelos.			
Indicador: Argumentación				
28	AL momento de exponer los resultados a los planteamientos realizados, formulas conclusiones.			
29	Cuando resuelves un problema reflexiona sobre los resultados obtenidos.			
30	Al resolver un problema, compara modelos teóricos y situaciones reales.			
Indicador: Resolución del problema				
31	Para presentar la solución de un problema, presentas alternativas diferentes para tratar de comprender el enunciado.			
32	Propicia que los estudiantes sean capaces de comparar criterios aprendidos previamente con los obtenidos en clase.			
33	Permite que los contenidos aprendidos sobre un tema específico, los estudiantes los apliquen en clase.			

S = Siempre (3); AV = Algunas veces (2) y N = Nunca (1)

DIMENSION: Desarrollar proceso lógico matemático				
Indicador: Cognitivas				
N°	Ítems	Alternativas		
		S	AV	N
34	Las actividades propuestas desarrollan en el estudiante habilidades y destrezas en la comprensión de conceptos.			
35	Las actividades propuestas permiten en el estudiante mejorar la comprensión del lenguaje.			
36	Las actividades propuestas desarrollan en el estudiante habilidades y destrezas en la selección de repuestas rápidas.			
Indicador: Cognitivas retóricas				
37	Al presentar una definición lo hace de manera conceptual.			
38	Cuando presentas una definición, lo hace utilizando la Ejemplificación.			
39	Al momento de la clase, efectúa comparaciones con situaciones reales.			
Indicador: Metacognitivas				
40	Al presentar un contenido cualquiera de matrices, hace que el estudiante logre codificar la información vista.			
41	Cuando presentas un contenido de matrices; busca que el estudiante pueda vincularlo con informaciones provenientes de distintas áreas.			
42	Durante sus clase, dicta pauta a los estudiantes que le ayude a construir esquemas mentales que organicen y expliquen la información que se está procesando.			
Indicador: De apoyo				
43	Al momento de manejar el contenido de matrices, permites mantener la motivación del estudiante.			
44	En sus clases, construyes esquemas mentales que permitan enfocar la atención del estudiante			
45	Manejas el tiempo de manera efectiva en beneficio de los estudiantes.			

Gracias por su ayuda...

República Bolivariana De Venezuela
Universidad del Zulia
División De Estudios Para Graduados
Facultad De Humanidades Y Educación
Programa: Maestría en Matemática. Mención Docencia
CUETIONARIO DIRIGIDO AL ESTUDIANTE

(Cuestionario para medir la variable: Aprendizaje de Matrices)

INSTRUCCIONES: La información que se le solicitará a continuación, es requerida para obtener datos necesarios para concluir la investigación titulada: **“ESTRATEGIAS DEL DOCENTE Y APRENDIZAJE DE MATRICES”**; la misma será tratada confidencialmente, por lo tanto no es necesario su identificación. En atención a ello, se sugiere leer detenidamente y responder cada una de las preguntas.

1.- Define los siguientes conceptos:

a) Matriz: _____

b) Matriz Cuadrada: _____

2.- Menciona los tipos de Matrices: _____

Marque con un círculo la opción que creas correcta.

3.- El orden de una matriz viene representado por:

- a) La cantidad de números que esta contenga.
- b) La cantidad de filas y columnas que esta contenga.
- c) La diagonal principal.
- d) La suma alternada de sus filas.

4.- ¿Cuál de las siguientes opciones representa una operación con matrices?:

- a) División entre matrices.
- b) Multiplicación de un escalar por una matriz.
- c) La clasificación de los tipos de matrices

d) Ninguna de las anteriores.

5.- Dada las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ **Hallar A + B**

6.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ **Calcular 3A**

7.- ¿Cuál de las siguientes opciones representan las propiedades de la suma de matrices?:

- a) Conmutativa.
- b) Asociativa.
- c) Existencia del elemento neutro.
- d) todas las anteriores.

8.- ¿Cuál de las opciones representa una propiedad de la multiplicación de un escalar por una matriz?:

- a) Distributividad con respecto a la suma de matrices.
- b) Distributividad con respecto a la división de matrices.
- c) Asociatividad del producto de matrices.
- d) Ninguna de las anteriores.

Marque con un círculo la opción que creas correcta.

9.- El rango de una matriz A de orden mxn es:

- a) El número de filas no nulas de una matriz escalonada equivalente a la matriz original.
- b) La cantidad de columna y fila que la matriz contenga.
- c) La suma de todos sus elementos.
- d) Ninguna de las anteriores.

