



UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

CAMPUS DE CURITIBA

DEPARTAMENTO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

E DE MATERIAIS - PPGEM

CÉSAR DANIEL PEREA MEDINA

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO
BIFÁSICO LÍQUIDO-GÁS EM GOLFADAS COM
TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM DUTOS
HORIZONTAIS**

CURITIBA

OUTUBRO - 2011

CÉSAR DANIEL PEREA MEDINA

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO
LÍQUIDO-GAS EM GOLFADAS COM
TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM DUTOS
HORIZONTAIS**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Área de Concentração em Engenharia Térmica, do Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação, do Campus de Curitiba, da UTFPR.

Orientador: Prof. Rigoberto E. M. Morales, Dr.

Co-orientador: Prof. Silvio L. M. Junqueira, Dr.

CURITIBA

OUTUBRO – 2011

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

P434 Perea Medina, César Daniel
Simulação numérica do escoamento líquido-gás em golfadas com transferência de calor em dutos horizontais / César Daniel Perea Medina.— 2011.
xviii, 161 f. : il. ; 30 cm

Orientador: Rigoberto Eleazar Melgarejo Morales.

Coorientador: Silvio Luiz de Mello Junqueira.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Curitiba, 2011.

Bibliografia: f. 143-147.

1. Escoamento bifásico. 2. Calor – Transferência. 3. Gás – Escoamento. 4. Escoamento em golfadas. 5. Modelos matemáticos. 6. Engenharia mecânica – Dissertações. I. Morales, Rigoberto Eleazar Melgarejo, orient. II. Junqueira, Silvio Luiz de Mello, coorient. III. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais. IV. Título.

CDD (22. ed.) 620.1

Biblioteca Central da UTFPR, Campus Curitiba

TERMO DE APROVAÇÃO

CÉSAR DANIEL PEREA MEDINA

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO BIFÁSICO LÍQUIDO-GÁS EM GOLFADAS COM TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM DUTOS HORIZONTAIS

Esta Dissertação foi julgada para a obtenção do título de mestre em engenharia, área de concentração em engenharia térmica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais.

Prof. Giuseppe Pintaúde, Dr.
Coordenador de Curso

Banca Examinadora

Prof. Rigoberto E. M. Morales, Dr.
PPGEM / UTFPR - Orientador

Prof. Angela Ourivio Nieckele, Ph. D.
CTC – DEM / PUC-Rio

Ricardo Marques de Toledo Camargo, Dr.
UO-RIO / ENGP / EE-PETROBRAS

Prof. Cezar O. R. Negrão, Ph. D.
PPGEM / UTFPR

Curitiba, 20 de outubro de 2011

*Dedico este trabalho à minha querida filha
Noemí Anabel.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelas oportunidades que me foram dadas na vida.

Ao Professor Rigoberto, meu orientador, que acreditou em mim e me abriu caminhos nunca antes pensados. Agradeço os bons momentos de discussão, além do estímulo, confiança e dedicação com que orientou este trabalho.

Aos colegas de mestrado pela amizade e valiosas sugestões, em especial aos colegas Alex, Fredy e Luis, que também passaram pelo que eu passei: ficar longe da família em busca de um ideal.

A todos os meus familiares. Em especial aos meus pais Juana e César pela compreensão e por ser meu exemplo a seguir como profissional. Também aos meus avós, Luz e Oswaldo, pelo carinho incondicional.

À Nathaly, por seu apoio constante e seu carinho que me deram força e coragem nos momentos mais difíceis. Obrigado por estar sempre comigo apesar da distância.

Aos professores do PPGEM, em especial ao meu co-orientador o professor Silvio, pelos conhecimentos transmitidos que são a base desta dissertação e da minha formação profissional.

Aos membros do Laboratório de Ciências Térmicas, em especial à Cristiane, Paulo, Fernando e Víctor pela amizade e por proporcionar um ambiente de trabalho agradável.

À Capes e à Petrobras pelo apoio financeiro e incentivo à pesquisa.

*“Só os que sonham ousam, só os
que ousam vencem.”*

(Lynda Trent)

PEREA MEDINA, César Daniel, **Simulação numérica do escoamento bifásico líquido-gás em golfadas com transferência de calor em dutos horizontais**, 2011, Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 159p.

RESUMO

Problemas de escoamento bifásico com transferência de calor são encontrados com frequência nas diversas áreas da engenharia. Nesse cenário, o presente trabalho propõe estudar a transferência de calor sem mudança de fase em um dos padrões de maior ocorrência no escoamento bifásico líquido-gás: o escoamento em golfadas. O escoamento em golfadas está caracterizado pela sucessão alternada de uma bolha alongada e um pistão líquido aerado. A abordagem será realizada através de um modelo de seguimento de pistões, que está caracterizado por utilizar a formulação integral das equações de balanço em regime transitório para um volume de controle móvel. O modelo unidimensional, lagrangeano permite observar a evolução dos parâmetros em cada bolha ao longo do tempo. Assim, é possível monitorar fenômenos como as flutuações de pressão e temperatura. As equações governantes serão encontradas através de balanços de massa, quantidade de movimento e energia, a fim de analisar o problema em termos de velocidade, pressão e temperatura. Como resultado, dois sistemas de equações lineares são obtidos: um sistema pressão-velocidade e um sistema de temperaturas, os quais interagem nos termos de compressibilidade do gás e nas propriedades dos fluidos, que variam com a temperatura. Assim, a solução dos dois sistemas permite avaliar a interação entre os parâmetros térmicos e hidrodinâmicos. As variáveis são monitoradas através de sondas eulerianas e lagrangeanas ao longo do duto. Finalmente, o modelo é validado com dados e correlações obtidos da literatura, mostrando uma boa concordância.

Palavras-chave: Escoamento bifásico, modelo de seguimento de pistões, transferência de calor.

PEREA MEDINA, César Daniel, **Numerical Simulation of two-phase liquid-gas slug flow with heat transfer in horizontal ducts**, 2011, Dissertation (Master in engineering) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 159p.

ABSTRACT

Many industrial applications require the calculation of heat transfer in gas-liquid two-phase flows. With such objective in mind, the present work aims at studying non-boiling heat transfer in one of the most common two-phase flow patterns: slug flow. This type of flow is characterized by the intermittent succession of two structures: an aerated slug and an elongated bubble. In this work, a slug tracking model based on the integral form of the balance equations in unsteady conditions for a moving control volume will be used to describe the phenomenon. This one-dimensional lagrangian model allows one to keep track of the evolution of each slug and bubble over time, thus making it possible to monitor pressure and temperature fluctuations. In order to analyze the problem in terms of the fluid velocities, pressures and temperatures, a set of governing equations based on mass, momentum and energy balances was developed. The discretization of the aforementioned equations yields two linear systems: a pressure-velocity system and a temperature one, which act on the calculation of the gas compressibility terms and on the temperature-dependent fluid properties. The interaction between the hydrodynamic and thermal parameters is obtained through the solution of these two systems. Eulerian and lagrangian probes are used to monitor the problem variables. Finally, good agreement between the literature data and the proposed model was found.

Keywords: two-phase flow, slug tracking, heat transfer.

SUMÁRIO

RESUMO.....	vi
ABSTRACT	vii
LISTA DE FIGURAS	xi
LISTA DE TABELAS	xiv
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	xv
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xvi
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Objetivos.....	5
1.2 Justificativa	6
1.3 Estrutura do trabalho.....	7
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
2.1 Conceitos básicos sobre escoamento em golfadas.....	9
2.2 Revisão dos modelos existentes para escoamento em golfadas	11
2.2.1 Modelos estacionários.....	11
2.2.2 Modelos transientes	13
2.3 Revisão de trabalhos sobre escoamento bifásico com transferência de calor	15
2.4 Definições básicas.....	20
2.4.1 Relações geométricas.....	20
2.4.2 Relações cinemáticas.....	22
2.4.3 Relações termodinâmicas	24
2.4.4 Relações de transferência de calor.....	27
2.5 Equações constitutivas.....	31
2.5.1 Velocidade de translação da bolha alongada	31
2.5.2 Velocidade de translação das bolhas dispersas	32
2.5.3 Fração de líquido no pistão	33
2.5.4 Tensão de cisalhamento e fator de atrito	34
2.6 Comentários finais.....	35
3 MODELAGEM MATEMÁTICA	37
3.1 Considerações gerais sobre a modelagem matemática	37
3.2 Balanço de massa.....	41
3.2.1 Balanço de massa de líquido no pistão.....	42
3.2.2 Balanço de massa de gás no pistão	43
3.2.3 Balanço de massa de líquido no filme.....	44
3.2.4 Balanço de massa de gás na bolha alongada	45
3.2.5 Equações acopladas	46
3.3 Balanço de quantidade de movimento.....	47

3.3.1	Acoplamento de pressões	49
3.4	Balço de energia.....	52
3.4.1	Balço de energia do líquido no pistão	55
3.4.2	Balço de energia de líquido no filme	58
3.4.3	Balço de energia na bolha alongada de gás.....	59
3.4.4	Balço de energia na parede do duto	61
3.5	Equações auxiliares	62
3.5.1	Velocidade das superfícies de controle.....	63
3.5.2	Velocidade do filme líquido e da bolha alongada.....	63
3.5.3	Coalescência de bolhas	65
3.5.4	Coeficiente de transferência de calor global	66
3.5.5	Temperatura da mistura	68
3.5.6	Coeficiente de transferência de calor bifásico	70
3.6	Comentários finais.....	71
4	METODOLOGIA DE SOLUÇÃO	73
4.1	Discretização	73
4.1.1	Discretização das equações do sistema pressão-velocidade	74
4.1.2	Discretização da equação da conservação da energia	79
4.1.3	Discretização das equações auxiliares	84
4.2	Algoritmo de solução	85
4.2.1	Dados de entrada	86
4.2.2	Início da simulação.....	86
4.2.3	Desenvolvimento da simulação.....	87
4.2.4	Fim da simulação	89
4.3	Sondas virtuais	89
4.3.1	Sonda euleriana	89
4.3.2	Sonda lagrangeana	89
4.3.3	Sonda de fotografia	90
4.4	Considerações gerais da solução numérica	90
5	CONDIÇÕES INICIAIS, DE ENTRADA E DE SAÍDA	91
5.1	Condições iniciais.....	91
5.2	Modelo estacionário para geração da célula unitária na entrada	93
5.2.1	Dados hidrodinâmicos	94
5.2.2	Dados de transferência de calor	97
5.3	Processo de entrada de células unitárias no domínio de cálculo	99
5.4	Processo de saída de células unitárias.....	101
6	RESULTADOS	103
6.1	Validação do modelo.....	103
6.1.1	Validação com escoamento monofásico.....	104
6.1.2	Validação utilizando um modelo estacionário	106

6.1.3	Validação com dados experimentais.....	107
6.1.4	Validação com correlações da literatura	111
6.2	Simulações numéricas	114
6.2.1	Temperatura externa constante (TEC).....	116
6.2.2	Fluxo de calor constante na parede (FCC).....	125
6.3	Análise dos parâmetros influentes na transferência de calor	128
6.4	Influência da transferência de calor nos parâmetros hidrodinâmicos.....	132
7	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	136
7.1	Sugestões para trabalhos futuros	137
	PRODUÇÃO CIENTÍFICA NO PERÍODO 2009-2011	139
	REFERÊNCIAS	143
	APÊNDICE A – Correlações para o coeficiente de transferência de calor bifásico. 148	
A.1	Correlação de Kim e Ghajar (2006).....	148
A.2	Modelo Mecanicista de Camargo (1991).....	149
A.3	Outras correlações.....	151
	APÊNDICE B – Detalhes dos resultados	154
B.1	Dados de entrada para Lima (2009).....	154
B.2	Dados obtidos do modelo de célula unitária.....	155
B.3	Coefficientes de transferência de calor bifásicos obtidos.....	156
	ANEXO A – MODELO ESTACIONÁRIO PARA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO ESCOAMENTO EM GOLFADAS	157

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1 – Padrões de escoamento bifásico líquido-gás horizontal.	2
Figura 1-2 – Padrões de escoamento bifásico líquido-gás vertical	2
Figura 1-3 – Mudança de padrão de escoamento em um tubo evaporador horizontal.	4
Figura 1-4 – Transporte de petróleo nas profundidades marinhas.....	7
Figura 2-1 – Conceito de célula unitária.....	10
Figura 2-2 – Descrição das partes de célula unitária.	11
Figura 2-3 – Seção transversal da tubulação: a) bolha b) pistão.	21
Figura 3-1 – Geometria do problema em estudo.....	37
Figura 3-2 – Célula unitária j e configuração da pressão.	38
Figura 3-3 – Volumes e superfícies de controle para a j -ésima célula unitária.	40
Figura 3-4 – Volumes de controle no acoplamento de pressões.....	49
Figura 3-5 – Volume de controle para o modelo de Taitel e Barnea (1990).....	51
Figura 3-6 – Condições da transferência de calor na seção transversal.....	55
Figura 3-7 – Fluxos de calor na bolha-filme (a) e no pistão (b)	56
Figura 3-8 – Balanço de energia na parede do duto.	62
Figura 3-9 – Volume de controle para a velocidade do filme e da bolha.....	64
Figura 3-10 – Modelagem da coalescência de bolhas.	66
Figura 3-11 – Resistências térmicas na seção transversal do duto	67
Figura 4-1 – Algoritmo da simulação	88
Figura 5-1 – Representação gráfica da condição inicial na simulação.....	92
Figura 5-2 – Modelo de bolha de Taitel e Barnea (1990a).....	95
Figura 5-3 – Sequência de integração do modelo de bolha.....	97
Figura 5-4 – Temperaturas da célula unitária da entrada.....	98
Figura 5-5 – Processo de entrada de bolhas na tubulação.	100
Figura 5-6 – Processo de saída de bolhas da tubulação.	101
Figura 6-1 – Redução do modelo de seguimento de pistões para o caso monofásico. a) Temperatura externa constante; b) Fluxo de calor constante.....	105

Figura 6-2 – Temperatura ao longo do duto comparado com um modelo estacionário. a) e b) $j_L = 0,53$ e $j_G = 0,47$ m/s; c) e d) $j_L = 0,67$ e $j_G = 0,59$ m/s; a) e c) $h_0 = 500$ W/m ² K; b) e d) $h_0 = 1000$ W/m ² K.....	107
Figura 6-3 – Comparação para os resultados de temperaturas. a) Sonda euleriana; b) Sonda lagrangeana.....	109
Figura 6-4 – Validação com dados de temperatura. a) $j_L = 0,58$ $j_G = 0,8$ m/s; b) $j_L = 0,97$ $j_G = 0,68$ m/s; c) $j_L = 1,23$ $j_G = 0,37$ m/s; d) $j_L = 1,25$ $j_G = 0,30$ m/s.	110
Figura 6-5 – Comparação entre o coeficiente de transferência de calor experimental e o calculado no presente trabalho (<i>ST: Slug Tracking</i>).....	111
Figura 6-6 – Comparação do h_{TP} numérico com as correlações. a) Kim e Ghajar (2006); b) Camargo (1991); c) Shah (1981).	112
Figura 6-7 – Temperaturas médias da mistura e do gás ao longo do duto para os testes A@W#1 e 2 com temperatura externa constante.....	118
Figura 6-8 – Temperaturas médias do líquido e do gás ao longo do duto para os testes A@W#3 e 4 com temperatura externa constante.....	119
Figura 6-9 – Distribuição de temperaturas da mistura (a) e do gás (b) seguindo a bolha 120 ao longo do duto para A@W#1.	120
Figura 6-10 – Distribuição de temperaturas da mistura (a) e do gás (b) seguindo a bolha 120 ao longo do duto para A@W#3.	121
Figura 6-11 – Distribuição de temperaturas da mistura (a) e do gás (b) segundo a sonda de fotografia no instante $t = 70$ s para A@W#1.....	121
Figura 6-12 – Coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP} ao longo do duto para os testes A@W#1-2 com temperatura externa constante.....	123
Figura 6-13 – Coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP} ao longo do duto para os testes A@W#3-4 com temperatura externa constante.....	124
Figura 6-14 – Distribuição de temperaturas da mistura ao longo do duto para a condição de fluxo de calor constante.	126
Figura 6-15 – Coeficiente de transferência de calor bifásico ao longo do duto para os testes A@W1-2 com fluxo de calor constante.....	127
Figura 6-16 – Coeficiente de transferência de calor bifásico ao longo do duto para os testes A@W3-4 com fluxo de calor constante.....	128
Figura 6-17 – Relação entre o número de Reynolds do líquido (a) e do gás (b) com o coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP}	129

Figura 6-18 – Relação entre o número de Prandtl do líquido (a) e do gás (b) com o coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP}	130
Figura 6-19 – Relação entre a velocidade de mistura J (a) e a frequência $freq$ (b) com o coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP}	131
Figura 6-20 – Relação entre a relação de comprimentos L_B/L_U com o coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP}	131
Figura 6-21 – Influência da temperatura nos comprimentos L_B e L_S para diferentes velocidades superficiais.	134
Figura 6-22 – Influência da temperatura nas velocidades do pistão U_{LS} e de translação U_T para diferentes velocidades superficiais.	135

LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1 – Relações geométricas para escoamento horizontal.....	22
Tabela 2-2 – Expressões para o coeficiente de transferência de calor bifásico.....	30
Tabela 2-3 – Coeficientes para a velocidade de translação da bolha	32
Tabela 2-4 – Tensão de cisalhamento, diâmetro hidráulico e número de Reynolds. 35	
Tabela 5-1 – Expressões para o cálculo de temperatura de entrada nas paredes. ..	99
Tabela 6-1. Dados de entrada para a validação com dados de temperatura.....	108
Tabela 6-2 – Condições de simulação para a validação com dados experimentais.	110
Tabela 6-3 – Definição das condições de simulação para escoamento ar-água. ...	114
Tabela 6-4 – Resultados do modelo estacionário como condição de entrada	115
Tabela 6-5 – Posição das estações virtuais de medição.....	116