10.- La inversa de una matriz si existe es:

- a) Doble.
- b) Triple.
- c) Única.
- d) Todas las anteriores.

11.- Una matriz tiene inversa sí:

- a) Su determinante es distinto de cero
- b) Su determinante es igual a uno.
- c) Su determinante es igual al número de filas que ella contenga.
- d) Ninguna de las anteriores.

12.- Marque con una "V" la respuesta que consideres verdadera o con "F" la respuesta que considere falsa según sea el caso.

- a) Si los elementos de una fila o columna son todos nulos, el determinante es cero ()
- b) Si dos filas o columnas son iguales, o proporcionales, el determinante es nulo ()
- c) Un determinante se puede descomponer en suma de otros determinantes del mismo orden ()
- d) El determinante de una matriz y el de su matriz traspuesta coinciden: $\det(A^t) = \det(A)$ ()
- e) Si dos filas son distintas, el determinante es igual a cero ()

Marque con un círculo la opción que creas correcta.

13.- El producto de dos matrices se puede definir sólo si:

- a) El número de columnas de la matriz izquierda es el mismo que el número de filas de la matriz derecha.
- b) Sus determinantes son iguales.
- c) Sus determinantes son distintos.
- c) Todas las anteriores.

14.- Halle el producto de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -5 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

15.- Halle la inversa de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

16.- Calcular el determinante de la siguiente matriz por el método de los cofactores:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

17.- Calcule el determinante de la matriz anterior utilizando la regla de Sarrus.

18.- Menciona el software utilizado para halla la inversa de una matriz y su determinante: _____

Marque con un círculo la opción que creas correcta

19.- El software wxMaxima se puede utilizar para:

- a) Calcular la inversa de una matriz y su determinante.
- b) Resolver sistemas de ecuaciones.
- c) Resolver polinomios.
- d) Todas las anteriores.

20.- ¿Cuál del siguiente software se puede utilizar para calcular la inversa de una matriz?:

- a) Wiris.
- b) Xpmatemático.
- c) Calculus123.
- c) Ninguno de los anteriores.

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN.

CUETIONARIO DIRIGIDO AL ESTUDIANTE
(Cuestionario para medir la variable Aprendizaje de Matrices y la Dimensión
Conocimiento actitudinal)

DIMENSION: Conocimiento Actitudinal			
Indicador: Disposición para trabajar en forma grupal	ALTERNATIVAS		
	S	AV	N
Asumes disposición para trabajar en forma grupal			
Indicador: Valoración del Trabajo en Equipo			
Valoras el trabajo en equipo			

S = Siempre (3); AV = Algunas veces (2) y N = Nunca (1)

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN.

CÁLCULO DE LA MUESTRA

Cálculo de la muestra

n = Tamaño de la muestra

N = 680 (Población)

Z² = 95.5% → 2 (Nivel de confianza)

P = 50% → 0.5 (Probabilidad de éxito)

q = 50% → 0.5 (Probabilidad de error)

e² = 10% → 0.1 (Margen de error)

$$n = \frac{z^2 N p q}{e^2 (N - 1) + z^2 p q}$$

$$n = \frac{(2)^2 (680)(0.5)(0.5)}{(0.1)^2 (680 - 1) + (2)^2 (0.5)(0.5)} = 87 \text{ sujetos}$$

Por lo tanto, de acuerdo con los resultados obtenidos, la muestra quedó constituida por 87 estudiantes del total de la población.

Estratificado de la muestra

$$n_i = n \left(\frac{N_i}{N} \right)$$

Donde:

n_i = muestra por extracto

N_i = tamaño del estrato de la población

n = Tamaño por sección

N = Población

Sustituyendo los valores en la fórmula tenemos:

$$n_i = 40 \left(\frac{87}{680} \right) = 5$$

La distribución de la muestra final para la aplicación del instrumento, se encuentra reflejada en el cuadro 5.

CÁLCULO DE LA CONFIABILIDAD DE LOS INSTRUMENTOS

CÁLCULO DE LA CONFIABILIDAD DE LOS INSTRUMENTOS

Fórmula: $\alpha = \left(\frac{K}{K-1} \right) \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{s_t^2} \right]$

Donde:

K = Numero de ítems

$\sum S_i^2$ = Sumatorias de las varianzas de los ítems

s_t^2 = Varianza de los puntajes totales

α = Coeficiente de Alpha Cronbach

Sustituyendo:

$$K = 45$$

$$\sum S_i^2 = 81$$

$$s_t^2 = 1501$$

$$\alpha = \left(\frac{45}{45-1} \right) \left[1 - \frac{81}{1501} \right] = 0,96$$

INSTRUMENTOS DE VALIDACION PARA LOS EXPERTOS

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DEL ZULIA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS PARA GRADUADOS
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
PROGRAMA: MAESTRÍA EN MATEMÁTICA. MENCIÓN DOCENCIA



ESTRATEGIAS DEL DOCENTE Y APRENDIZAJE DE MATRICES

Maestrante:
Lcdo. Estivenzon Lázaro
C.I.18.615.397

Tutora:
Dra. Mercedes Delgado
C.I. 10.410.162

Maracaibo, marzo del 2017

Estimado profesor:

Me dirijo a Usted en esta oportunidad con la finalidad de agradecerle la valiosa colaboración, que pueda prestarme en la revisión del instrumento diseñado para recabar la información necesaria para realizar la investigación que lleva por Título “ESTRATEGIAS DEL DOCENTE Y APRENDIZAJE DE MATRICES”. El cual es el trabajo de grado para optar al título de Magister Scientiarum en Matemática Mención Docencia; esta solicitud se hace debido a su amplia trayectoria en investigaciones educativas.

Su selección como juez experto se fundamenta en su experiencia y conocimientos relacionados con el tema de investigación, donde su colaboración representa un aporte valioso y significativo para el desarrollo de esta investigación.

Los parámetros a tomar en cuenta serán:

- ❖ Pertinencia de los ítems con los objetivos.
- ❖ Pertinencia de los ítems con la variable.
- ❖ Pertinencia de los ítems con los indicadores.
- ❖ Redacción y ortografía.

Agradeciendo de antemano su valiosa colaboración, se despide de usted.

Atentamente:

Lcdo. Estivenzon Lázaro
C.I. 18.615.397

IDENTIFICACIÓN DEL EXPERTO

1.- DATOS DEL EXPERTO:

Nombres y Apellidos: _____

Título de Pre-grado: _____

Título de Post-grado: _____

Institución donde trabaja: _____

Cargo que desempeña: _____

Antigüedad en el cargo: _____ Fecha de revisión: _____

IDENTIFICACIÓN DEL POYECTO

2.- TITULO DE LA INVESTIGACIÓN

“ESTRATEGIAS DEL DOCENTE Y APRENDIZAJE DE MATRICES”

3.- OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

3.1.- Objetivo General:

Analizar la relación entre estrategias del docente y aprendizaje de matrices en la U.E “Liceo Eduardo Mathias Lossada”.

3.2.- Objetivos Específicos:

- 1.- Describir las estrategias aplicadas por el docente durante el proceso de enseñanza de matrices en la U.E “Liceo Eduardo Mathias Lossada”.
- 2.- Identificar los niveles de aprendizaje del conocimiento conceptual, procedimental y actitudinal que alcanzaron los alumnos sobre matrices.
- 3.- Estimar la relación entre las estrategias del docente y aprendizaje de matrices.

6.- JUICIO DEL EXPERTO SOBRE EL INSTRUMENTO

1.- ¿Considera Usted que los ítems miden o interpretan los objetivos de la Investigación?

Suficiente: _____

Medianamente suficiente: _____

Insuficiente: _____

Observaciones:

2.- ¿Considera Usted que los ítems miden la variable en estudio?

Suficiente: _____

Medianamente suficiente: _____

Insuficiente: _____

Observaciones:

3.- ¿Considera Usted que los ítems miden los indicadores de la variable?

Suficiente: _____

Medianamente suficiente: _____

Insuficiente: _____

Observaciones:

4.- ¿Considera usted Valido el Instrumento para su aplicación?

Suficiente: _____

Medianamente suficiente: _____

Insuficiente: _____

Observaciones: _____

VALIDACION DEL INSTRUMENTO

Yo, Victor S. Riveros V. C.I. 5039390, con título en: Lcdo en Educación Mención Cs. Matemáticas hago constar que he leído y realizado las respectiva observaciones de cada uno de los instrumentos de investigación realizado por el Lcdo. Estivenzon Lázaro; cursante de la maestría: Matemática, Mención Docencia, para indagar sobre el proyecto de investigación denominado, "Estrategias del docente y Aprendizaje de matrices". En tal sentido considero que los mismos son: Aprobados Reprobados

En Maracaibo, a los 28 de Julio de 2016



Firma

C.I.