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CD	- Completamente desenvolvido
FCC	- Fluxo de calor constante
KG	- Correlação de Kim e Ghajar
LACIT	- Laboratório de Ciências Térmicas
ST	- <i>Slug Tracking</i> : Modelo de seguimento de pistões
TEC	- Temperatura externa constante
UTFPR	- Universidade Tecnológica Federal do Paraná

LISTA DE SÍMBOLOS

A	- Área da seção transversal do duto	[m ²]
C	- Calor específico	[J/kgK]
C_0	- Coeficiente de velocidade da bolha	-
C_∞	- Coeficiente de velocidade da bolha	-
C_p	- Calor específico a pressão constante	[J/KgK]
C_v	- Calor específico a volume constante	[J/KgK]
D	- Diâmetro do duto	[m]
e	- Energia específica total	[J/kg]
E	- Energia total	[J]
\dot{E}	- Taxa de energia total	[W]
f	- Fator de atrito	-
$freq$	- Frequência da célula unitária	[s ⁻¹]
Fr	- Número de Froude	-
g	- Aceleração da gravidade	[m/s ²]
\bar{h}	- Coeficiente de transferência de calor médio na região	[W/m ² K]
$\#$	- Fator de esteira	-
i	- Entalpia específica	[J/kg]
j	- Velocidade superficial	[m/s]
J	- Velocidade da mistura	[m/s]
k	- Condutividade térmica	[W/mK]
L	- Comprimento	[m]
\dot{m}	- Vazão mássica	[kg/s]
n	- Número de células unitárias no interior do duto	-
Nu	- Número de Nusselt	-
P	- Pressão	[Pa]
Pr	- Número de Prandtl	-
Q	- Taxa de calor transferido por unidade de comprimento	[W/m]
\dot{Q}	- Taxa de calor fornecido	[W]
q''	- Fluxo de calor	[W/m ²]
R	- Fração volumétrica de fase	-

\mathfrak{R}	- Constante dos gases ideais	[J/KgK]
Re	- Número de Reynolds	-
S	- Perímetro molhado	[m]
t	- Tempo	[s]
T	- Temperatura	[K]
U	- Velocidade	[m/s]
\hat{u}	- Energia interna específica	[J/kg]
\dot{W}	- Taxa de trabalho	[W]
x	- Posição do frente do pistão	[m]
X	- Título	-
y	- Posição da frente da bolha	[m]
z	- Direção axial	[m]
β	- Ângulo de inclinação do duto	-
μ	- Viscosidade	[Pa.s]
θ	- Ângulo interno do perímetro molhado de líquido	-
ρ	- Massa específica	[kg/m ³]
τ	- Tensão de cisalhamento	[Pa]

Subscritos

L	- Líquido
G	- Gás
S	- Região do pistão
B	- Região da bolha alongada
LS	- Líquido no pistão
GS	- Gás no pistão
LB	- Líquido na região da bolha alongada (filme líquido)
GB	- Gás na região da bolha alongada
m	- Mistura
T	- Translação da bolha alongada
j	- j -ésima célula unitária
SP	- Monofásico (<i>Single phase</i>)
TP	- Bifásico (<i>Two-phase</i>)

- U - Célula unitária
- D - *Drift*
- 0 - Propriedades no meio externo
- en - Entrada
- w - Parede externa
- wi - Parede interna

1 INTRODUÇÃO

O escoamento simultâneo de duas ou mais fases (sólido, líquido ou gás), o qual é chamado escoamento multifásico, está envolvido em muitas aplicações na indústria. Problemas desta natureza ocorrem em diversas aplicações da engenharia, por exemplo, no transporte de materiais na mineração, em sistemas térmicos com mudança de fase e nas linhas de produção de petróleo. O entendimento dos fenômenos associados a estes problemas é fundamental para o aprimoramento dos processos e dos equipamentos que operam com este tipo de escoamento.

A complexidade do estudo dos escoamentos multifásicos deve-se às interações entre as estruturas das fases envolvidas. A superfície que separa os fluidos chama-se interface e particularmente no escoamento bifásico líquido-gás, está distribuída geometricamente de diferentes formas, as quais dependem das condições operacionais (vazão e pressão), das propriedades físicas dos fluidos e da configuração geométrica do duto. Os diferentes arranjos são conhecidos como padrões de escoamento e sua identificação é fundamental para o desenvolvimento de modelos matemáticos.

Alguns dos principais padrões de escoamento líquido-gás em dutos horizontais e verticais são apresentados na Figura 1-1 e na Figura 1-2, respectivamente.

A Figura 1-1 apresenta os padrões mais conhecidos em dutos horizontais. Para baixas vazões de gás e líquido, as fases são mais suscetíveis aos efeitos da gravidade, posicionando o líquido, de maior massa específica, na parte inferior do duto. Neste caso, tem-se escoamento estratificado observado na Figura 1-1a. Quando a vazão de gás aumenta, a interface apresenta ondulações. Essas ondulações são maiores quando aumenta a fração volumétrica de líquido podendo chegar até a parede superior do duto. Assim, grandes bolhas de gás são presas entre pistões de líquido gerando um padrão intermitente, denominado escoamento em golfadas (Figura 1-1b). Aumentando ainda mais a vazão de gás, ou com vazões de líquido baixas, os pistões de líquido desaparecem deixando um núcleo de gás contínuo com pequenas gotas de líquido, o qual é chamado escoamento anular (Figura 1-1c). Por outro lado, para altas vazões de líquido apresenta-se escoamento

em bolhas dispersas (Figura 1-1d) onde as pequenas bolhas discretas tendem a estar na parte superior do duto.

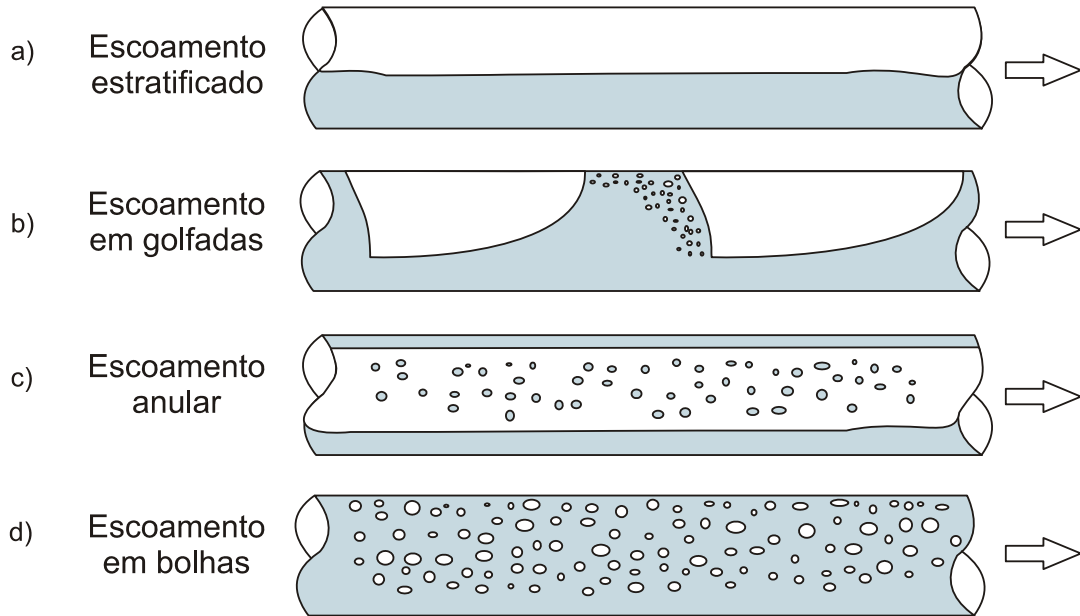


Figura 1-1 – Padrões de escoamento bifásico líquido-gás horizontal.

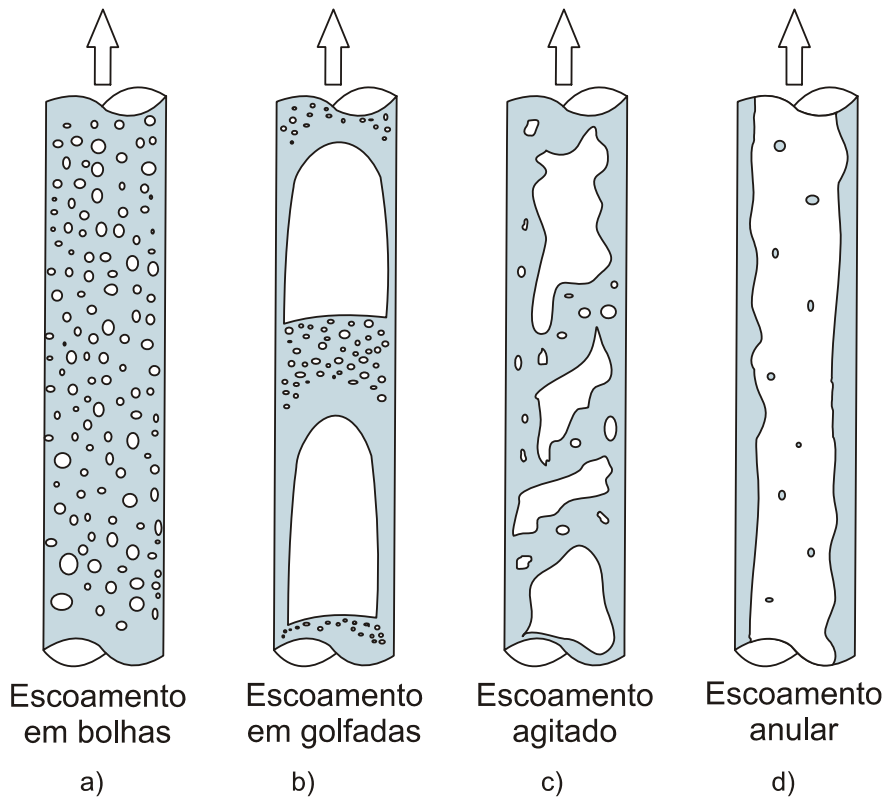


Figura 1-2 – Padrões de escoamento bifásico líquido-gás vertical

Na Figura 1-2 apresentam-se os padrões mais conhecidos do escoamento vertical ascendente, onde a configuração geométrica das fases tende a ser mais simétrica em relação ao eixo do duto. O padrão de bolhas (Figura 1-2a) aparece usualmente para baixas vazões de gás, onde as bolhas são distribuídas uniformemente na seção transversal do duto. Quando a vazão de gás aumenta, as bolhas coalescem e originam as golfadas que se arranjam no centro do duto e apresentam um filme líquido descendente (Figura 1-2b). Para vazões maiores de gás, o escoamento passa por uma transição de aparência caótica, chamada agitada (Figura 1-2c), até chegar ao padrão anular (Figura 1-2d), no qual as bolhas alongadas coalesceram totalmente e apresentam um núcleo de gás no centro da tubulação.

Um dos padrões com maior ocorrência nas aplicações industriais é o escoamento em golfadas, o qual existe em uma ampla faixa de velocidades de fase segundo os estudos de diversos autores, a exemplo de Taitel e Dukler (1976). Esse padrão de escoamento, também conhecido como *slug flow*, será o objeto de estudo no presente trabalho.

O escoamento em golfadas é um escoamento intermitente cujas características variam no espaço e no tempo. Neste caso, duas estruturas de forma alternada são observadas: a bolha alongada de gás e o pistão de líquido, como pode ser observado nas Figura 1-1b e Figura 1-2b. O pistão líquido preenche completamente a seção transversal, enquanto a bolha alongada escoar junto com um filme líquido. No escoamento horizontal, a bolha encontra-se encostada na parte superior do duto enquanto no escoamento vertical posiciona-se de forma concêntrica ao duto. A maior parte do gás está concentrada na bolha alongada, porém, para determinadas condições de vazão, existe uma pequena fração de gás no interior do pistão em forma de bolhas dispersas.

Devido à interação entre as estruturas do escoamento em golfadas (bolha, pistão e filme) o desenvolvimento de modelos para a predição do comportamento deste tipo de fenômenos torna-se complexo. Devido à essa complexidade, muitas vezes os efeitos da troca de calor são desprezados e apenas é analisada a hidrodinâmica do escoamento. Em alguns cenários não é possível desprezar os efeitos da troca de calor, pois a temperatura influi diretamente nas propriedades

físicas das fases e o calor adicionado pode ocasionar mudanças de fase como é observado na Figura 1-3.

No caso particular dos problemas com transferência de calor é possível ignorar a mudança de fase e considerar fluidos com calores específicos constantes, assumindo adicionalmente baixas pressões, a energia específica pode ser expressa em função da temperatura. Apesar de não considerar a mudança de fase, a troca de calor pode afetar diretamente as propriedades físicas dos fluidos. Por exemplo, a massa específica da fase compressível (gás) varia com a temperatura, sendo necessário o uso de uma equação de estado. Além disso, a temperatura também influi na viscosidade, a qual por sua vez influi nos termos de atrito diretamente relacionados com a queda de pressão.

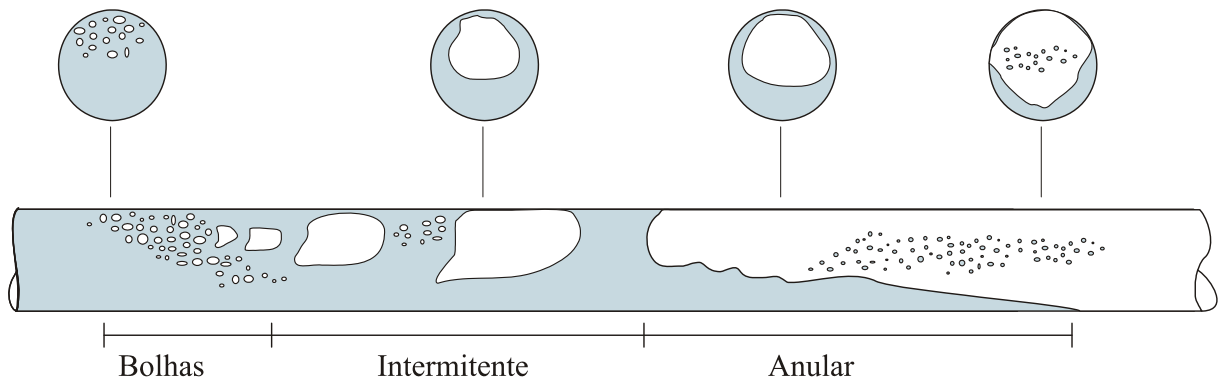


Figura 1-3 – Mudança de padrão de escoamento em um tubo evaporador horizontalⁱ.

Os estudos anteriores sobre escoamento bifásico com transferência de calor são, na maioria, empíricos e independentes do tipo de padrão de escoamento (Shoham, 2006). Tais trabalhos, predominantemente experimentais, são limitados a correlações empíricas para o coeficiente de transferência de calor. No entanto é conhecido que as equações governantes das variáveis hidrodinâmicas têm dependência direta do tipo de padrão de escoamento. As variáveis térmicas dependem por sua vez das características hidrodinâmicas (Deshpande *et al.*, 1991) evidenciando uma relação direta entre o mecanismo de transferência de calor e o tipo de padrão de escoamento. Assim, pode-se deduzir que é necessária a classificação do escoamento antes de começar a modelagem. Recentemente,

ⁱ Baseado em Thome, 2010

através do esforço de diversos pesquisadores como Kim e Ghajar (2006), Camargo (1991), Zhang *et al.* (2006), Lima (2009), entre outros foram realizados estudos mais específicos que evidenciaram a influência do padrão de escoamento na transferência de calor.

1.1 Objetivos

O objetivo do presente trabalho é desenvolver um modelo matemático unidimensional para simular a hidrodinâmica e a transferência de calor no escoamento bifásico líquido-gás no padrão de golfadas em dutos horizontais. O modelo matemático leva em conta pistões aerados e a compressão do gás devido às variações de pressão e temperatura. As condições térmicas a serem estudadas são as de temperatura externa constante e fluxo de calor constante na parede.

Com a finalidade de atingir os objetivos propostos, as equações de balanço de massa, de quantidade de movimento e de energia na forma integral serão aplicadas às estruturas do escoamento em golfadas. As equações resultantes serão expressas em função das variáveis: pressão, velocidade e temperatura e outros parâmetros típicos do escoamento bifásico.

O principal interesse é analisar a evolução da célula unitária ao longo do duto, portanto será utilizado um método lagrangeano de seguimento de pistões, também chamado *slug tracking* (Rodrigues, 2009). Nesse método é possível acompanhar a evolução no espaço e no tempo das bolhas e pistões se propagando ao longo da tubulação. Dessa forma, podem-se simular fenômenos típicos do escoamento em golfadas tais como a intermitência e a coalescência de bolhas. O modelo de transferência de calor será acoplado ao modelo hidrodinâmico desenvolvido por Rodrigues (2009).

Para sua solução, as equações resultantes da modelagem serão discretizadas e implementadas em um programa computacional na linguagem FORTRAN utilizando Microsoft Visual Studio ® 2005 como plataforma de desenvolvimento e programação orientada a objetos. Esse programa é uma evolução do programa existente, desenvolvido pelo LACIT (Laboratório de Ciências Térmicas - UTFPR), que resolve o modelo hidrodinâmico. Dessa forma, será obtido um modelo mais

completo que analise o problema em termos das variáveis: pressão, velocidade e temperatura.

1.2 Justificativa

Estudar escoamentos bifásicos com transferência de calor é de relevância significativa em muitas áreas da indústria. Escoamentos bifásicos ocorrem nos processos de vaporização e condensação em sistemas térmicos, especificamente nos condensadores, caldeiras, sistemas de refrigeração e trocadores de calor de contato direto. Também na absorção de gases, sistemas de geração de energia e outros processos onde a mudança de fase é significativa e o principal mecanismo de transferência de calor é a convecção forçada.

A primeira motivação para o estudo do escoamento bifásico referiu-se às plantas de energia com reatores nucleares principalmente por motivos de segurança. A fim de produzir energia, as plantas nucleares geram calor que será convertido em energia elétrica. Para evitar que as estruturas sejam danificadas pelas grandes temperaturas, é utilizada água como fluido refrigerante. Se a vazão de fluido refrigerante diminuir, a temperatura aumentará podendo causar danos ao reator. Por essa razão, água de emergência é injetada, a qual se evaporará em contato com o calor, gerando desta forma um escoamento de líquido-vapor pelos dutos de refrigeração.