5039390

VALIDACION DEL INSTRUMENTO

Yo, Claudio Hurtado C.I. 7520438, con título en:
Lic. En Edu. Mención Matemática hago constar que he
leído y realizado las respectivas observaciones de cada uno de los instrumentos de
investigación realizado por el Lcdo. Estivenzon Lázaro; cursante de la maestría:
Matemática, Mención Docencia, para indagar sobre el proyecto de investigación
denominado, "Estrategias del docente y Aprendizaje de matrices". En tal sentido
considero que los mismos son: Aprobados Reprobados

En Maracaibo, a los 29 de Julio de 2016



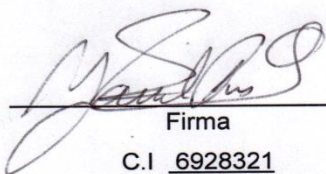
Firma

C.I. 7520438

VALIDACION DEL INSTRUMENTO

Yo, Yaneth Ríos García C.I 6928321, con título en: Doctora en Ciencias Humanas hago constar que he leído y realizado las respectiva observaciones de cada uno de los instrumentos de investigación realizado por el Lcdo. Estivenzon Lázaro; cursante de la maestría: Matemática, Mención Docencia, para indagar sobre el proyecto de investigación denominado, "Estrategias del docente y Aprendizaje de matrices". En tal sentido considero que los mismos son: Aprobados x
Reprobados

En Maracaibo, a los 22 días del mes de agosto de 2016



Firma

C.I 6928321

Yaneth Ríos García

ANÁLISIS ESTADÍSTICOS DE LOS CUESTIONARIOS

RESULTADOS DEL CUESTIONARIO DIRIGIDO A LOS DOCENTES

Presenta a los alumnos los objetivos que se van a desarrollar durante el tema de matrices

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Siempre	6	100,0	100,0	100,0

Los objetivos presentados despiertan en los estudiantes la curiosidad de lo que han de aprender sobre matrices

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	5	83,3	83,3	83,3
Siempre	1	16,7	16,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Comprenden los alumnos los objetivos que deseas desarrollar durante una clase

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	2	33,3	33,3	33,3
Siempre	4	66,7	66,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Cuando inicia las clases, utilizas la discusión guiada para activar en los estudiantes los conocimientos que puedan tener sobre el tema a tratar

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Siempre	6	100,0	100,0	100,0

Trata de atraer la atención del estudiante con el propósito de activar los conocimientos previos, creando una situación motivacional

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	1	16,7	16,7	16,7
Siempre	5	83,3	83,3	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Al momento de iniciar sus clases, expone con claridad las actividades de aprendizaje y los resultados que se pretenden alcanzar con la misma

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	2	33,3	33,3	33,3
Siempre	4	66,7	66,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Cuando inicias las clases, usa la lluvia de ideas para activar en los estudiantes los conocimientos que puedan tener sobre el tema a tratar

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	1	16,7	16,7	16,7
Siempre	5	83,3	83,3	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Planifica el contenido y lo desarrollas a través de la técnica lluvia de ideas

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Nuca	1	16,7	16,7	16,7
Alguna veces	4	66,7	66,7	83,3
Siempre	1	16,7	16,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Al presentar cualquier definición hace participe al estudiante a través de la técnica lluvia de ideas

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	3	50,0	50,0	50,0
Siempre	3	50,0	50,0	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Utiliza pintura para ilustrar información concerniente a las matrices, en el momento que estas desarrollando su clase

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Nuca	3	50,0	50,0	50,0
Siempre	3	50,0	50,0	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Como estrategia muestra dibujos relacionados con las matrices para el desarrollo de algunas clases

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Nuca	3	50,0	50,0	50,0
Alguna veces	1	16,7	16,7	66,7
Siempre	2	33,3	33,3	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Cuando escribes en la pizarra, resaltas las ideas principales con letras grandes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	4	66,7	66,7	66,7
Siempre	2	33,3	33,3	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Retomas la clase anterior para recordar datos necesarios que permitan comprender el tema

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Siempre	6	100,0	100,0	100,0

Realiza actividades que ayudan a comparar el tema que estas explicando con otros similares

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	2	33,3	33,3	33,3
Siempre	4	66,7	66,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Fomenta en sus alumnos el razonamiento de ideas y conceptos a través de la comparación con otros temas

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	3	50,0	50,0	50,0
Siempre	3	50,0	50,0	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Establece relación de conceptos con apoyo de mapas conceptuales

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Nuca	2	33,3	33,3	33,3
Alguna veces	2	33,3	33,3	66,7
Siempre	2	33,3	33,3	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Clasifica conceptos desde los mas generales a los mas específicos

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	2	33,3	33,3	33,3
Siempre	4	66,7	66,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Emplea mapas conceptuales para explicar los contenidos de matrices

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Nuca	2	33,3	33,3	33,3
Alguna veces	4	66,7	66,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Cuando explica algún tema, marca las palabras claves para que los estudiantes asimilen el concepto que estas definiendo

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	3	50,0	50,0	50,0
Siempre	3	50,0	50,0	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Cuando resuelves un problema, señalas los pasos a seguir para la solución del mismo

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	1	16,7	16,7	16,7
Siempre	5	83,3	83,3	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Antes de iniciar un nuevo contenido, señala con anticipación todo el contenido a desarrollar

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	2	33,3	33,3	33,3
Siempre	4	66,7	66,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Al resolver un problema realizas conjeturas

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	2	33,3	33,3	33,3
Siempre	4	66,7	66,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Usted como docente, al momento de resolver problemas establece relaciones entre los diferentes elementos del mismo

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	2	33,3	33,3	33,3
Siempre	4	66,7	66,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Durante sus clases, formula hipótesis al momento de resolver un problema

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	2	33,3	33,3	33,3
Siempre	4	66,7	66,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Al resolver un problema, demuestra a los estudiantes destreza para proponer diferente soluciones

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	1	16,7	16,7	16,7
Siempre	5	83,3	83,3	100,0
Total	6	100,0	100,0	

**Al resolver un problema, demuestra a los estudiantes habilidad para
comprobar hipótesis**

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	2	33,3	33,3	33,3
Siempre	4	66,7	66,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

**Cuando resuelves un problema predice fenómenos y los llevas a la
modelación**

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Nuca	1	16,7	16,7	16,7
Alguna veces	4	66,7	66,7	83,3
Siempre	1	16,7	16,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

**Al momento de exponer los resultados a los problemas realizados,
formulas conclusiones**

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	1	16,7	16,7	16,7
Siempre	5	83,3	83,3	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Cuando resuelves un problema, reflexiona sobre los resultados obtenidos

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	2	33,3	33,3	33,3
Siempre	4	66,7	66,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Al resolver un problema, comparas modelos teóricos y situaciones reales

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	3	50,0	50,0	50,0
Siempre	3	50,0	50,0	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Para presentar la solución de un problema, presentas alternativas diferentes para tratar de comprender el enunciado

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	1	16,7	16,7	16,7
Siempre	5	83,3	83,3	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Propicia que los estudiantes sean capaces de comparar criterios aprendidos previamente con los obtenidos en clase

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	3	50,0	50,0	50,0
Siempre	3	50,0	50,0	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Permite que los contenidos aprendidos sobre un tema específico, los estudiantes los apliquen en clase

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	3	50,0	50,0	50,0
Siempre	3	50,0	50,0	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Las actividades propuestas desarrollan en el estudiante habilidades y destrezas en la comprensión de conceptos

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	1	16,7	16,7	16,7
Siempre	5	83,3	83,3	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Las actividades propuestas permiten en el estudiante mejorar la comprensión del lenguaje

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	2	33,3	33,3	33,3
Siempre	4	66,7	66,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Las actividades propuestas desarrollan en el estudiante habilidades y destrezas en la selección de respuestas rápidas

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	1	16,7	16,7	16,7
Siempre	5	83,3	83,3	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Al presentar una definición lo haces de manera conceptual

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	1	16,7	16,7	16,7
Siempre	5	83,3	83,3	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Cuando presentas una definición, lo hace utilizando la ejemplificación

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	2	33,3	33,3	33,3
Siempre	4	66,7	66,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Al momento de la clase, efectúa comparaciones con situaciones reales

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Siempre	6	100,0	100,0	100,0

Al presentar un contenido cualquiera de matrices, hace que el estudiante logre codificar la información vista

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	3	50,0	50,0	50,0
Siempre	3	50,0	50,0	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Cuando presentas un contenido de matrices; busca que el estudiante pueda vincularlo con informaciones provenientes de distintas áreas

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	4	66,7	66,7	66,7
Siempre	2	33,3	33,3	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Durante sus clases, dicta pautas a los estudiantes que le ayude a construir esquemas mentales que organicen y expliquen la información que se esta procesando

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	6	100,0	100,0	100,0

Al momento de manejar el contenido de matrices, permites mantener la motivación del estudiante

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	2	33,3	33,3	33,3
Siempre	4	66,7	66,7	100,0
Total	6	100,0	100,0	

En sus clases, construyes esquemas mentales que permitan enfocar la atención del estudiante

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Alguna veces	4	66,7	66,7	66,7
Siempre	2	33,3	33,3	100,0
Total	6	100,0	100,0	

Manejas el tiempo de manera efectiva en beneficio de los estudiantes.