Na indústria do petróleo, uma etapa fundamental da produção é o transporte através das linhas de produção. Normalmente, neste processo, são encontrados areia, óleo, água e gás natural escoando simultaneamente. Nesse cenário, as condições ambientais externas desde o início da tubulação até a saída mudam consideravelmente, lembrando que as linhas de transporte podem ter quilômetros de comprimento, como observado na Figura 1-4.

Com as novas bacias de petróleo em águas profundas descobertas recentemente na camada pré-sal, o estudo de cada um dos problemas envolvidos na extração torna-se importante. Naturalmente as condições ambientais de pressão e temperatura serão muito diferentes no leito do oceano e na camada pré-sal. No oceano a temperatura cai com a profundidade, chegando a 4°C, em contraste com

as altas temperaturas dos reservatórios de óleo, evidenciando trocas térmicas significativas. Essa troca de calor alterará as propriedades dos fluidos, a exemplo da massa específica e da viscosidade, que estão relacionadas diretamente com a queda de pressão. Além disso, podem ocorrer fenômenos físicos governados por processos termodinâmicos, tais como a formação de hidratos e a cristalização de parafinas (Lima, 2009), que podem obstruir o duto através do acúmulo de sólidos.

Adicionalmente, o desenvolvimento do trabalho, que tem foco em uma linha de pesquisa de muitas aplicações práticas, poderá servir de referência para futuros trabalhos na área.

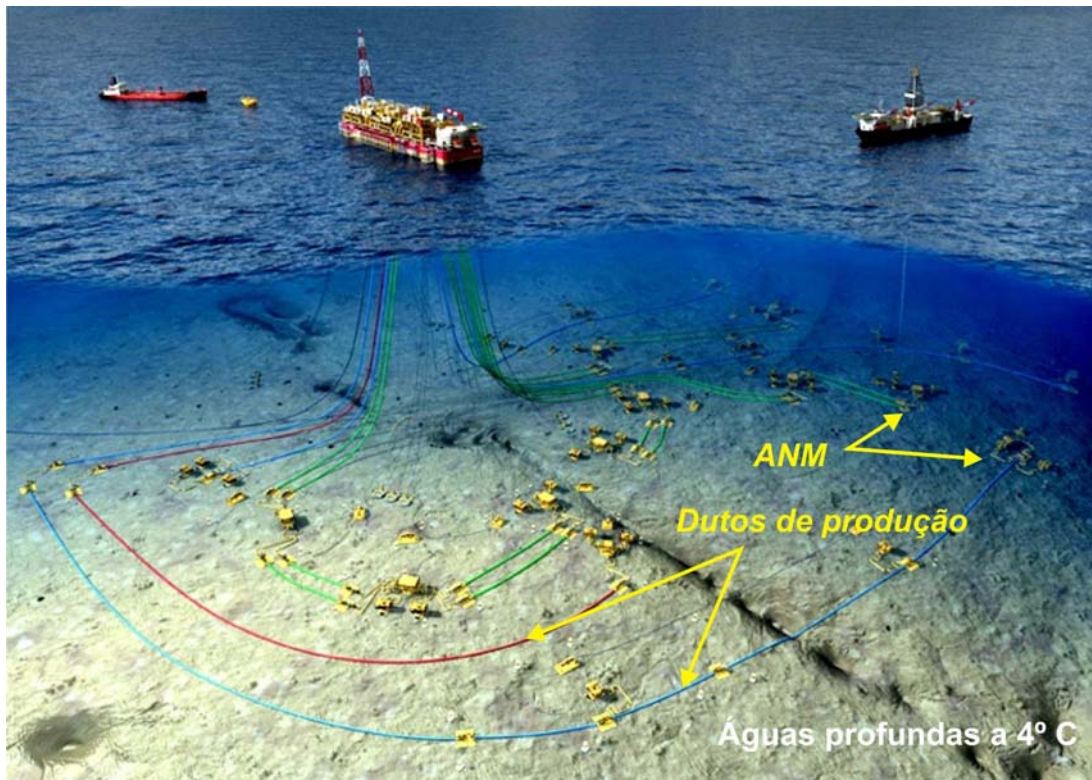


Figura 1-4 – Transporte de petróleo nas profundidades marinhasⁱⁱ.

1.3 Estrutura do trabalho

O presente trabalho está dividido em sete capítulos. No primeiro capítulo é apresentada uma introdução que descreve o problema de forma geral, explica os

ⁱⁱ Fonte: <http://www.manutencaoesuprimentos.com.br>.
ANM: Árvore de natal molhado.

objetivos a serem atingidos e mostra as justificativas para a realização do estudo. No segundo capítulo é realizada uma revisão da bibliografia relacionada com o problema em questão. São apresentados os conceitos básicos do escoamento em golfadas necessários para o completo entendimento do fenômeno físico. A revisão bibliográfica também abrange o fenômeno de transferência de calor no escoamento bifásico e as abordagens existentes sobre escoamento em golfadas.

No terceiro capítulo é realizada a modelagem matemática do problema, onde são deduzidas as equações governantes do fenômeno. Balanços de massa, quantidade de movimento e energia são realizados em volumes de controle constituídos pelas bolhas alongadas e pistões que se propagam ao longo da tubulação em regime transitório. Além disso, equações auxiliares são apresentadas para modelar fenômenos como a velocidade de translação da bolha e a coalescência.

No quarto capítulo, a metodologia para a solução do modelo matemático é exposta em detalhe. Primeiramente, é realizada a discretização das equações governantes encontradas no capítulo três. A seguir, é descrito o procedimento para a solução das equações discretizadas. Finalmente, cada uma das etapas da simulação é explicada de forma geral com ajuda de um diagrama de fluxo.

A fim de complementar a metodologia de solução apresentada no capítulo 4, condições iniciais e condições de entrada e saída da tubulação são definidas. No quinto capítulo essas condições são discutidas em detalhe, assim como a modelagem de processos específicos como a entrada e saída de bolhas.

No sexto capítulo, os resultados das simulações são discutidos. Na primeira parte é realizada a validação do modelo através da comparação com dados e correlações encontrados na literatura. Na segunda parte o modelo é aplicado a casos com dados hidrodinâmicos validados experimentalmente, adicionando uma fonte de calor fictícia a fim de analisar a influência da transferência de calor nos parâmetros hidrodinâmicos.

Finalmente, no sétimo e último capítulo, as conclusões do trabalho são apresentadas, bem como as recomendações e as sugestões para futuros trabalhos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A fim de estudar o escoamento bifásico em golfadas com transferência de calor, foi necessário realizar uma revisão detalhada dos diferentes trabalhos desenvolvidos no assunto. No desenvolvimento do presente capítulo, primeiramente será tratada a física do escoamento bifásico em golfadas e o fenômeno de transferência de calor sem mudança de fase. Logo depois serão apresentados os conceitos básicos para se familiarizar com a terminologia do escoamento bifásico, onde serão tratados parâmetros geométricos, cinemáticos, termodinâmicos e da transferência de calor. Finalmente, algumas relações de fechamento, ou equações constitutivas, serão especificadas.

2.1 Conceitos básicos sobre escoamento em golfadas

Antes de apresentar os modelos existentes para o estudo do escoamento em golfadas, são definidas as características principais deste padrão. O escoamento em golfadas apresenta duas estruturas de forma alternada: um pistão de líquido com bolhas de gás dispersas no seu interior e uma bolha alongada de gás que escoam paralelamente a um filme líquido (Figura 2-1). Essas estruturas têm um comportamento irregular e suas variáveis mudam ao longo do espaço e do tempo, portanto o escoamento é classificado como intermitente.

Para escoamento horizontal e ligeiramente inclinado, a configuração geométrica dos fluidos é mostrada na Figura 2-1. Os efeitos da gravidade posicionam a bolha alongada, de menor massa específica, na parede superior. Além disso, as bolhas dispersas no interior do pistão estão concentradas nas proximidades da parede superior. O filme líquido não apresenta bolhas dispersas.

Uma forma de abordar o fenômeno do escoamento em golfadas é através do conceito de célula unitária introduzido por Wallis (1969) e apresentado na Figura 2-1. Observa-se que uma célula unitária é composta por um pistão de líquido e sua bolha alongada adjacente com o respectivo filme líquido. Assim, Wallis (1969) afirma que uma vez descrito o comportamento de uma célula unitária típica, todas as

propriedades do escoamento em padrão golfadas ao longo de um duto podem ser previstas.

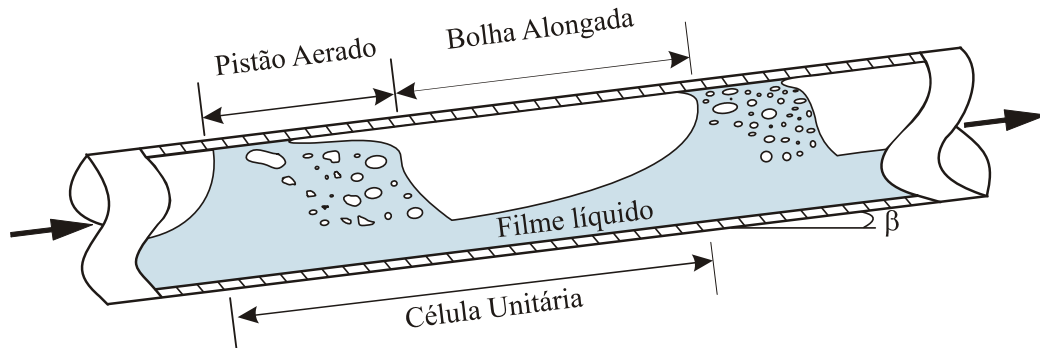


Figura 2-1 – Conceito de célula unitária.

Com base na hipótese de Wallis, cada uma das regiões da célula unitária é descrita a seguir segundo o ponto de vista de vários autores.

Dukler e Hubbard (1975) afirmam que a dinâmica do pistão pode ser dividida em duas regiões, como observado na Figura 2-2. A região em contato com o nariz da bolha posterior encontra-se quase em equilíbrio e seu comportamento pode ser modelado através das equações de escoamento monofásico completamente desenvolvido (Região C.D.). A região atrás da bolha alongada, ou região da mistura, apresenta turbulência e recirculação assim como uma quantidade de bolhas dispersas que depende das condições de vazão.

O filme escoando ao lado da bolha alongada apresenta uma altura variável e se movimenta com uma velocidade menor do que o pistão e a bolha. Nesse sentido, o pistão arremete contra o filme líquido ocasionando uma queda de pressão por aceleração. Conseqüentemente, uma quantidade de massa contida no filme sai para entrar no pistão que vem atrás.

A bolha alongada de gás escoa junto ao filme. Apresenta a particularidade que o nariz da bolha se movimenta com uma velocidade maior do que o resto da bolha. Segundo Fagundes Netto *et al* (1999), as características da bolha alongada são governadas pelo número de Froude. Quatro regiões são observadas: o nariz, o corpo, o ressalto hidráulico e a cauda, conforme a Figura 2-2. Para números de Froude menores que 1, o nariz é curto, o corpo tem uma interface ondulada e o ressalto hidráulico não atinge o topo da tubulação apresentando uma cauda.

Quando o número de Froude aumenta, o nariz cresce e a cauda diminui. Para números de Froude maiores que 2, a cauda desaparece totalmente e pequenas bolhas são presas na região da mistura do pistão.

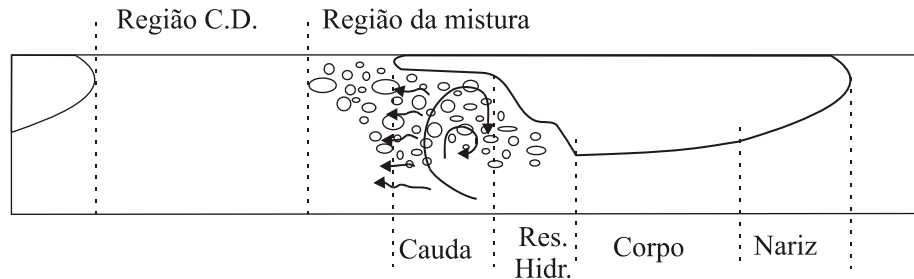


Figura 2-2 – Descrição das partes de célula unitária.

2.2 Revisão dos modelos existentes para escoamento em golfadas

O problema de escoamento bifásico em golfadas é um fenômeno inerentemente transiente já que os parâmetros variam ao longo do tempo. Devido às limitações de capacidade de cálculo em estudos anteriores, não era possível resolver problemas complexos de mecânica dos fluidos em regime transitório, portanto foram desenvolvidos métodos simplificados como os modelos estacionários. Esses modelos reduziam as equações governantes a simples equações algébricas implícitas, as quais eram resolvidas de forma iterativa. Com a evolução dos processadores dos computadores, conseguiu-se resolver problemas mais complexos e foram desenvolvidos modelos transientes. Alguns dos modelos estacionários e transientes são apresentados a seguir.

2.2.1 Modelos estacionários

Os modelos estacionários utilizam o conceito de célula unitária para simular um escoamento em equilíbrio dinâmico. Nessa família de modelos, as células unitárias apresentam-se de forma periódica sendo suficiente executar os cálculos para uma célula unitária. Para conhecer as propriedades no resto da tubulação os resultados são extrapolados. No entanto, esses modelos não fornecem resultados confiáveis para parâmetros comumente utilizados como as distribuições estatísticas dos comprimentos da bolha e do pistão.

Wallis (1969), ao definir o conceito de célula unitária, discute correlações existentes na época para calcular a velocidade da bolha e a queda de pressão. Ele afirma que devido à baixa viscosidade e massa específica do gás, a bolha alongada encontra-se com pressão constante. O autor propõe que a queda de pressão seja dividida em três regiões: no pistão líquido, no corpo da bolha e no final da bolha. A queda de pressão no pistão pode ser calculada com equações do escoamento monofásico; a queda de pressão no corpo da bolha é desprezível devido à pressão e à curvatura constante; e a queda de pressão no final da bolha não foi abordada.

Posteriormente, Dukler e Hubbard (1975) apresentaram uma metodologia para o cálculo das velocidades e dos comprimentos da célula unitária no escoamento horizontal. O modelo está baseado nas equações de conservação da massa e da quantidade do movimento, propondo uma distribuição de pressão linear ao longo do pistão e um gradiente de pressão nulo ao longo da bolha, como proposto por Wallis (1969). Nesse cenário, a queda de pressão na região completamente desenvolvida é atribuída ao atrito. Na região da mistura, os autores propõem que a queda de pressão seja devida à aceleração da velocidade do filme até velocidade de pistão ocorrendo na traseira da bolha.

Fernandes *et al.* (1983) desenvolveram um modelo para escoamento vertical. Neste caso é utilizada a mesma metodologia de Dukler e Hubbard (1975) incluindo características importantes do escoamento vertical. No entanto, o parâmetro da frequência da célula unitária não é mais um dado de entrada e pode ser calculado após os resultados terem sido obtidos. Os autores propõem uma rede de equações para calcular fração de líquido, queda de pressão, velocidades características, frequência da célula e características da mistura.

Em 1990a, Taitel e Barnea apresentaram um modelo mais completo que considera qualquer inclinação da tubulação. O modelo é formado pela equação de modelo de bolha, a expressão para a queda de pressão na célula unitária e algumas equações constitutivas utilizadas para o fechamento do sistema de equações algébricas. Essas equações são fáceis de implementar e fornecem resultados bons para pressões e vazões médias. Além disso, mostraram que para calcular a fração média de vazio na célula unitária não é necessário conhecer o perfil geométrico da bolha.

No mesmo ano, Taitel e Barnea (1990b) examinaram de forma crítica as abordagens anteriores de queda de pressão. Através de balanços de massa e de quantidade de movimento mostraram que a queda de pressão proposta por Dukler e Hubbard (1975) tinha ignorado termos significativos no balanço. Eles propõem uma expressão mais consistente onde a queda de pressão na região da mistura pode ser expressa em função dos termos de atrito no filme e perfil geométrico da bolha alongada.

Em conclusão, os modelos estacionários são de fácil solução porque estão constituídos simplesmente por equações algébricas. Esse fato favorece a implementação computacional, já que na época em que estes modelos foram desenvolvidos, a capacidade de cálculo era muito reduzida. Porém, não consideram a intermitência nem a irregularidade do escoamento, portanto não são capazes de prever parâmetros importantes como a interação entre bolhas.

2.2.2 Modelos transientes

Com os avanços observados em termos de processamento de dados, foi possível a implementação de modelos complexos, como os de escoamento bifásico em regime transitório. Os principais modelos em regime transitório que abordam o problema de escoamento bifásico em golfadas são os seguintes: o modelo de dois fluidos, o modelo *drift flux*, e o modelo de seguimento de pistões, ou comumente conhecido como *slug tracking*. Dentre tais modelos, os de seguimento de pistões são modelos lagrangeanos que apresentam um custo computacional menor comparado com os outros (Rodrigues, 2009).

Devido a suas características lagrangeanas, os modelos de seguimento de pistões podem incorporar de forma direta os modelos físicos para a velocidade de translação da bolha (Nydal e Banerjee, 1995).

Os modelos de seguimento de pistões utilizam a formulação integral das equações de conservação considerando volumes de controle convenientes segundo o ponto de vista de cada autor. Neste tipo de modelo, os pistões e bolhas são considerados como elementos separados que se propagam ao longo da tubulação. Finalmente, os resultados dos balanços devem ser acoplados em um sistema de equações lineares, a ser resolvido em cada instante de tempo.

A quantidade de operações realizadas neste tipo de modelo é reduzida notavelmente pois utiliza valores médios, ao invés de locais e instantâneos.