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Siempre	6	100,0	100,0	100,0

RESULTADO DEL CUESTIONARIO TIPO PRUEBA DIRIGIDO A LOS ESTUDIANTES

Define los siguientes conceptos, Matriz y Matriz cuadrada

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Inadecuado	28	32,9	32,9	32,9
	Medianamente adecuado	24	28,2	28,2	61,2
	Adecuado	33	38,8	38,8	100,0
	Total	85	100,0	100,0	

Tipos de matrices

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Inadecuado	25	29,4	29,4	29,4
	Medianamente adecuado	14	16,5	16,5	45,9
	Adecuado	46	54,1	54,1	100,0
	Total	85	100,0	100,0	

El orden de una matriz viene representado por:

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Inadecuado	11	12,9	12,9	12,9
	Medianamente adecuado	4	4,7	4,7	17,6
	Adecuado	70	82,4	82,4	100,0
	Total	85	100,0	100,0	

¿Cual de las siguientes opciones representa una operación con matrices

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Inadecuado	26	30,6	30,6	30,6
	Medianamente adecuado	4	4,7	4,7	35,3
	Adecuado	55	64,7	64,7	100,0
	Total	85	100,0	100,0	

Dadas las matrices A y B. Hallar A + B

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Inadecuado	32	37,6	37,6	37,6
	Medianamente adecuado	3	3,5	3,5	41,2
	Adecuado	50	58,8	58,8	100,0
	Total	85	100,0	100,0	

Dada la matriz A. Calcular 3A

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Inadecuado	39	45,9	45,9	45,9
	Medianamente adecuado	1	1,2	1,2	47,1
	Adecuado	45	52,9	52,9	100,0
	Total	85	100,0	100,0	

¿Cual de las siguientes opciones representan las propiedades de la suma de matrices?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Inadecuado	51	60,0	60,0	60,0
	Medianamente adecuado	4	4,7	4,7	64,7
	Adecuado	30	35,3	35,3	100,0
	Total	85	100,0	100,0	

¿Cual de las opciones representa una propiedad de la multiplicación de un escalar por una matrices?

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Inadecuado	54	63,5	63,5	63,5
	Medianamente adecuado	5	5,9	5,9	69,4
	Adecuado	26	30,6	30,6	100,0
	Total	85	100,0	100,0	

El rango de una matriz A de orden mxn es:

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Inadecuado	65	76,5	76,5	76,5
	Medianamente adecuado	3	3,5	3,5	80,0
	Adecuado	17	20,0	20,0	100,0
	Total	85	100,0	100,0	

La inversa de una matriz si existe es:

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Inadecuado	44	51,8	51,8	51,8
	Medianamente adecuado	4	4,7	4,7	56,5
	Adecuado	37	43,5	43,5	100,0
	Total	85	100,0	100,0	

Una matriz tiene inversa si:

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Inadecuado	77	90,6	90,6	90,6
	Medianamente adecuado	3	3,5	3,5	94,1
	Adecuado	5	5,9	5,9	100,0
	Total	85	100,0	100,0	

Marque con una "v" la respuesta que considere verdadera o con "f" la respuesta que considere falsa según sea el caso

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Inadecuado	57	67,1	67,1	67,1
	Medianamente adecuado	23	27,1	27,1	94,1
	Adecuado	5	5,9	5,9	100,0
	Total	85	100,0	100,0	

El producto de dos matrices se puede definir solo si:

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Inadecuado	55	64,7	64,7	64,7
Adecuado	30	35,3	35,3	100,0
Total	85	100,0	100,0	

Halle el producto de las siguientes matrices A y B

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Inadecuado	82	96,5	96,5	96,5
Medianamente adecuado	1	1,2	1,2	97,6
Adecuado	2	2,4	2,4	100,0
Total	85	100,0	100,0	