Um dos primeiros trabalhos usando um modelo de seguimento de pistões foi desenvolvido por Barnea e Taitel (1993). Os autores introduziram a intermitência do escoamento através de uma distribuição normal para o comprimento do pistão na entrada, o qual é propagado ao longo da tubulação. O movimento de cada pistão é descrito pela variação da posição das superfícies de controle movendo-se com a velocidade de translação da bolha, a qual é calculada através de correlações experimentais. Os autores constataram que a distribuição do comprimento do pistão na região completamente desenvolvida tem a forma de uma distribuição log-normal.

Zheng *et al* (1994) apresentaram um modelo que simula o comportamento do escoamento em golfadas com mudança de direção em cotovelos de diferentes inclinações. Eles usaram uma modelagem semelhante à apresentada por Taitel e Barnea (1990a) baseada principalmente na equação da conservação da massa. Dessa forma, simularam o movimento e crescimento de pistões, geração de pistões em cotovelos baixos e o desaparecimento de pistões pequenos que estão atrás de pistões maiores, fenômeno chamado de coalescência.

Em seguida, Taitel e Barnea (1998) aprimoraram seu modelo e adicionaram o efeito da compressibilidade do gás. Eles usaram a equação da conservação da massa em regime transitório e a equação da quantidade de movimento em regime estacionário, assumindo que as forças estão em equilíbrio local em cada uma das células unitárias. Os resultados mostraram que a compressibilidade do gás ocasiona um incremento no comprimento da bolha, mas não tem efeito significativo sobre o crescimento do pistão.

Franklin (2004) propôs uma modelagem matemática e numérica para escoamento horizontal. Seu modelo considera pistões não aerados, líquido incompressível e gás ideal. O autor obtém um sistema de equações em função das velocidades dos pistões e das pressões das bolhas a partir das equações de conservação da massa e da quantidade de movimento. O modelo é testado para dois casos. O primeiro considera bolhas periódicas na entrada onde é possível comparar os resultados com um modelo algébrico. O segundo considera bolhas intermitentes na entrada que podem ser comparados com dados experimentais.

Guo *et al* (2009) apresentaram um estudo numérico-experimental sobre padrões de escoamento, enfatizando o escoamento em golfadas. No modelo numérico, eles fazem uma abordagem transiente considerando bolhas retangulares e pistões aerados. Os balanços são realizados em um volume de controle cuja frente está na metade de um pistão e a traseira na metade do pistão posterior. Os autores selecionam esse volume de controle a fim de evitar complicações na região da interface. Eles constataram que a queda de pressão dentro de seu volume de controle é devido às forças de atrito, à força gravitacional dos fluidos e a uma queda de pressão atribuída à aceleração do filme na traseira da bolha.

Finalmente, Rodrigues (2009) apresentou uma detalhada modelagem matemática e numérica para a simulação hidrodinâmica do escoamento em golfadas. Sua modelagem é válida para dutos com qualquer inclinação e leva em conta a variação de todos os parâmetros cinemáticos ao longo do tempo. Assim, ele calcula primeiro as velocidades dos pistões e a pressão das bolhas através de um sistema de equações lineares. Logo, são calculados outros parâmetros, como os comprimentos e as velocidades translacionais através de equações auxiliares. O presente trabalho está baseado no trabalho de Rodrigues (2009), mas considera adicionalmente a equação da conservação da energia e os efeitos da troca de calor na modelagem.

2.3 Revisão de trabalhos sobre escoamento bifásico com transferência de calor

Nesta seção são apresentados alguns estudos sobre escoamento bifásico com transferência de calor. Na literatura são encontradas abordagens experimentais e numéricas, sendo as experimentais encontradas com maior frequência. O principal interesse desses estudos é determinar o coeficiente de transferência de calor através de correlações ou modelos mecanicistas.

Wallis (1969) apresentou uma teoria geral do escoamento bifásico unidimensional com transferência de calor para os modelos de caixa preta em estado estacionário (Shoham, 2006). Ele discute as equações governantes do escoamento bifásico para o modelo homogêneo e o modelo de fases separadas,

para os padrões de bolhas-dispersas e estratificado, respectivamente. Seu principal objetivo é estudar a hidrodinâmica do escoamento, portanto, a distribuição de temperaturas é ignorada. Para o escoamento homogêneo, a equação da conservação da energia é acoplada à equação da conservação da quantidade de movimento para encontrar a queda de pressão. Este modelo tem como característica a vantagem de considerar a mudança de fase, a transferência de massa e a variação da seção transversal. Para escoamento de fases separadas, Wallis apresenta a equação da conservação da energia considerando os efeitos da transferência de massa e o trabalho.

Shoham *et al* (1982) apresentaram um estudo experimental onde se analisa a transferência de calor no escoamento líquido-gás em golfadas em dutos horizontais. Nesse trabalho, características básicas da transferência de calor foram medidas e calculadas, como temperaturas, coeficiente de transferência de calor e fluxo de calor. Os resultados mostraram que o coeficiente de transferência de calor varia ao redor da parede do tubo, sendo diferente na superfície superior e inferior. Os autores desenvolveram uma solução aproximada baseando-se na analogia com um escoamento entre placas paralelas em regime laminar. Respostas analíticas são encontradas para os números de Nusselt na parte superior e inferior do duto resolvendo a equação da conservação da energia.

Camargo (1991) realizou um estudo experimental da hidrodinâmica e transferência de calor no escoamento em golfadas. Ele mede pressões e temperaturas em uma bancada experimental onde a mistura bifásica água-ar é resfriada por um escoamento externo de água fria. O coeficiente de transferência de calor medido é comparado com correlações de outros autores. Um modelo mecanicista é proposto baseado nos parâmetros da célula unitária, obtendo uma expressão para o coeficiente de transferência de calor com a condição de contorno de temperatura constante e outra para a condição de fluxo de calor constante. Uma boa concordância é encontrada entre o modelo mecanicista e os dados experimentais obtidos, com discrepâncias na faixa de 30%.

Deshpande *et al* (1991) realizou um estudo experimental para escoamento intermitente horizontal estudando a transferência de calor na condição de fluxo de calor constante. Os autores encontraram que o coeficiente de transferência de calor bifásico é diferente para a parte superior e inferior do duto, concordando com os

resultados de Shoham (1982). Eles afirmam que a velocidade da mistura é um parâmetro importante para a transferência de calor no escoamento intermitente, mas ainda mais importante são a frequência da passagem da célula unitária, assim como a relação de comprimentos de bolha e pistão.

Fore *et al* (1997) apresentaram uma abordagem experimental do escoamento em golfadas em condições de gravidade reduzida. Nessa condição, as bolhas permanecem no centro do duto, sem encostar na parede superior. Foram discutidas medições da fração de vazio, gradiente de pressão e coeficiente de transferência de calor para escoamento ar-água e ar-glicerina. Eles constataram que nessas condições, o coeficiente de transferência de calor é menor comparado com condições normais já que os níveis de turbulência são menores. Além disso, para baixas frações de vazio, o escoamento apresenta velocidades quase homogêneas.

Hetsroni *et al* (1998) fez um estudo experimental da transferência de calor no escoamento intermitente horizontal para baixas vazões de líquido com um duto aquecido eletricamente. A variação circunferencial do coeficiente de transferência de calor determina que na parte inferior do duto o coeficiente é independente da frequência e do comprimento da bolha. Finalmente os autores propõem uma expressão para calcular o coeficiente de transferência de calor bifásico em função do número de Froude, da frequência e do comprimento da bolha.

Kim e Ghajar (2000) apresentaram um interessante estudo experimental do coeficiente de transferência de calor para diferentes padrões de escoamento bifásico sem mudança de fase. Eles propõem uma correlação geral em função do título, da fração de vazio, da viscosidade e do número de Prandtl. A correlação apresentada possui constantes que dependem do padrão de escoamento e estabelece faixas de influência dos parâmetros para cada constante. As predições da fórmula concordam consideravelmente com os resultados experimentais, mas as constantes utilizadas são difíceis de obter e funcionam satisfatoriamente só nas faixas empregadas.

Kim (2002) fez uma revisão das correlações existentes para o coeficiente de transferência de calor bifásico. As correlações são separadas em três tipos: correlações de fração de vazio explícito, correlações de Lockhart-Martinelli e correlações de análise dimensional ou de modelo de fases separadas. No primeiro tipo considera-se que a fase gasosa é inserida para acelerar a fase líquida e a fração de vazio aparece na correlação de forma explícita. No segundo tipo, o

coeficiente é dependente da relação entre a queda de pressão monofásica e bifásica. No terceiro tipo, as correlações de escoamento monofásico são adaptadas ao bifásico, sendo afetados por fatores arbitrários e parâmetros adimensionais como a relação de massas específicas líquido-gás. Para todos os tipos, os mecanismos de transferência de calor estão dominados pela fase líquida.

Sun *et al* (2003) analisaram modelos desenvolvidos por outros autores para calcular a hidrodinâmica e a transferência de calor no escoamento em golfadas. Eles mostraram que existe uma diferença significativa entre o coeficiente de transferência de calor com e sem evaporação, sendo seu valor diferente na parte superior e inferior do duto. Como resultado, eles mostraram que a ebulição de núcleo (*nucleate boiling*) domina a transferência de calor na região superior do tubo; e a convecção forçada domina na região inferior.

Sripattrapan e Wongwises (2005) realizaram um estudo numérico do escoamento bifásico de fluidos refrigerantes puros no padrão anular. Neste trabalho, o escoamento encontra-se em regime permanente sendo submetido a um fluxo de calor constante, ocorrendo evaporação. Seus resultados mostram que o coeficiente de transferência de calor diminui ao longo da tubulação devido à diminuição da espessura do filme. A temperatura do filme líquido apresenta a mesma tendência que a temperatura da parede, mas a diferença diminui ao longo do duto. Além disso, a taxa de evaporação diminui ao longo do tubo.

Zhang *et al.* (2006) apresentaram modelos mecanicistas para o coeficiente de transferência de calor bifásico nos padrões de bolhas, estratificado, anular e golfadas. Os autores aplicam a equação da conservação da energia em regime transitório em volumes de controle infinitesimais considerando um campo de velocidades conhecido. Os autores evidenciam que o coeficiente de transferência de calor entre os fluidos na interface é igual ao coeficiente de transferência de calor monofásico do gás se a diferença de temperaturas entre o filme e a bolha não for grande. O modelo mecanicista é comparado com os dados de Manabe (2001) obtendo uma concordância de 20%.

Shoham (2006) apresentou uma interessante modelagem numérica para a transferência de calor no escoamento em golfadas horizontal em regime transitório. Nessa modelagem, Shoham divide a célula unitária em segmentos de tubo e faz balanço de energia para cada um dos componentes da célula e para o duto. Além

disso, propõe uma metodologia para o processamento da equação da conservação da energia, onde para resolvê-la, primeiro são calculadas simultaneamente as velocidades e pressões e por fim as temperaturas.

Em 2006, Kim e Ghajar aprimoraram sua correlação anterior. A correlação anterior é modificada de forma que os coeficientes não dependam do padrão de escoamento substituindo a fração de volume por um fator de padrão de escoamento. Esse fator de padrão consegue prever os perímetros molhados de cada padrão de forma precisa, obtendo assim uma correlação mais robusta. A nova faixa de erro encontra-se entre 20% sendo a melhor correlação encontrada até hoje para o cálculo do coeficiente de transferência de calor.

França *et al* (2008) realizaram um estudo experimental com duas bancadas: uma de pequena escala e uma de grande escala. Os autores investigaram a hidrodinâmica e a transferência de calor para as misturas ar-água, gás natural-água e gás natural-óleo. Os resultados hidrodinâmicos foram comparados com o modelo de Dukler e Hubbard (1975) obtendo bons resultados para os comprimentos e a frequência. Os autores propuseram estimar o coeficiente de transferência de calor como uma média entre as duas expressões obtidas pelo modelo mecanicista de Camargo (1991). Nesse cenário, eles encontraram uma boa correlação com os resultados experimentais com erro máximo de 15% de concordância ainda para o escoamento de óleo, que tem uma alta viscosidade.

He *et al* (2009) apresentaram os resultados da simulação numérica de um escoamento em golfadas com transferência de calor em micro-tubos sem mudança de fase. No escoamento em micro-tubos os efeitos da tensão superficial não são desprezíveis, portanto, foi acrescentado mais um termo na equação da quantidade de movimento. O escoamento foi modelado como simétrico em relação ao eixo axial apresentando uma recirculação no pistão devido à presença da bolha. Além disso, consideraram gás adiabático e transferência de calor no filme governada principalmente pela condução. Eles mostraram que a troca de calor é maior que no escoamento monofásico e seu desempenho depende da relação entre o comprimento da bolha e o comprimento do pistão.

Lima (2009) fez uma abordagem experimental do escoamento em bolhas alongadas, utilizando uma bancada parecida com a utilizada por Camargo (1991). Assim, com instrumentação mais moderna ele conseguiu medir mais variáveis com

uma maior precisão. Primeiro foram realizados ensaios monofásicos, que mostraram que a correlação para o coeficiente de transferência de calor que melhor se ajustou aos resultados experimentais foi a fórmula de Gnielinski (1976). Para escoamento bifásico, ele encontrou que a melhor correlação é dada pela fórmula de Kim e Ghajar (2006). Além disso, uma modificação na fórmula de Camargo (1991) foi proposta, obtendo uma boa concordância com os resultados experimentais.

Perea *et al* (2010) desenvolveram um modelo estacionário algébrico para simular a hidrodinâmica e a transferência de calor no escoamento em golfadas. O modelo foi baseado em balanço de massa, quantidade de movimento e energia assumindo líquido incompressível e gás ideal. Células unitárias foram propagadas ao longo da tubulação, considerando a compressão do gás devido à pressão e a temperatura. Os resultados mostraram uma grande diferença entre a temperatura do líquido e a do gás, evidenciando possíveis trocas de calor entre os fluidos.

2.4 Definições básicas

A fim de compreender a física envolvida na hidrodinâmica e na transferência de calor no escoamento em golfadas, é necessário definir suas variáveis principais. A seguir, são apresentadas as principais variáveis geométricas, cinemáticas, termodinâmicas e da transferência de calor a serem utilizadas ao longo do presente trabalho.

2.4.1 Relações geométricas

As relações geométricas são utilizadas para expressar as frações de volume (R), a altura de filme (H_{LB}) e os perímetros molhados (S). Estas relações são necessárias para o cálculo das áreas de contato na força de atrito e no calor transferido à tubulação.

A fração de volume é uma relação entre o volume da fase e o volume total do duto. Se o duto for de seção constante, a relação entre volumes torna-se uma relação entre as áreas transversais como apresentado nas seguintes expressões:

$$R_L \equiv \frac{A_L}{A} \quad ; \quad R_G = 1 - R_L \equiv \frac{A_G}{A} \quad (2.1)$$

sendo R_L e R_G as frações de volume do líquido e do gás respectivamente e A a seção transversal do duto.

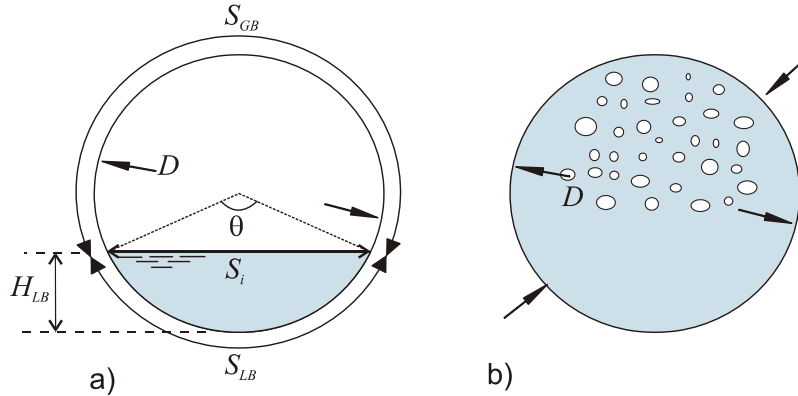


Figura 2-3 – Seção transversal da tubulação: a) bolha b) pistão.

Na região do pistão existem bolhas dispersas (Figura 2-3b), então a fração de gás nessa região (R_{LS}) será a soma das áreas ocupadas pelas bolhas e a área total. Por outro lado, na região da bolha (Figura 2-3a), existem diferentes arranjos da seção transversal segundo a inclinação do duto. Neste trabalho o escoamento será tratado como horizontal, portanto, serão apresentadas as relações para a bolha encostada na parede superior.

Na Figura 2-3a, observa-se o arranjo dos fluidos assumido na região da bolha. Para um escoamento horizontal ou ligeiramente inclinado, o líquido pode ser considerado como completamente estratificado na parte inferior, idealizando uma interface plana como observado na Figura 2-3a. A fim de calcular as áreas de contato do fluido com a tubulação é definido um ângulo θ que pode ser relacionado com a fração de líquido na bolha R_{LB} , dada pela Eq.(2.2).

$$A_{LB} = AR_{LB} = \frac{D^2}{8}\theta - \frac{D^2}{8}\text{Sen}\theta \quad (2.2)$$

e dividindo a Eq. (2.2) pela a área total do duto obtém-se:

$$R_{LB} = \frac{1}{2\pi}(\theta - \text{sen}\theta) \quad (2.3)$$

Shoham (2006) apresenta algumas relações geométricas na região da bolha para os perímetros molhados (S_{LB} para o filme, S_{GB} para a bolha e S_i para a interface) e frações de líquido (R_{LB}). As relações podem ser observadas na Tabela 2-1.

Tabela 2-1 – Relações geométricas para escoamento horizontal.