Halle la inversa de la siguiente matriz A

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Inadecuado	85	100,0	100,0	100,0

Calcule el determinante de la siguiente matriz A por el método de los cofactores

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Inadecuado	85	100,0	100,0	100,0

Calcule el determinante de la matriz A utilizando la Regla de Sarrus

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Inadecuado	85	100,0	100,0	100,0

Menciona los softwares utilizados para hallar la inversa de una matriz y su determinante

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Inadecuado	85	100,0	100,0	100,0

El software wxMaxima se puede utilizar:

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Inadecuado	82	96,5	96,5	96,5
Adecuado	3	3,5	3,5	100,0
Total	85	100,0	100,0	

¿Cual del siguiente software se puede utilizar para calcular la inversa de una matriz?

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Inadecuado	79	92,9	92,9	92,9
Adecuado	6	7,1	7,1	100,0
Total	85	100,0	100,0	

Asumes disposición para trabajar en forma grupal

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Algunas veces	30	32,1	32,1	32,1
siempre	55	67,9	67,9	100,0
Total	85	100,0	100,0	

Valoras el trabajo en equipo

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos Algunas veces	25	28,2	28,2	28,2
siempre	75	71,8	71,8	100,0
Total	85	100,0	100,0	

RESULTADO DE LA MEDIANA A LOS CUESTIONARIOS DIRIGIDOS AL DOCENTE

Estadísticos

		Presenta a los alumnos los objetivos que se van a desarrollar durante el tema de matrices	Los objetivos presentados despiertan en los estudiantes la curiosidad de lo que han de aprender sobre matrices	Comprenden los alumnos los objetivos que deseas desarrollar durante una clase	Cuando inicia las clases, utilizas la discusión guiada para activar en los estudiantes los conocimientos que puedan tener sobre el tema a tratar
N	Válidos	6	6	6	6
	Perdidos	0	0	0	0
Mediana		3,00	2,00	3,00	3,00

Estadísticos

		Trata de atraer la atención del estudiante con el propósito de activar los conocimientos previos, creando una situación motivacional	Al momento de iniciar sus clases, expone con claridad las actividades de aprendizaje y los resultados que se pretenden alcanzar con la misma	Cuando inicias las clases, usa la lluvia de ideas para activar en los estudiantes los conocimientos que puedan tener sobre el tema a tratar	Planifica el contenido y lo desarrollas a través de la técnica lluvia de ideas
N	Válidos	6	6	6	6
	Perdidos	0	0	0	0
Mediana		3,00	3,00	3,00	2,00

Estadísticos

		Al presentar cualquier definición hace participe al estudiante a través de la técnica lluvia de ideas	Utiliza colores para ilustrar información concerniente a las matrices, en el momento que estas desarrollando su clase	Como estrategia muestra dibujos relacionados con las matrices para el desarrollo de algunas clases
N	Válidos	6	6	6
	Perdidos	0	0	0
Mediana		2,50	2,00	1,50

Estadísticos

		Retomas la clase anterior para recordar datos necesarios que permitan comprender el tema	Realiza actividades que ayudan a comparar el tema que estas explicando con otros similares	Fomenta en sus alumnos el razonamiento de ideas y conceptos a través de la comparación con otros temas	Establece relación de conceptos con apoyo de mapas conceptuales
N	Válidos	6	6	6	6
	Perdidos	0	0	0	0
Mediana		2,00	3,00	3,00	2,50

Estadísticos

		Clasifica conceptos desde los mas generales a los mas especificos	Emplea mapas conceptuales para explicar los contenidos de matrices	Cuando explica algún tema, marca las palabras claves para que los estudiantes asimilen el concepto que estas definiendo	Cuando resuelves un problema, señalas los pasos a seguir para la solución del mismo	Antes de iniciar un nuevo contenido, señala con anticipación todo el contenido a desarrollar	Al resolver un problema realizas conjeturas
N	Válidos	6	6	6	6	6	6
	Perdidos	0	0	0	0	0	0
Mediana		3,00	2,00	2,50	3,00	3,00	3,00

Estadísticos

		Usted como docente, al momento de resolver problemas estableces relaciones entre los diferentes elementos del mismo	Durante sus clases, formula hipótesis al momento de resolver un problema	Al resolver un problema, demuestra a los estudiantes destreza para proponer diferente soluciones
N	Válidos	6	6	6
	Perdidos	0	0	0
Mediana		3,00	3,00	3,00