Fração de líquido	$R_{LB} = \frac{1}{2\pi}(\theta - \text{sen}\theta)$
Perímetro molhado de líquido	$S_{LB} = D \left[\pi - A \cos \left(\frac{2H_{LB}}{D} - 1 \right) \right]$
Perímetro molhado de gás	$S_{GB} = D\pi - S_{LB}$
Perímetro molhado da interface	$S_i = D \sqrt{1 - \left(\frac{2H_{LB}}{D} - 1 \right)^2}$
Derivada de R_{LB} em relação a H_{LB}	$\frac{dR_{LB}}{dH_{LB}} = \frac{4}{\pi D} \sqrt{1 - \left(\frac{2H_{LB}}{D} - 1 \right)^2}$

2.4.2 Relações cinemáticas

Em contraste com o escoamento monofásico onde o fluido tem uma velocidade definida, o escoamento bifásico tem várias velocidades a considerar. Assim, têm-se as velocidades de cada uma das fases, que são diferentes para cada uma das componentes da célula unitária. As velocidades de cada uma das fases são calculadas através da vazão mássica, que é um dado de entrada constante ao longo do tempo. As velocidades do líquido (U_L) e do gás (U_G) são dadas pelas seguintes expressões:

$$U_L = \frac{\dot{m}_L}{\rho_L A_L} \quad ; \quad U_G = \frac{\dot{m}_G}{\rho_G A_G} \quad (2.4)$$

sendo \dot{m}_L , ρ_L , A_L e \dot{m}_G , ρ_G , A_G as vazões mássicas, massas específicas e áreas transversais do líquido e do gás respectivamente.

Nota-se que a complexidade do cálculo das velocidades deve-se à área ocupada por cada uma das fases. Para simplificar as expressões, são utilizadas as

frações de líquido e gás (R_L e R_G) das Eqs. (2.1). Substituindo as expressões (2.1) em (2.4) obtém-se:

$$U_L = \frac{\dot{m}_L}{\rho_L A R_L} \quad ; \quad U_G = \frac{\dot{m}_G}{\rho_G A R_G} \quad (2.5)$$

Outra velocidade importante é a velocidade superficial, que representa a velocidade de uma fase como se a mesma estivesse escoando sozinha na tubulação. Essa velocidade é muito utilizada porque seu cálculo pode ser realizado conhecendo as vazões e as dimensões da tubulação, que são parâmetros de entrada em qualquer modelo. Além disso, a partir delas, pode-se encontrar as velocidades absolutas das fases, uma vez que a fração R_L (ou R_G) seja determinada. As expressões das velocidades superficiais do líquido (j_L) e do gás (j_G) estão na Eq. (2.6).

$$j_L = \frac{\dot{m}_L}{\rho_L A} = U_L R_L \quad ; \quad j_G = \frac{\dot{m}_G}{\rho_G A} = U_G R_G \quad (2.6)$$

Também é definida a velocidade de mistura (J) como a soma das velocidades superficiais. Fisicamente, a velocidade de mistura representa o fluxo volumétrico total das duas fases por unidade de área que em outras palavras é a velocidade do centro de volume. Sua expressão é dada pela Eq. (2.7).

$$J = j_L + j_G = U_L R_L + U_G R_G \quad (2.7)$$

Um aspecto interessante é analisar os efeitos da variação da massa específica do gás, que pode ser relacionada com sua vazão mássica. No presente trabalho, é considerado que a vazão mássica de gás é constante ao longo da tubulação. Como o diâmetro também é constante, a vazão pode ser relacionada com a velocidade superficial, obtendo a Eq. (2.8) para duas posições diferentes na tubulação, 1 e 2:

$$\rho_{G1} j_{G1} = \rho_{G2} j_{G2} \quad (2.8)$$

2.4.3 Relações termodinâmicas

A fim de expressar as variáveis termodinâmicas do escoamento em função das incógnitas propostas na modelagem, são apresentadas as relações termodinâmicas. As variáveis termodinâmicas de interesse são a pressão, a massa específica, a temperatura e outras a serem definidas.

A energia total de um sistema é dada pela soma das diferentes formas de energia. Existem muitos tipos de energia, mas do ponto de vista da termodinâmica, as mais importantes são a energia cinética, a energia potencial e a energia interna (Çengel e Boles, 1997). A energia cinética (E_K) está associada com o movimento do sistema, sendo proporcional ao quadrado da velocidade absoluta. A energia potencial gravitacional (E_P) está associada com a posição do sistema em relação ao campo gravitacional da Terra. Por último, a energia interna (\hat{U}) é a energia própria da massa relacionada com a energia cinética das partículas que a compõem. Assim, a energia total (E) e a energia total específica (e) são dados na Eq. (2.9).

$$E = E_K + E_P + \hat{U} \quad ; \quad e = e_K + e_P + \hat{u} \quad (2.9)$$

Uma propriedade importante relacionada com a energia interna é a entalpia específica. A entalpia específica é definida como a soma da energia interna específica mais o trabalho específico do escoamento (Wallace e Linning, 1970). Assim, tem-se:

$$i = \hat{u} + \frac{P}{\rho} \quad (2.10)$$

sendo i a entalpia específica, P a pressão e ρ a massa específica.

Outras propriedades importantes são os calores específicos a volume constante e a pressão constante, os quais estão definidos respectivamente pelas seguintes expressões:

$$C_v = \left. \frac{\partial \hat{u}}{\partial T} \right|_{\rho} \quad (2.11)$$

$$C_p = \left. \frac{\partial i}{\partial T} \right|_P \quad (2.12)$$

As propriedades anteriormente definidas podem ser reduzidas para casos particulares. Nesta seção, são apresentadas as relações para líquido incompressível e gás ideal.

Relações para líquido incompressível

No caso específico dos líquidos, a energia interna específica pode ser obtida de tabelas onde é observado que a energia interna específica varia pouco com a pressão para uma temperatura fixa (Moran e Shappiro, 2006). Então, é razoável fazer a seguinte aproximação:

$$\hat{u}(T, P) \approx \hat{u}_L(T) \quad (2.13)$$

Assumindo um líquido incompressível, as definições em (2.11) e (2.12) são aplicadas em (2.10) considerando (2.13), obtendo-se:

$$C_{p_L} = C_{v_L} = C_L \quad (2.14)$$

Assim, na Eq. (2.14) é observado que o C_{p_L} é igual ao C_{v_L} para um líquido incompressível. Finalmente, se for considerado que o calor específico do líquido é constante, a integração de (2.11) e (2.12) gera as relações (2.15) e (2.16).

$$\Delta \hat{u}_L = C_L \Delta T_L \quad (2.15)$$

$$\Delta i_L = \Delta \hat{u}_L = C_L \Delta T_L \quad (2.16)$$

Na Eq. (2.15) é mostrado que para um líquido incompressível a variação da energia interna é diretamente proporcional com a variação de temperatura. Além disso, a variação da energia interna é igual à variação da entalpia.

Relações para gás ideal

A fase gasosa tem massa específica variável, portanto será necessária uma expressão que a relacione com as variáveis em estudo. Uma equação que relaciona pressão (P), massa específica (ρ) e temperatura (T) é chamada equação de estado. A equação de estado mais simples é a equação de estado de gás ideal, a qual é dada por:

$$\frac{P_G}{\rho_G} = \mathfrak{R}T_G \quad (2.17)$$

sendo \mathfrak{R} a constante do gás em J/KgK.

A equação de estado de gás ideal pode ser utilizada desde que a substância não esteja na região de saturação nem perto dela. Estudos experimentais também mostraram que gases com baixa massa específica obedecem à equação de estado de gás ideal (Çengel e Boles, 1997).

Para um gás que obedece a equação de estado de gás ideal, a energia interna específica depende unicamente da temperatura (Shapiro e Moran, 2006). Com essa consideração, a Eq. (2.11) pode ser integrada para obter uma expressão para a energia interna. Além disso, considerando a Eq. (2.17) nas definições em (2.12) e (2.10), é obtida uma expressão para a entalpia. Então, as expressões (2.18) e (2.19) são obtidas:

$$\Delta \hat{u}_G = C_{v_G} \Delta T_G \quad (2.18)$$

$$\Delta \hat{i}_G = C_{p_G} \Delta T_G \quad (2.19)$$

Além disso, das equações (2.8) e (2.17) é obtida uma relação entre a velocidade superficial do gás e as variáveis termodinâmicas para duas seções em posições diferentes da tubulação 1 e 2:

$$j_{G2} = \frac{T_{G2}}{T_{G1}} \frac{P_{G1}}{P_{G2}} j_{G1} \quad (2.20)$$

A Eq. (2.20) relaciona as velocidades superficiais com a razão de pressões e temperaturas. Nesse sentido, em uma tubulação longa onde as condições de pressão e temperatura são diferentes na entrada e na saída, a velocidade superficial também varia significativamente.

Uma forma de ponderar as variáveis do escoamento bifásico é através do título. O título X é uma definição que vem da termodinâmica e está definida como a razão entre a massa da fase gasosa e a massa total. Adequando essa definição para o presente caso, no escoamento bifásico, o título está definido como:

$$X = \frac{\dot{m}_G}{\dot{m}_L + \dot{m}_G} = \frac{\rho_G U_G R_G}{\rho_L U_L R_L + \rho_G U_G R_G} \quad (2.21)$$

Observa-se que a definição em (2.21) não é rigorosamente a mesma usada na termodinâmica já que se encontra em termos das vazões mássicas. Apesar disso, muitas correlações de transferência de calor bifásico são propostas em função deste parâmetro porque seu cálculo é imediato, já que as vazões sempre são parâmetros conhecidos.

2.4.4 Relações de transferência de calor

Nesta seção serão apresentadas algumas relações para calcular o coeficiente de transferência de calor no escoamento monofásico e no escoamento bifásico. As correlações são dadas para um escoamento sem mudança de fase em regime turbulento em um duto circular de seção constante.

Coeficiente de transferência de calor para escoamento monofásico

As correlações para o coeficiente de transferência de calor no escoamento monofásico (h_{MP}) normalmente são expressas em função de três parâmetros: o número de Reynolds (Re_D), o número de Prandtl (Pr) e o fator de atrito (f). O primeiro evidencia a influência da cinemática do escoamento na transferência de calor, o segundo marca a influência das propriedades do fluido e o terceiro a influência da rugosidade da superfície de contato. Essas correlações são dadas para escoamentos hidrodinâmica e termicamente desenvolvidos (Incropera *et al.*, 2008).

A relação de Colburn (Incropera *et al.*, 2008) é dada pela expressão (2.22)

$$\overline{h}_{SP} = 0,023 Re_D^{4/5} Pr^{1/3} \frac{k}{D} \quad (2.22)$$

sendo k a condutividade térmica do fluido e D o diâmetro do tubo. Sua faixa de operação é para os seguintes intervalos: $0,7 < Pr < 160$, $Re_D > 10000$, $L/D > 10$ (O Re_D é definido em função do diâmetro do duto e da velocidade média do escoamento). Segundo Incropera *et al.* (2008) essa correlação apresenta erros de até 25%.

Para diminuir os erros, Petukhov (Incropera *et al.*, 2008) incluiu o efeito do fator de atrito, relacionado com a rugosidade da superfície. Sua correlação funciona satisfatoriamente para as faixas seguintes: $0,5 < Pr < 2000$, $10^4 < Re_D < 5 \times 10^6$.

$$\overline{h_{SP}} = \frac{(f/8) Re_D Pr}{1,07 + 12,7 (f/8)^{1/2} (Pr^{2/3} - 1)} \frac{k}{D} \quad (2.23)$$

Para incluir números de Reynolds menores, Gnielinski (Incropera *et al.*, 2008) aprimorou a correlação de Petukhov.

$$\overline{h_{SP}} = \frac{(f/8)(Re_D - 1000) Pr}{1 + 12,7 (f/8)^{1/2} (Pr^{2/3} - 1)} \frac{k}{D} \quad (2.24)$$

que funciona para as seguintes faixas: $0,5 < Pr < 2000$, $3000 < Re_D < 5 \times 10^6$, onde o fator de atrito é calculado com $f = [0,079 \cdot \ln(Re_D) - 1,64]^{-2}$.

Coefficientes de transferência de calor para escoamento bifásico

Os estudos feitos até hoje sobre transferência de calor no escoamento bifásico têm por interesse principal a determinação do coeficiente de transferência de calor. Diferentes autores fizeram estudos experimentais e propuseram correlações para calcular esse coeficiente em função das propriedades dos fluidos (David e Davis, 1964). Outros autores tentaram fazer uma analogia com o escoamento monofásico (DeGance e Atherton, 1970), e outros fizeram uma ponderação com parâmetros do escoamento bifásico como o título e a fração de vazão (Doresteijin 1970, Rounthwaite 1968, Rezkallah e Sims 1987).

As relações que estimam o coeficiente de transferência de calor através de uma analogia com o escoamento monofásico são independentes do padrão de escoamento, ou seja, partem dos modelos de caixa preta (Shoham, 2006). Por exemplo, a Eq. (2.25), proposta por DeGance e Atherton (1970), utiliza o modelo de não deslizamento, no qual é assumido que as duas fases escoam com a mesma velocidade.

As relações que estimam o coeficiente de transferência de calor em função das propriedades dos fluidos comumente utilizam a massa específica e a viscosidade. David e Davis (1964) propuseram uma expressão ponderada com a massa

específica e influenciada principalmente pelas propriedades do líquido. Outra expressão é dada usando o modelo de fases separadas e o parâmetro de Lockhart-Martinelli X_{TT} (Shoham, 2006). A expressão é dada na Eq. (2.27) e possui duas constantes desconhecidas n e C . Diversos autores fizeram suas propostas para as constantes n e C , tais como Dengler e Adoms (1956) e Collier e Pulling (1962).

Alguns autores tentaram incluir nas expressões as variáveis do escoamento bifásico como as velocidades superficiais e a fração de vazio (Shoham, 2006). Dorresteiijn (1970) encontrou uma relação para escoamento vertical em função da fração de vazio, apresentada na Eq. (2.28). Outra expressão também para escoamento vertical foi dada por Rezkallah e Sims em função da velocidade superficial e do número de Prandtl na Eq. (2.30). Ambos os autores concordam que as expressões devem ser diferentes dependendo se o regime de escoamento for laminar ou turbulento.

Em estudos mais recentes, Kim e Ghajar (2001) apresentaram uma correlação mais geral, já considerando os padrões de escoamento. Eles propuseram uma correlação única, onde as constantes da Eq. (2.32) C , m , n , p e q dependem do padrão do escoamento. Logo depois, os autores aprimoraram sua correlação em Kim e Ghajar (2006) com um fator de padrão de escoamento e unificaram todos esses coeficientes em um só. As constantes e as correspondentes faixas de emprego podem ser encontradas em Kim e Ghajar (2006).

Na Tabela 2-2 são apresentadas as correlações encontradas por vários autores para o coeficiente de transferência de calor onde X é o título, Re_{jL} representa o número de Reynolds calculado com a velocidade superficial do líquido. F_p é o fator de padrão. Os índices significam: TP duas fases (*two phase*), L propriedades do líquido, G propriedades do gás, NS não deslizamento (*no slip*). Pode-se observar que a maioria das correlações são adimensionalizadas com o coeficiente de transferência de calor do líquido, com o qual pode-se deduzir que o líquido tem maior influência na transferência de calor. Mais correlações e detalhes sobre o cálculo são apresentados no apêndice A.

Tabela 2-2 – Expressões para o coeficiente de transferência de calor bifásico.

Autor	Coeficiente de transferência de calor	Equação
DeGance e Atherton 1970	$Nu_{NS} = \frac{h_{NS} D}{k_{NS}} = 0,023 Re_{NS}^{0,8} Pr_{NS}^{1/3}$	(2.25)
Davis e Davis 1964	$\frac{h_{TP} d}{k_L} = 0,06 \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{0,28} \left(\frac{D \dot{m} X}{A \mu_L} \right)^{0,28} Pr_L^{0,4}$	(2.26)
Shoham, 2006	$\frac{h_{TP}}{h_L} = C \left(\frac{1}{X_{TT}} \right)^n$ $X_{TT} = \left(\frac{1-X}{X} \right)^{0,9} \left(\frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0,5} \left(\frac{\mu_L}{\mu_G} \right)^{0,1}$	(2.27)
Doresteijin 1970	$\frac{h_{TP}}{h_L} = (1 - R_G)^{-1/3} \quad \text{para } Re_{jL} \leq 2000$ $\frac{h_{TP}}{h_L} = (1 - R_G)^{-0,8} \quad \text{para } Re_{jL} > 2000$	(2.28)
Shah 1981	$\frac{h_{TP}}{h_L} = \left(1 + \frac{j_G}{j_L} \right)^{0,25}$ <i>Laminar</i> : $Nu_L = 1,86 (Re_{jL} Pr_L D / L)^{1/3} (\mu_m / \mu_w)^{0,14}$ <i>Turbulento</i> : $Nu_L = 0,023 Re_{jL}^{0,8} Pr_L^{0,4} (\mu_m / \mu_w)^{0,14}$	(2.29)
Rezkallah e Sims 1987	$\frac{h_{TP}}{h_L} = 1 + 4 \left(\frac{j_G}{j_L} \right)^{0,25} Pr^{-0,23} \quad \text{para } Re_{jL} \leq 2000$ $\frac{h_{TP}}{h_L} = \left(\frac{1}{1 - R_G} \right)^{0,9} \quad \text{para } Re_{jL} > 2000$	(2.30)
Camargo 1991	$h_{TP} = h_{LS} \frac{L_S}{L_U} + \left(\frac{h_{LB} S_{LB} + h_{GB} S_{GB}}{\pi D} \right) \frac{L_B}{L_U} \quad \text{para TEC}$ $\frac{1}{h_{TP}} = \frac{1}{h_{LS}} \frac{L_S}{L_U} \left(\frac{\pi D}{h_{LB} S_{LB} + h_{GB} S_{GB}} \right) \frac{L_B}{L_U} \quad \text{para FCC}$	(2.31)
Kim e Ghajar 2006	$\frac{h_{TP}}{h_L} = F_p \left\{ 1 + C \left[\left(\frac{X}{1-X} \right)^m \left(\frac{1-F_p}{F_p} \right)^n \left(\frac{Pr_G}{Pr_L} \right)^p \left(\frac{\mu_G}{\mu_L} \right)^q \right] \right\}$	(2.32)

2.5 Equações constitutivas

Sendo o escoamento em golfadas um fenômeno complexo, a quantidade de variáveis a serem determinadas é grande. Nesse sentido, são necessárias algumas relações adicionais que ajudam a reduzir o número de incógnitas. Essas relações são chamadas equações constitutivas e normalmente são produto de estudos experimentais.

2.5.1 Velocidade de translação da bolha alongada

Como a maior parte da fase gasosa encontra-se na bolha alongada de gás, o conhecimento detalhado da dinâmica deste elemento é fundamental para descrever corretamente a física do escoamento em golfadas. Diversas pesquisas concluíram que a velocidade de translação de uma bolha é resultado de dois fenômenos: a força de empuxo e o movimento do líquido. Segundo Omgba (2006) seu cálculo pode ser realizado através da superposição da velocidade de propagação das bolhas em um meio estagnado (*drift velocity*) e uma contribuição da velocidade de mistura (J). Nicklin *et al.* (1962) propôs a relação na Eq. (2.33) para escoamento vertical, que foi logo estendida para o caso geral.

$$U_T = C_0 J + C_\infty \sqrt{gD} \quad (2.33)$$

sendo C_0 e C_∞ duas constantes cuja determinação foi objeto de pesquisa de vários autores (Nicklin *et al.* (1962), Bendiksen (1984), entre outros). O primeiro termo da Eq. (2.33) é a contribuição da velocidade da mistura. O segundo termo é a velocidade que a bolha teria se estivesse em um meio estagnado.

Bendiksen (1984) encontrou que os coeficientes C_0 e C_∞ dependem em maior escala do número de Froude (Fr) e do número de Reynolds (Re); e em menor escala da tensão superficial (σ) e do ângulo de inclinação (β). Mazza *et al.* (2010) analisou as diferentes correlações para C_0 e C_∞ e propôs uma correlação com a influência de todos os parâmetros propostos por Bendiksen (1984). Os coeficientes propostos são apresentados na Tabela 2-3.

Tabela 2-3 – Coeficientes para a velocidade de translação da bolha

		C_0	C_∞
$Re_m \geq 2000$	$Fr_m \geq 3,5$	1,2	$\frac{0,345}{(1 + 3805 / Eo^{3,06})^{0,58}} \text{sen}\beta$
	$Fr_m < 3,5$	1,0	$\left(0,542 - \frac{1,76}{Eo^{0,56}}\right) \text{cos}\beta + \frac{0,345}{(1 + 3805 / Eo^{3,06})^{0,58}} \text{sen}\beta$
$Re_m < 2000$		2,0	$\left(0,542 - \frac{1,76}{Eo^{0,56}}\right) \text{cos}\beta + \frac{0,345}{(1 + 3805 / Eo^{3,06})^{0,58}} \text{sen}\beta$

sendo Fr_m o número de Froude da mistura calculado em função da velocidade da mistura $Fr_m = J / \sqrt{gD}$, Re_m o número de Reynolds $Re_m = \rho_L JD / \mu_L$ e Eo o número de Eötvös $Eo = (\rho_L - \rho_G) gD^2 / \sigma$.

A correlação apresentada na Eq. (2.33) é para o caso de uma única bolha escoando em um meio líquido. Porém, em uma sequência de bolhas a esteira da bolha precedente pode influenciar a bolha seguinte, o qual pode ser quantificado por um fator de esteira $\#$ (Rodrigues, 2009). Então a correlação para a velocidade de translação da bolha é dada pela Eq. (2.34).

$$U_T = (C_0 J + C_\infty \sqrt{gD})(1 + \#) \quad (2.34)$$

O fator de esteira é calculado a partir da expressão $\# = a_w \exp(-b_w L_S / D)$ onde a_w e b_w são constantes de ajuste experimentais e dependem do tipo de fluido e da inclinação do duto. Rodrigues (2009) utilizou $a_w=0,4$ e $b_w=1,0$ para escoamento ar-água em dutos horizontais. Porém, o efeito da esteira depende do tipo de fluido utilizado, sendo menor para fluidos mais viscosos onde o fator de esteira utilizado deve ser zero (Pachas, 2011).

2.5.2 Velocidade de translação das bolhas dispersas

A velocidade de translação das bolhas dispersas no pistão segue o mesmo conceito da bolha alongada e pode ser assumida como uma superposição entre a

velocidade da mistura e a velocidade *drift*. Então, a velocidade das bolhas dispersas pode ser expressa como:

$$U_{GS} = J + U_{DS} \quad (2.35)$$

sendo U_{DS} a velocidade de elevação das bolhas em um meio estagnado. Taitel e Barnea (1990b) propuseram calcular U_{DS} através da equação de Harmathy (1960) para bolhas relativamente grandes e deformáveis:

$$U_{DS} = 1,54 \left[\sigma g \frac{(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right]^{1/4} R_{LS}^{0,5} \text{sen} \beta \quad (2.36)$$

Além disso, aplica-se a Eq. (2.7) à região do pistão:

$$J = U_{LS} R_{LS} + U_{GS} (1 - R_{LS}) \quad (2.37)$$

A velocidade de translação das bolhas pode ser expressa combinando a Eq. (2.37) com a Eq. (2.35). Assim, obtém-se:

$$U_{GS} = U_{LS} + \frac{U_{DS}}{R_{LS}} \quad (2.38)$$

2.5.3 Fração de líquido no pistão

Um parâmetro importante na modelagem do escoamento em golfadas é a fração de volume de líquido no pistão. Fisicamente representa a razão em volume de líquido no pistão líquido sem quantificar as bolhas dispersas, sendo igual à unidade para um pistão não aerado.

Rosa e Altemani (2006) observaram em seus estudos experimentais que no escoamento horizontal quase não existem bolhas dispersas no pistão, no entanto, no escoamento vertical o pistão contém uma alta quantidade de bolhas. Assim, pode-se deduzir que a fração de líquido depende do ângulo de inclinação.

Segundo Rodrigues (2009), esse fenômeno acontece porque no escoamento vertical a velocidade do filme é oposta à velocidade do pistão. No momento que o líquido que se encontrava no filme passa ao pistão ocorre uma grande agitação que

remove pequenas porções de gás da bolha alongada, formando bolhas dispersas no pistão.

Correlações baseadas em estudos experimentais foram desenvolvidas por diversos autores. Algumas delas são apresentadas em Omgba (2004).

Malnes (1982) propôs uma relação para escoamento horizontal em função dos números de Eötvös e Froude da mistura:

$$R_{LS} = 1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{83}{Fr_m Eo^{0.25}} \right)} \quad (2.39)$$

Andreussi e Bendiksen (1989) pesquisaram a influência do diâmetro e a inclinação do tubo e desenvolveram a correlação seguinte:

$$R_{LS} = \frac{F_0 + F_1}{Fr_m + F_1} \quad (2.40)$$

sendo F_0 e F_1 dados pelas seguintes expressões.

$$F_0 = \max \left[0; 2,6 \left(1 - 2 \left(\frac{0.025}{D} \right)^2 \right) \right] \quad F_1 = 2400 \left(1 - \frac{\text{sen}\beta}{3} \right) Eo^{-3/4} \quad (2.41)$$

2.5.4 Tensão de cisalhamento e fator de atrito

As expressões para a tensão de cisalhamento são dadas em função do fator de atrito de Fanning. Como cada componente da célula unitária possui velocidades e áreas transversais diferentes, os números de Reynolds e os diâmetros hidráulicos serão diferentes para cada região. Taitel e Barnea (1990a) propuseram calcular esses parâmetros de acordo com as expressões apresentadas na Tabela 2-4.

O coeficiente de atrito utilizado nas expressões das tensões de cisalhamento é a correlação de Hall (1957) para dutos com superfície rugosa. Essa correlação também foi utilizada no modelo de Taitel e Barnea (1990a):

$$\begin{aligned}
 \text{Se } Re_F > 2000 \rightarrow f_F &= 0,001375 \left[1 + \left(2 \cdot 10^4 \frac{\varepsilon}{D_F} + \frac{10^6}{Re_F} \right)^{1/3} \right] \\
 \text{Se } Re_F \leq 2000 \rightarrow f_F &= \frac{16}{Re_F}
 \end{aligned}
 \tag{2.42}$$

onde o índice F pode indicar pistão (LS), filme (LB) ou bolha (GB).

Tabela 2-4 – Tensão de cisalhamento, diâmetro hidráulico e número de Reynolds.

	Pistão	Filme	Bolha
Tensões de Cisalhamento	$\tau_{LS} = f_{LS} \frac{\rho_L U_{LS}^2}{2}$	$\tau_{LB} = f_{LB} \frac{\rho_L U_{LB}^2}{2}$	$\tau_{GB} = f_{GB} \frac{\rho_G U_{GB}^2}{2}$
Diâmetro Hidráulico	$D_{LS} = D$	$D_{LB} = 4 \frac{R_{LB} A}{S_{LB}}$	$D_{GB} = 4 \frac{R_{GB} A}{S_{GB} + S_i}$
Número de Reynolds	$Re_{LS} = \frac{\rho_L U_{LS} D}{\mu_L}$	$Re_{LB} = \frac{\rho_L U_{LB} D_{LB}}{\mu_L}$	$Re_{GB} = \frac{\rho_G U_{GB} D_{GB}}{\mu_G}$

A tensão de cisalhamento e o fator de atrito na interface são dados por:

$$\tau_i = f_i \rho_G \frac{(U_{GB} - U_{LB}) |U_{GB} - U_{LB}|}{2} \quad ; \quad f_i = 0,014
 \tag{2.43}$$

O perímetro molhado do filme S_{LB} , utilizado na equação da quantidade de movimento, é calculado usando a proposta de Fagundes Netto (1999)

$$\frac{S_{LB}}{\pi D} = \begin{cases} 1, & \text{se } \beta \sim 90^\circ \\ 0,5269 R_{LB} + 0,2365, & \text{se } \beta \sim 0^\circ \end{cases}
 \tag{2.44}$$

2.6 Comentários finais

Neste capítulo foi apresentada uma revisão da literatura existente sobre escoamento em golfadas e sobre o escoamento bifásico com transferência de calor a fim de fornecer uma base teórica sólida para o desenvolvimento do projeto. Nesta revisão foi observado que as abordagens da transferência de calor no escoamento em golfadas são principalmente experimentais e se limitam ao estudo do coeficiente

de transferência de calor bifásico. Existem poucos estudos utilizando balanço de energia com o objetivo de prever o comportamento da temperatura. Por outro lado, o modelo hidrodinâmico de seguimento de pistões proposto por Rodrigues (2009) apresenta uma base teórica consistente mostrando eficiência e rapidez no cálculo do escoamento. Nesse cenário, o presente trabalho implementará o balanço de energia no modelo de Rodrigues (2009) e os efeitos da troca de calor nos parâmetros hidrodinâmicos. A seguir, no Capítulo 3, será apresentada a modelagem matemática proposta para resolver o problema em questão.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Esse capítulo apresenta a formulação matemática do escoamento em golfadas com transferência de calor. Na primeira parte serão descritos aspectos gerais em relação ao modelo de seguimento de pistões e à configuração dos volumes de controle utilizados. Em seguida, serão realizados os balanços de massa e quantidade de movimento baseados no modelo hidrodinâmico proposto por Rodrigues (2009). Na sequência, são efetuados os balanços de energia para obter as equações diferenciais governantes da transferência de calor. Finalmente, serão apresentadas equações auxiliares para modelar o deslocamento da frente e da traseira da bolha, a velocidade do filme líquido, a coalescência, assim como parâmetros térmicos importantes como o coeficiente de transferência de calor bifásico e a temperatura da mistura.

3.1 Considerações gerais sobre a modelagem matemática

A mistura bifásica líquido-gás escoa por uma tubulação horizontal de seção transversal constante e circular. O padrão de escoamento existente é de golfadas e apresenta pistões aerados, como mostrado na Figura 3-1. O duto encontra-se submetido às condições externas que transferem calor à mistura bifásica escoando no interior. Apesar de considerar a troca de calor, os fluidos encontram-se afastados da região de saturação, portanto não ocorre mudança de fase.

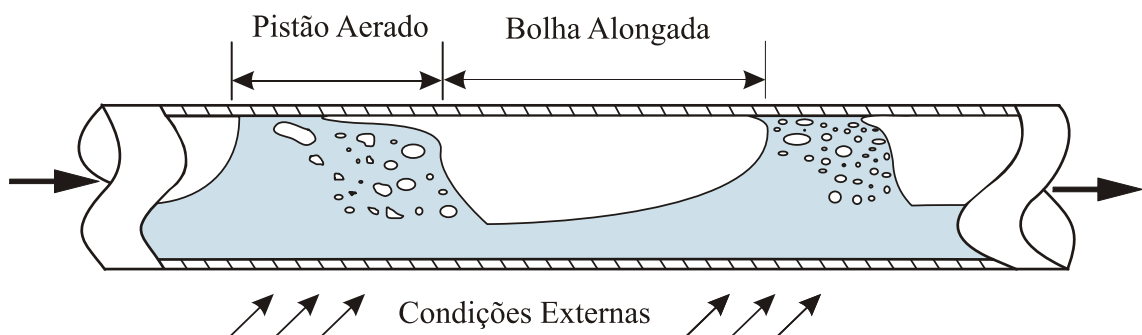


Figura 3-1 – Geometria do problema em estudo.

O problema é modelado matematicamente considerando escoamento unidimensional em regime transitório. O modelo matemático leva em conta a variação espaço-temporal das frações de vazio no pistão e na bolha, das velocidades, da pressão e da temperatura. O sistema de referência escolhido é um sistema lagrangeano que se move junto com a célula unitária. As hipóteses para a simplificação das equações do problema são:

- Os fluidos são considerados newtonianos, sendo o líquido incompressível e o gás ideal.
- A traseira da bolha é considerada reta.
- O líquido no filme está completamente estratificado apresentando uma interface plana na seção transversal entre o líquido e o gás (Figura 2-3a).
- A fração volumétrica de líquido ao longo do pistão é uniforme.
- A fração de gás e líquido na região da bolha é considerada constante (i.e. que pode ser representado por uma bolha retangular).
- A pressão é uniforme em uma seção transversal, portanto a pressão da bolha será igual à do filme. A pressão é uniforme ao longo da bolha, portanto a queda de pressão nessa região é nula (Figura 3-2) (Dukler e Hubbard, 1975).

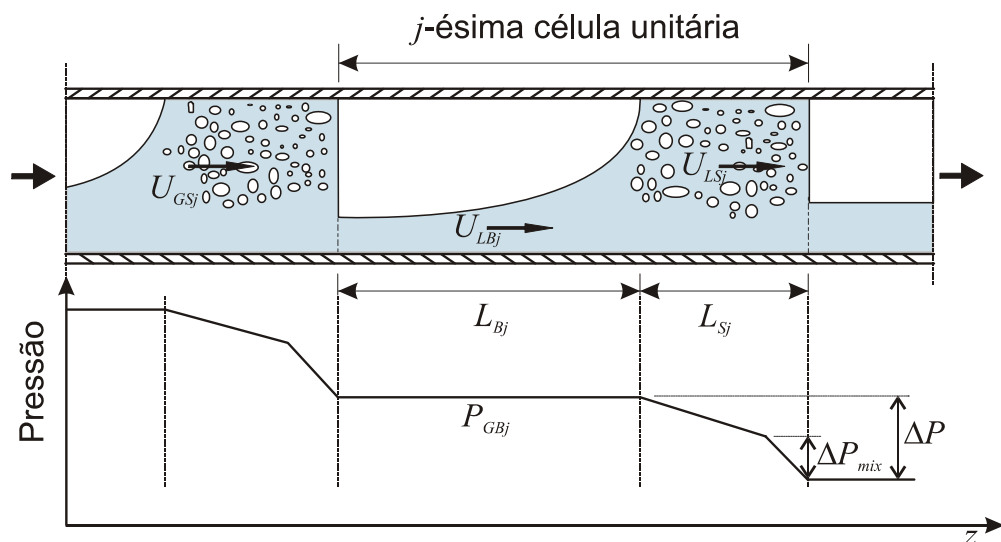


Figura 3-2 – Célula unitária j e configuração da pressão.

A fim de estabelecer um modelo de baixo custo computacional, a formulação integral das equações de conservação é utilizada. Em contraste com a formulação diferencial, a formulação integral utiliza valores médios ao invés de valores locais e instantâneos. Nesse cenário, consideram-se parâmetros médios em cada componente da célula unitária que variam no tempo. De forma geral, um modelo lagrangeano para escoamento em golfadas que utiliza parâmetros médios é chamado de modelo de seguimento de pistões ou em inglês, *slug tracking*.

As equações de balanço serão aplicadas para cada uma das fases no interior das componentes da célula unitária: o filme líquido, a bolha alongada e o pistão aerado. A unidade a ser analisada é a j -ésima célula unitária observada na Figura 3-2, a qual é composta pelas seguintes regiões:

- O líquido do pistão aerado, indicado pelo índice LS (*liquid slug*)
- O gás no pistão, indicado pelo índice GS (*gas in slug*)
- A bolha alongada de gás, indicado pelo índice GB (*gas bubble*)
- O filme líquido, indicado pelo índice LB como líquido na região da bolha alongada (*liquid in the bubble region*)

Assim, por exemplo, U_{GB} é a velocidade da bolha alongada e U_{LB} é a velocidade do filme. O índice j indica o número de célula unitária, o qual aumenta na direção do escoamento. Assim, caso se avalie a célula j , a célula na sua frente será $j+1$. Por exemplo, os comprimentos L_{Sj} e L_{Bj} denotam comprimento do pistão e comprimento da bolha da j -ésima célula unitária, respectivamente.

Antes de aplicar as equações de balanço, as fronteiras dos volumes de controle para cada elemento devem ser estabelecidas. É importante ressaltar que a complexidade da solução do problema dependerá da boa escolha dos volumes de controle. Nesse sentido, para evitar analisar as interfaces nas fronteiras do líquido-gás, as fronteiras dos volumes de controle são dispostas dentro dos pistões, como observado na Figura 3-3.

Os volumes de controle são apresentados na Figura 3-3. O volume de controle envolvendo o pistão tem suas fronteiras axiais dadas pelas superfícies x_j e y_j que se encontram totalmente dentro do pistão j . O volume de controle envolvendo a bolha e o filme tem como suas fronteiras axiais, as superfícies y_j e x_{j-1} que se encontram dentro dos pistões j e $j-1$, respectivamente. Nota-se que a fronteira lateral, dada pela

parede da tubulação, permanece fixa e não existe transporte de massa através dessa superfície de controle.