Estadísticos

		Al resolver un problema, demuestra a los estudiantes habilidad para comprobar hipótesis	Cuando resuelves un problema predice fenómenos y los llevas a la modelación	Al momento de exponer los resultados a los problemas realizados, formulas conclusiones	Cuando resuelves un problema reflexiona sobre los resultados obtenidos	Al resolver un problema, comparas modelos teóricos y situaciones reales	Para presentar la solución de un problema, presentas alternativas diferentes para tratar de comprender el enunciado
N	Válidos	6	6	6	6	6	6
	Perdidos	0	0	0	0	0	0
	Mediana	3,00	2,00	3,00	3,00	2,50	3,00

Estadísticos

		Propicia que los estudiantes sean capaces de comparar criterios aprendidos previamente con los obtenidos en clase	Permite que los contenidos aprendidos sobre un tema específico, los estudiantes los apliquen en clase	Las actividades propuestas desarrollan en el estudiante habilidades y destrezas en la comprensión de conceptos	Las actividades propuestas permiten en el estudiante mejorar la comprensión del lenguaje	Las actividades propuestas desarrollan en el estudiante habilidades y destrezas en la selección de respuestas rápidas
N	Válidos	6	6	6	6	6
	Perdidos	0	0	0	0	0
	Mediana	2,50	2,50	3,00	3,00	3,00

Estadísticos

		Al presentar una definición lo haces de manera conceptual	Cuando presentas una definición, lo haces utilizando la ejemplificación	Al momento de la clase, efectúa comparaciones con situaciones reales
N	Válidos	6	6	6
	Perdidos	0	0	0
	Mediana	3,00	3,00	3,00

		Al presentar un contenido cualquiera de matrices, hace que el estudiante logre codificar la información vista	Cuando presentas un contenido de matrices; busca que el estudiante pueda vincularlo con informaciones provenientes de distintas áreas	Durante sus clases, dicta pautas a los estudiantes que le ayude a construir esquemas mentales que organicen y expliquen la información que se esta procesando	Al momento de manejar el contenido de matrices, permites mantener la motivación del estudiante	En sus clases, construyes esquemas mentales que permitan enfocar la atención del estudiante	Manejas el tiempo de manera efectiva en beneficio de los estudiantes.
N	Válidos	6	6	6	6	6	6
	Perdidos	0	0	0	0	0	0
	Mediana	2,50	2,00	2,00	3,00	2,00	3,00

RESULTADO DE LA MEDIANA A LOS CUESTIONARIOS DIRIGIDOS AL ESTUDIANTE

Estadísticos

		Define los siguientes conceptos, Matriz y Matriz cuadrada	Tipos de matrices	El orden de una matriz viene representado por:	¿Cual de las siguientes opciones representa una operación con matrices
N	Válidos	85	85	85	85
	Perdidos	0	0	0	0
	Mediana	2,00	3,00	3,00	3,00

Estadísticos

		Dadas las matrices A y B. Hallar A + B	Dada la matriz A. Calcular 3A	¿Cual de las siguientes opciones representan las propiedades de la suma de matrices?	¿Cual de las opciones representa una propiedad de la multiplicación de un escalar por una matrices?
N	Válidos	85	85	85	85
	Perdidos	0	0	0	0
	Mediana	3,00	3,00	1,00	1,00

Estadísticos

		El rango de una matriz A de orden mxn es:	La inversa de una matriz si existe es:	Una matriz tiene inversa si:	Marque con una "v" la repuesta que considere verdadera o con "f" la repuesta que considere falsa según sea el caso
N	Válidos	85	85	85	85
	Perdidos	0	0	0	0
	Mediana	1,00	1,00	1,00	1,00

Estadísticos

		El producto de dos matrices se puede definir solo si:	Halle el producto de las siguientes matrices A y B
N	Válidos	85	85
	Perdidos	0	0
Mediana		1,00	1,00

Estadísticos

		Halle la inversa de la siguiente matriz A	Calcule el determinante de la siguiente matriz A por el método de los cofactores	Calcule el determinante de la matriz A utilizando la Regla de Sarrus
N	Válidos	85	85	85
	Perdidos	0	0	0
Mediana		1,00	1,00	1,00

Estadísticos

		Menciona los softwares utilizados para hallar la inversa de una matriz y su determinante	El software wxMaxima se puede utilizar:	¿Cual del siguiente software se puede utilizar para calcular la inversa de una matriz?
N	Válidos	85	85	85
	Perdidos	0	0	0
Mediana		1,00	1,00	1,00