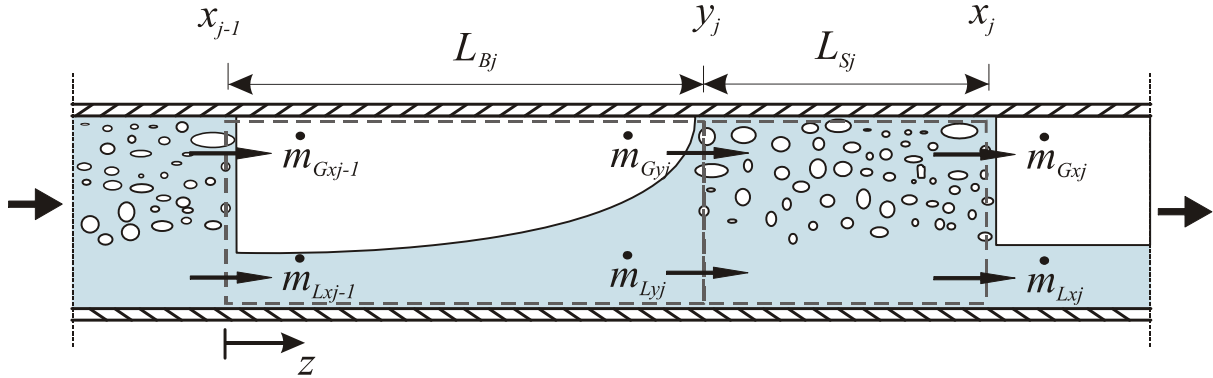


Figura 3-3 – Volumes e superfícies de controle para a j-ésima célula unitária.

A equação geral de balanço a ser utilizada é a equação de transporte de Reynolds dada pela Eq. (3.1), escrita na forma geral para volumes de controle móveis e deformáveis:

$$\left. \frac{dN}{dt} \right|_{Sist} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_C} \eta \rho dV + \int_{SC} \eta \rho \vec{V}_r \cdot d\vec{A} \quad (3.1)$$

sendo η e N as propriedades intensiva e extensiva, respectivamente, as quais dependerão da equação de balanço utilizada. ρ é a massa específica do fluido, \vec{V}_r é a velocidade relativa em relação ao sistema de referência e \vec{A} , um vetor de magnitude igual à área transversal com sua direção normal ao escoamento.

O termo da esquerda da Eq. (3.1) refere-se à taxa de variação da propriedade N no sistema, o primeiro termo à direita do sinal de igualdade é a taxa de variação de η no interior do volume de controle e o último termo é o fluxo líquido da propriedade η através das superfícies de controle. Na sequência, serão realizados os balanços de massa, quantidade de movimento e energia para os volumes de controle apresentados.

3.2 Balanço de massa

A equação de balanço de massa na forma integral é dada pela Eq. (3.1) quando η é igual a um. Pela hipótese de escoamento unidimensional, o produto escalar $\vec{V}_r \cdot d\vec{A}$ será simplesmente $V_r dA$. Assim, o balanço de massa para um escoamento sem mudança de fase é dado por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} \rho dV + \int_{SC} \rho V_r dA = 0 \quad (3.2)$$

O primeiro termo da Eq. (3.2) é o acúmulo de massa no interior do volume de controle. O segundo termo representa os fluxos de massa através das superfícies de controle. Nesse sentido, os fluxos de massa podem ser expressos segundo as seguintes expressões, cujos detalhes serão apresentados nos balanços respectivos:

$$\dot{m}_{Lxj} \equiv \rho_L AR_{LSxj} \left(U_{LSxj} - \frac{dx_j}{dt} \right) \quad (3.3)$$

$$\dot{m}_{Lyj} \equiv \rho_L AR_{LSyj} \left(U_{LSyj} - \frac{dy_j}{dt} \right) \quad (3.4)$$

$$\dot{m}_{Gxj} \equiv \rho_{GBj} AR_{GSxj} \left(U_{GSxj} - \frac{dx_j}{dt} \right) \quad (3.5)$$

$$\dot{m}_{Gyj} \equiv \rho_{GBj} AR_{GSyj} \left(U_{GSyj} - \frac{dy_j}{dt} \right) \quad (3.6)$$

onde A é a área da seção transversal do duto, ρ_L a massa específica do líquido, ρ_{GBj} a massa específica do gás. Deve-se ressaltar que ρ_L é constante, mas ρ_{GBj} é variável com o tempo.

As equações (3.3) e (3.4) referem-se aos fluxos de líquido através das superfícies x_j e y_j respectivamente, observados na Figura 3-3. Nota-se que os índices dos parâmetros avaliados fazem referência às superfícies de controle x e y . Assim, para o fluxo mássico de líquido na superfície x_j , a velocidade do pistão é U_{LSxj}

e a fração de vazio é R_{LSxj} . A velocidade das superfícies de controle x e y são denominadas dx/dt e dy/dt , respectivamente. Da mesma forma para os fluxos mássicos de gás. A seguir, será realizado o balanço de massa de cada fase em cada região. Por fim, as equações resultantes dos balanços serão acopladas em uma equação apenas.

3.2.1 Balanço de massa de líquido no pistão

A equação (3.2) é aplicada ao pistão, que se encontra entre as superfícies y_j e x_j como pode ser observado na Figura 3-3. A velocidade relativa é expressa em função da velocidade absoluta U , em relação às velocidades das fronteiras dx/dt e dy/dt . As áreas são expressas em função da área total e das respectivas frações volumétricas. O balanço de massa de líquido no pistão é expresso por:

$$\frac{d}{dt}(\rho_L AR_{LSj}L_{Sj}) + \rho_L AR_{LSxj} \left(U_{LSxj} - \frac{dx_j}{dt} \right) - \rho_L AR_{LSyj} \left(U_{LSyj} - \frac{dy_j}{dt} \right) = 0 \quad (3.7)$$

sendo R_{LSj} a fração de líquido no pistão da célula unitária j . O comprimento do pistão L_{Sj} pode ser expresso em função das fronteiras x e y :

$$L_{Sj} = x_j - y_j \quad (3.8)$$

É assumido que a fração de líquido é uniforme ao longo do pistão, então:

$$R_{LSxj} \approx R_{LSyj} \approx R_{LSj} \quad (3.9)$$

Substituindo a Eq. (3.9) na Eq. (3.7), rearranjando e dividindo por $\rho_L A$ resulta em:

$$U_{LSxj} - U_{LSyj} = - \frac{L_{Sj}}{R_{LSj}} \frac{dR_{LSj}}{dt} \quad (3.10)$$

A Eq. (3.10) é uma relação entre as velocidades do líquido nas superfícies de controle x_j e y_j . Para relacionar essas velocidades com a velocidade média no pistão, Rodrigues (2009) assume uma variação linear da velocidade ao longo do pistão. Assim, a velocidade média do pistão é uma média aritmética entre as velocidades nas superfícies:

$$U_{LSj} = \frac{U_{LSxj} + U_{LSyj}}{2} \quad (3.11)$$

Das Eqs. (3.10) e (3.11) pode-se obter expressões explícitas para U_{LSxj} e U_{LSyj} em função de U_{LSj} :

$$U_{LSxj} = U_{LSj} - \frac{L_{Sj}}{2R_{LSj}} \frac{dR_{LSj}}{dt} \quad (3.12)$$

$$U_{LSyj} = U_{LSj} + \frac{L_{Sj}}{2R_{LSj}} \frac{dR_{LSj}}{dt} \quad (3.13)$$

De acordo com as Eqs. (3.12) e (3.13), a velocidade do líquido ao longo do pistão varia devido à taxa de variação no tempo da fração do líquido. A seguir, uma análise semelhante será realizada para o gás contido no pistão.

3.2.2 Balanço de massa de gás no pistão

Aplicando a Eq. (3.2) ao gás contido no pistão da Figura 3-3, considerando o gás com massa específica variável, obtém-se:

$$\frac{d}{dt}(\rho_{GSj} AR_{GSj} L_{Sj}) + \rho_{GSxj} AR_{GSxj} \left(U_{GSxj} - \frac{dx_j}{dt} \right) - \rho_{GSyj} AR_{GSyj} \left(U_{GSyj} - \frac{dy_j}{dt} \right) = 0 \quad (3.14)$$

A massa específica do gás é considerada uniforme para uma célula unitária, mas variável com o tempo. Assim, a massa específica do gás no pistão é considerada igual à massa específica do gás na bolha alongada:

$$\rho_{GSj} \approx \rho_{GBj} \approx \rho_{GSxj} \approx \rho_{GSyj} \quad (3.15)$$

As expressões em (3.8), (3.9) e (3.15) são utilizadas na Eq. (3.14), os termos transientes são desenvolvidos e a expressão resultante é dividida por $\rho_{GBj} A$. Desta forma, é obtida a Eq. (3.16).

$$U_{GSxj} - U_{GSyj} = L_{Sj} \left[\frac{1}{(1-R_{LSj})} \frac{dR_{LSj}}{dt} - \frac{1}{\rho_{GBj}} \frac{d\rho_{GBj}}{dt} \right] \quad (3.16)$$

Neste caso, também é utilizada a aproximação da média aritmética de Rodrigues (2009) para a velocidade média do gás no pistão:

$$U_{GSj} = \frac{U_{GSxj} + U_{GSyj}}{2} \quad (3.17)$$

Assim, são obtidas as expressões (3.18) e (3.19) para as velocidades do gás no pistão nas fronteiras x_j e y_j :

$$U_{GSxj} = U_{GSj} + \frac{L_{Sj}}{2} \left[\frac{1}{1-R_{LSj}} \frac{dR_{LSj}}{dt} - \frac{1}{\rho_{GBj}} \frac{d\rho_{GBj}}{dt} \right] \quad (3.18)$$

$$U_{GSyj} = U_{GSj} - \frac{L_{Sj}}{2} \left[\frac{1}{1-R_{LSj}} \frac{dR_{LSj}}{dt} - \frac{1}{\rho_{GBj}} \frac{d\rho_{GBj}}{dt} \right] \quad (3.19)$$

Das Eq. (3.18) e (3.19) pode-se deduzir que além da variação da fração volumétrica, a compressão do gás também influi na variação da velocidade do gás dentro do pistão.

3.2.3 Balanço de massa de líquido no filme

O volume de controle para o balanço de massa no filme é mostrado na Figura 3-3. Nota-se que as superfícies de controle escolhidas como limite do volume de controle estão fora do domínio da bolha, portanto a fração de gás R_G é avaliada nas fronteiras pertencentes aos pistões adjacentes. Dessa forma, tem-se:

$$\frac{d}{dt}(\rho_L AR_{LBj} L_{Bj}) + \rho_L AR_{LSyj} \left(U_{LSyj} - \frac{dy_j}{dt} \right) - \rho_L AR_{LSxj-1} \left(U_{LSxj-1} - \frac{dx_{j-1}}{dt} \right) = 0 \quad (3.20)$$

sendo R_{LBj} a fração volumétrica média de líquido no filme. O comprimento L_{Bj} pode ser expresso em função das superfícies x e y :

$$L_{Bj} = y_j - x_{j-1} \quad (3.21)$$

Derivando a Eq. (3.21), dividindo a Eq. (3.20) por $\rho_L A$, assumindo a aproximação em (3.9) e substituindo as equações (3.12) e (3.13) na Eq. (3.20), tem-se:

$$R_{LBj} \left(\frac{dy_j}{dt} - \frac{dx_{j-1}}{dt} \right) + L_{Bj} \frac{dR_{LBj}}{dt} + R_{LSj} \left(U_{LSj} + \frac{L_{Sj}}{2R_{LSj}} \frac{dR_{LSj}}{dt} - \frac{dy_j}{dt} \right) - R_{LSj-1} \left(U_{LSj-1} - \frac{L_{Sj-1}}{2R_{LSj-1}} \frac{dR_{LSj-1}}{dt} - \frac{dx_{j-1}}{dt} \right) = 0 \quad (3.22)$$

Rearranjando a Eq. (3.22) obtém-se:

$$\begin{aligned} & (R_{LSj} - R_{LBj}) \frac{dy_j}{dt} - (R_{LSj-1} - R_{LBj}) \frac{dx_{j-1}}{dt} - L_{Bj} \frac{dR_{LBj}}{dt} - \frac{L_{Sj}}{2} \frac{dR_{LSj}}{dt} - \frac{L_{Sj-1}}{2} \frac{dR_{LSj-1}}{dt} = \\ & = R_{LSj} U_{LSj} - R_{LSj-1} U_{LSj-1} \end{aligned} \quad (3.23)$$

3.2.4 Balanço de massa de gás na bolha alongada

Aplicando a equação de balanço de massa à bolha de gás, obtém-se:

$$\frac{d}{dt} (\rho_{GBj} A R_{GBj} L_{Bj}) + \rho_{GBj} A R_{GSyj} \left(U_{GSyj} - \frac{dy_j}{dt} \right) - \rho_{GBj} A R_{GSxj-1} \left(U_{GSxj-1} - \frac{dx_{j-1}}{dt} \right) = 0 \quad (3.24)$$

sendo R_{GBj} a fração volumétrica média de gás na bolha alongada.

Considerando a hipótese (3.15), a derivada na Eq. (3.24) é desenvolvida e a expressão obtida é dividida por $\rho_{GBj} A$. Assim, obtém-se:

$$R_{GBj} \frac{dL_{Bj}}{dt} + L_{Bj} \frac{dR_{GBj}}{dt} + \frac{L_{Bj} R_{GBj}}{\rho_{GBj}} \frac{d\rho_{GBj}}{dt} + R_{GSj} \left(U_{GSyj} - \frac{dy_j}{dt} \right) - R_{GSj-1} \left(U_{GSxj-1} - \frac{dx_{j-1}}{dt} \right) = 0 \quad (3.25)$$

Rearranjando a Eq. (3.25), expressando as frações de gás R_G em função de frações de líquido $R_L = 1 - R_G$, e substituindo as Eqs. (3.18) e (3.19) tem-se:

$$\begin{aligned} & (R_{LSj} - R_{LBj}) \frac{dy_j}{dt} - (R_{LSj-1} - R_{LBj}) \frac{dx_{j-1}}{dt} - L_{Bj} \frac{dR_{LBj}}{dt} - \frac{L_{Sj}}{2} \frac{dR_{LSj}}{dt} - \frac{L_{Sj-1}}{2} \frac{dR_{LSj-1}}{dt} = \\ & = -L_{Bj} \frac{R_{GBj}}{\rho_{GBj}} \frac{d\rho_{GBj}}{dt} - \frac{L_{Sj}}{2} \frac{R_{GSj}}{\rho_{GBj}} \frac{d\rho_{GBj}}{dt} - \frac{L_{Sj-1}}{2} \frac{R_{GSj-1}}{\rho_{GBj-1}} \frac{d\rho_{GBj-1}}{dt} + R_{GSj-1} U_{GSj-1} - R_{GSj} U_{GSj} \end{aligned} \quad (3.26)$$

3.2.5 Equações acopladas

As equações resultantes do balanço de líquido no pistão, (3.12) e (3.13), foram acopladas no balanço de líquido no filme. Por sua vez, as equações do balanço de gás no pistão, (3.18) e (3.19), foram acopladas no balanço de gás na bolha alongada. A seguir, os balanços no filme e na bolha, (3.23) e (3.26), serão acoplados em uma equação apenas. Considerando que o lado esquerdo das Eq. (3.23) e (3.26) são iguais, pode-se escrever:

$$R_{LSj}U_{LSj} - R_{LSj-1}U_{LSj-1} = -L_{Bj} \frac{R_{GBj}}{\rho_{GBj}} \frac{d\rho_{GBj}}{dt} - \frac{L_{Sj}}{2} \frac{R_{GSj}}{\rho_{GBj}} \frac{d\rho_{GBj}}{dt} - \frac{R_{GSj-1}}{\rho_{GBj-1}} L_{Sj-1} \frac{d\rho_{GBj-1}}{dt} + R_{GSj-1}U_{GSj-1} - R_{GSj}U_{GSj} \quad (3.27)$$

Na Eq. (3.27) podem ser observadas as derivadas da massa específica das células unitárias j e $j-1$. Porém, as taxas de variação no tempo das massas específicas podem ser consideradas iguais para células unitárias adjacentes. Dessa forma, é possível fazer a seguinte aproximação:

$$\frac{d\rho_{GBj-1}}{dt} \approx \frac{d\rho_{GBj}}{dt} \quad (3.28)$$

Além disso, a velocidade média do gás no pistão pode ser expressa em função da velocidade média do líquido no pistão, através da expressão deduzida no capítulo 2, Eq. (2.38), reescrita aqui por conveniência:

$$U_{GSj} = U_{LSj} + \frac{U_{DSj}}{R_{LSj}} \quad (3.29)$$

A massa específica do gás varia com a pressão e a temperatura. De forma particular, a equação de estado de gás ideal, Eq. (2.17), poder ser derivada para obter a seguinte expressão:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\rho}{P} \frac{dP}{dt} - \frac{\rho}{T} \frac{dT}{dt} \quad (3.30)$$

Finalmente, considerando as equações (3.28), (3.29) e (3.30) na Eq. (3.27), obtém-se:

$$U_{LSj-1} - U_{LSj} = \left(\frac{1 - R_{LSj}}{R_{LSj}} \right) U_{DSj} - \left(\frac{1 - R_{LSj-1}}{R_{LSj-1}} \right) U_{DSj-1} + \left(\frac{1}{P_{GBj}} \frac{dP_{GBj}}{dt} - \frac{1}{T_{GBj}} \frac{dT_{GBj}}{dt} \right) \times \quad (3.31)$$

$$\times \left[L_{Bj} (1 - R_{LBj}) + \frac{L_{Sj}}{2} (1 - R_{LSj}) + \frac{L_{Sj-1}}{2} (1 - R_{LSj-1}) \frac{\rho_{GBj}}{\rho_{GBj-1}} \right]$$

A Eq. (3.31) representa o balanço de massa total na célula unitária. Nota-se que se trata de uma equação diferencial ordinária cuja variável independente é o tempo. A diferença entre as velocidades dos pistões adjacentes se deve à expansão da bolha entre esses pistões e à diferença de velocidades das bolhas dispersas nos pistões.

3.3 Balanço de quantidade de movimento

O balanço da quantidade de movimento será realizado somente na região do pistão já que a quantidade de movimento do gás a baixas pressões é desprezível por sua baixa massa específica em comparação com o líquido (Wallis, 1969). A equação de balanço de quantidade de movimento na forma integral na direção z é dada pela Eq. (3.1) avaliando a propriedade η como a velocidade absoluta U .

$$\sum F = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} U \rho d\forall + \int_{SC} U \rho V_r \cdot dA \quad (3.32)$$

A equação (3.32) é aplicada ao volume de controle do pistão na Figura 3-3 considerando somente a fase líquida. O desenvolvimento da Eq. (3.32) será apresentado em duas partes: os termos do lado direito e os termos do lado esquerdo. O lado direito da Eq. (3.32) é desenvolvido a seguir:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} U \rho d\forall + \int_{SC} U \rho V_r \cdot dA \equiv \frac{d}{dt} (\rho_L AR_{LSj} L_{Sj} U_{LSj}) + \quad (3.33)$$

$$+ U_{LSxj} \rho_L AR_{LSxj} \left(U_{LSxj} - \frac{dx_j}{dt} \right) - U_{LSyj} \rho_L AR_{LSyj} \left(U_{LSyj} - \frac{dy_j}{dt} \right)$$

Agrupando convenientemente, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} U \rho dV + \int_{SC} U \rho V_r \cdot dA \equiv R_{LSj} L_{Sj} \frac{dU_{LSj}}{dt} + R_{LSj} U_{LSj} \frac{dL_{Sj}}{dt} + L_{Sj} U_{LSj} \frac{dR_{LSj}}{dt} + \\ + R_{LSj} (U_{LSxj}^2 - U_{LSyj}^2) - R_{LSj} \left(U_{LSxj} \frac{dx_j}{dt} - U_{LSyj} \frac{dy_j}{dt} \right) \end{aligned} \quad (3.34)$$

Os dois últimos termos da Eq. (3.34) podem ser calculados das Eqs. (3.12) e (3.13). As seguintes expressões são obtidas:

$$R_{LSj} (U_{LSxj}^2 - U_{LSyj}^2) = -2L_{Sj} U_{LSj} \frac{dR_{LSj}}{dt} \quad (3.35)$$

$$R_{LSj} \left(U_{LSxj} \frac{dx_j}{dt} - U_{LSyj} \frac{dy_j}{dt} \right) = U_{LSj} R_{LSj} \frac{dL_{Sj}}{dt} - \frac{L_{Sj}}{2} \frac{dR_{LSj}}{dt} \left(\frac{dx_j}{dt} + \frac{dy_j}{dt} \right) \quad (3.36)$$

As equações (3.35) e (3.36) são substituídas na Eq. (3.34) e reorganizadas convenientemente, resultando em:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} U \rho dV + \int_{SC} U \rho V_r \cdot dA \equiv \rho_L A R_{LSj} L_{LSj} \frac{dU_{LSj}}{dt} + \rho_L A \left[\frac{L_{Sj}}{2} \left(\frac{dx_j}{dt} + \frac{dy_j}{dt} \right) - L_{Sj} U_{LSj} \right] \frac{dR_{LSj}}{dt} \quad (3.37)$$

A soma das forças que aparecem no lado esquerdo da Eq. (3.32) é dada pela soma das forças atuantes no volume de controle da região do pistão, as quais são: força devido à pressão, força de atrito e a força gravitacional. Dessa forma, a soma das componentes das forças na direção axial do escoamento é dada por:

$$\sum F_{Sj} \equiv \left(P_{LS} \Big|_{yj} - P_{LS} \Big|_{xj} \right) A - \tau_{LSj} S_{LSj} L_{Sj} - \rho_L A R_{LSj} L_{Sj} g \cdot \text{sen} \beta \quad (3.38)$$

sendo τ a tensão de cisalhamento e S o perímetro molhado e β a inclinação do duto.

As Eqs. (3.37) e (3.38) são substituídas na Eq. (3.32) e divididas entre $\rho_L A$.

$$\begin{aligned} \left(P_{LS} \Big|_{yj} - P_{LS} \Big|_{xj} \right) \frac{1}{\rho_L} - \frac{\tau_{LSj} S_{LSj} L_{Sj}}{\rho_L A} - R_{LSj} L_{Sj} g \cdot \text{sen} \beta = R_{LSj} L_{LSj} \frac{dU_{LSj}}{dt} + \\ + \left[\frac{L_{Sj}}{2} \left(\frac{dx_j}{dt} + \frac{dy_j}{dt} \right) - L_{Sj} U_{LSj} \right] \frac{dR_{LSj}}{dt} \end{aligned} \quad (3.39)$$

A Eq. (3.39) representa o balanço de quantidade de movimento no pistão que está em função das pressões nas fronteiras do pistão. Como a pressão no balanço de massa, Eq. (3.31), está em função da pressão na bolha alongada, é melhor expressar as pressões em (3.39) em função das pressões das bolhas. Para obter relações entre as pressões do pistão e da bolha, são realizados acoplamentos de pressão nas interfaces.

3.3.1 Acoplamento de pressões

Os acoplamentos de pressões consistem em realizar balanços de massa e quantidade de movimento em volumes de controle infinitesimais localizados nas interfaces, como observado na Figura 3-4. Os volumes de controle são tomados na interface entre o pistão j e a bolha j e na interface entre o pistão j e a bolha $j+1$ como visto na Figura 3-4. Os volumes de controle são indeformáveis e suas fronteiras se movem com uma velocidade dy_j/dt e dx_j/dt , respectivamente.

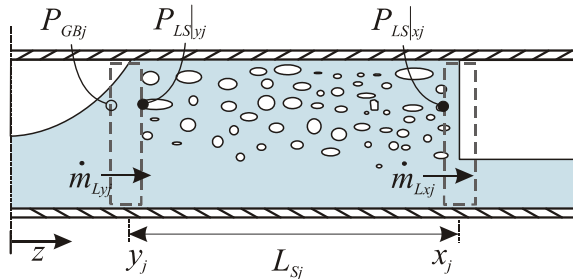


Figura 3-4 – Volumes de controle no acoplamento de pressões.

No primeiro volume de controle, (esquerda da Figura 3-4) localizado entre o pistão j e a bolha j , o balanço de massa considera que não existe acúmulo de massa no interior do volume de controle:

$$\rho_L AR_{L_S y_j} \left(U_{L_S y_j} - \frac{dy_j}{dt} \right) = \rho_L AR_{L_B y_j} \left(U_{L_B y_j} - \frac{dy_j}{dt} \right) = \dot{m}_{L y_j} \quad (3.40)$$

sendo $\dot{m}_{L y_j}$ a vazão mássica de líquido atravessando o volume de controle na frente da bolha j .

No balanço de forças para esse mesmo volume de controle, a força de atrito e a gravitacional podem ser desprezadas pois o volume de controle possui dimensões infinitesimais. Assim, obtém-se:

$$\left(P_{GBj} - P_{LS}\Big|_{yj}\right)A = \dot{m}_{Lxj} \left(U_{LSyj} - U_{LByj}\right) \quad (3.41)$$

Devido à curvatura do nariz da bolha, a variação de geometria é suave. Admitindo que a mudança de geometria seja desprezível, é razoável assumir que a velocidade não muda ao longo do volume de controle. Dessa forma o lado direito da (3.41) torna-se zero, e também a diferença de pressões, obtendo-se:

$$P_{GBj} = P_{LS}\Big|_{yj} \quad (3.42)$$

No segundo volume de controle, entre a bolha $j+1$ e o pistão j (direita da Figura 3-4) o balanço de massa obtido é:

$$\rho_L AR_{LSxj} \left(U_{LSxj} - \frac{dx_j}{dt}\right) = \rho_L AR_{LBj+1} \left(U_{LBj+1} - \frac{dx_j}{dt}\right) = \dot{m}_{Lxj} \quad (3.43)$$

Neste volume de controle existe uma variação abrupta da seção transversal. Então existirá uma diferença de forças hidrostáticas (F_H). Dessa forma, o balanço de quantidade de movimento é:

$$\left(P_{LS}\Big|_{xj} - P_{GBj+1}\right)A + \left(F_{HS}\Big|_{xj} - F_{HB}\Big|_{j+1}\right) = \dot{m}_{Lxj} \left(U_{LBj+1} - U_{LSxj}\right) \quad (3.44)$$

A diferença de pressões que aparece na Eq. (3.44) é grande (Dukler e Hubbard, 1975) e denomina-se como queda de pressão na região de mistura $\Delta P_{mix} = P_{LS}\Big|_{xj} - P_{GBj+1}$. Substituída na Eq. (3.44), obtém-se:

$$\Delta P_{mix} A = \dot{m}_{Lxj} \left(U_{LBj+1} - U_{LSxj}\right) - \left(F_{HS}\Big|_{xj} - F_{HB}\Big|_{j+1}\right) \quad (3.45)$$

O termo $\Delta P_{mix} A$ não é de fácil modelagem porque está relacionado com a expansão da seção transversal de filme até o pistão. Como alternativa, o modelo estacionário de Taitel e Barnea (1990b) pode ser utilizado já que apresenta uma

sólida base teórica. Apesar de ser estacionário, constitui uma aproximação razoável no modelo apresentado. Nesse modelo, os autores realizaram balanço de quantidade de movimento no volume de controle da Figura 3-5 para encontrar uma expressão para a queda de pressão na célula unitária. O volume de controle acopla a frente do pistão j com a frente da bolha $j+1$, como mostrado na Figura 3-5.

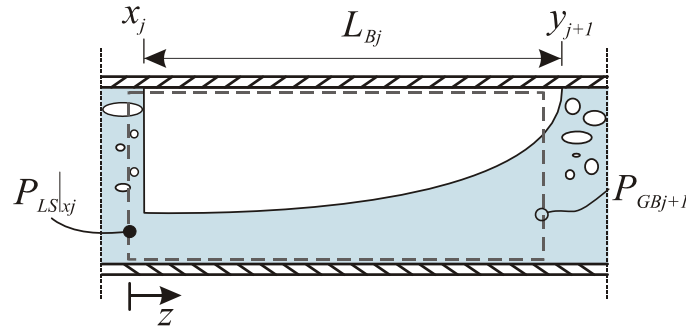


Figura 3-5 – Volume de controle para o modelo de Taitel e Barnea (1990).

Considerando um perfil retangular da bolha e desprezando as forças interfaciais, o balanço de quantidade de movimento no volume de controle da Figura 3-5 de controle é dado por:

$$\sum F_{Bj+1} = (P_{LS}|_{xj} - P_{GBj+1})A - \tau_{LBj+1}S_{LBj+1}L_{Bj+1} - \rho_L AR_{LBj+1}L_{Bj+1}g \cdot \text{sen}\beta = 0 \quad (3.46)$$

No balanço estacionário de forças podem-se observar termos relacionados ao atrito do filme e a seu peso gravitacional. A diferença de pressões no primeiro termo da Eq. (3.46) é a expressão da queda de pressão da região da mistura, como reportado por Taitel e Barnea (1990b). Assim, tem-se:

$$\Delta P_{mix} = P_{LS}|_{xj} - P_{GBj+1} = \tau_{LB} \frac{S_{LB}L_{Bj}}{A} + \rho_L g R_{LBj} L_{Bj} \cdot \text{sen}\beta \quad (3.47)$$

Assim, nas expressões (3.42) e (3.47), as pressões nos pistões foram expressas em função das pressões nas bolhas. Finalmente, essas expressões são substituídas na Eq. (3.39), obtendo-se:

$$\begin{aligned}
 P_{GBj} - P_{GBj+1} = & \tau_{LSj} \frac{S_{LSj} L_{Sj}}{A} + \tau_{LBj+1} \frac{S_{LBj+1} L_{Bj+1}}{A} + \rho_L g (R_{LSj} L_{Sj} + R_{LBj+1} L_{Bj+1}) \cdot \text{sen} \beta + \\
 & + \rho_L R_{LSj} L_{LSj} \frac{dU_{LSj}}{dt} + \rho_L \left[\frac{L_{Sj}}{2} \left(\frac{dx_j}{dt} + \frac{dy_j}{dt} \right) - L_{Sj} U_{LSj} \right] \frac{dR_{LSj}}{dt}
 \end{aligned} \quad (3.48)$$

A Eq. (3.48) é a forma final da equação da quantidade de movimento que representa a diferença de pressões entre bolhas adjacentes ou, em outras palavras, a queda de pressão em uma célula unitária. A Eq. (3.48) e a Eq. (3.39), obtida do balanço de massa, constituem um sistema de equações cujas variáveis são a velocidade do pistão U_{LSj} e pressão no interior da bolha P_{GBj} .

3.4 Balanço de energia

Nesta seção, será realizado o balanço de energia para três regiões da célula unitária de forma individual: o pistão líquido, o filme líquido e a bolha alongada de gás. A equação integral de energia, que está em função da energia específica (e), é obtida a partir do teorema de transporte de Reynolds, dada na Eq. (3.1), e da primeira lei da termodinâmica. Para um volume de controle não inercial, tem-se:

$$\dot{Q} - \dot{W}_{eixo} - \dot{W}_{visc} - \dot{W}_P = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} e \rho dV + \int_{SC} e \rho \vec{V}_r \cdot d\vec{A} \quad (3.49)$$

onde \dot{Q} é a taxa de calor transferido de ou para o sistema, \dot{W}_{eixo} é a taxa de trabalho realizado pelo eixo de uma máquina, \dot{W}_{visc} é a taxa de trabalho realizado no volume de controle por forças viscosas que agem na superfície de controle, \dot{W}_P é o trabalho das forças de pressão dado pela seguinte expressão:

$$\dot{W}_P = \int_{SC} P \vec{V}_r \cdot d\vec{A} \quad (3.50)$$

O primeiro termo da direita da Eq. (3.49) é o termo transiente que significa a taxa de variação da energia interna no volume de controle. O segundo termo da

direita é o fluxo líquido de energia específica que atravessa as superfícies de controle. A seguir, será desenvolvido cada um dos termos da Eq. (3.49).

A energia específica está composta pela energia interna (\hat{u}), a energia cinética (e_k) e a energia potencial (e_p) como mostrado na Eq. (2.9) e reescrita aqui por conveniência:

$$e = e_k + e_p + \hat{u} \quad (3.51)$$

Em um escoamento horizontal, a energia potencial gravitacional é mantida constante. Caso fosse utilizado um sistema de referência localizado à mesma altura da tubulação, a energia potencial se tornaria zero para qualquer ponto da tubulação ($e_p = 0$). Além disso, considerando a faixa de velocidades nas quais ocorre o escoamento em golfadas, a energia cinética tem uma ordem de grandeza muito menor que a energia interna do fluido ($e_k \ll \hat{u}$). Assim, a energia total específica pode ser aproximada como energia interna específica.

$$e \approx \hat{u} \quad (3.52)$$

Assumindo a ausência da produção de trabalho de eixo, na Eq. (3.49), \dot{W}_{eixo} é igual a zero. O trabalho de cisalhamento \dot{W}_{visc} por tensão viscosa consiste no produto da tensão de cisalhamento e a velocidade, integrados em relação à área de contato (White, 2001):

$$\dot{W}_{visc} = \int_{SC} \tau \cdot V dA \quad (3.53)$$

Nesse cenário, as equações (3.50), (3.52) e (3.53) são substituídas na Eq. (3.49). Rearranjando os termos, obtém-se a Eq. (3.54):

$$\dot{Q} - \int_{SC} \tau \cdot V dA = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} \hat{u} \rho dV + \int_{SC} \left(\hat{u} + \frac{P}{\rho} \right) \rho \vec{V}_r \cdot d\vec{A} \quad (3.54)$$

Além disso, a soma de energia interna específica mais a razão entre pressão e massa específica é a definição de entalpia específica (i) como apresentado na Eq. (2.10). Finalmente, o termo de dissipação viscosa pode ser desprezado já que

raramente é importante (White, 2001). Dessa forma, o balanço de energia é dado por:

$$\dot{Q} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} \hat{u} \rho dV + \int_{SC} i \rho \vec{V}_r \cdot d\vec{A} \quad (3.55)$$

A Eq. (3.55) representa a equação de energia a ser utilizada no pistão, no filme e na bolha. A Eq. (3.55) está em função da energia interna (\hat{u}) e da entalpia (i), as quais foram definidas na revisão bibliográfica.

No desenvolvimento do termo \dot{Q} , os mecanismos de transferência de calor existentes são: a condução, a convecção e a radiação, que no caso de problemas deste tipo, não é considerada. Em relação aos outros dois mecanismos, cada um está caracterizado por uma propriedade. No caso da condução, está caracterizada pela condutividade térmica do fluido k e no caso da convecção pelo coeficiente de transferência de calor h entre o fluido e a parede interna. A influência dos dois mecanismos é medida através de um parâmetro adimensional chamado número de Nusselt Nu , que é definido por:

$$Nu = \frac{\bar{h} D_h}{k} \quad (3.56)$$

sendo \bar{h} o coeficiente médio de transferência de calor, D_h o diâmetro hidráulico e k a condutividade térmica.

Os primeiros testes no programa onde o presente modelo foi implementado, mostraram que em geral o número de Nusselt é muito alto, com valores acima dos 1000 para o líquido. Isso significa que o mecanismo dominante da transferência de calor no problema abordado é a convecção forçada.

Na Figura 3-6 são observadas as condições para a transferência de calor por convecção na região do pistão e da bolha. Observa-se que cada elemento apresenta um coeficiente médio de transferência de calor para a respectiva região, o qual pode ser calculado através de correlações de escoamento monofásico (Shoham, 1982).

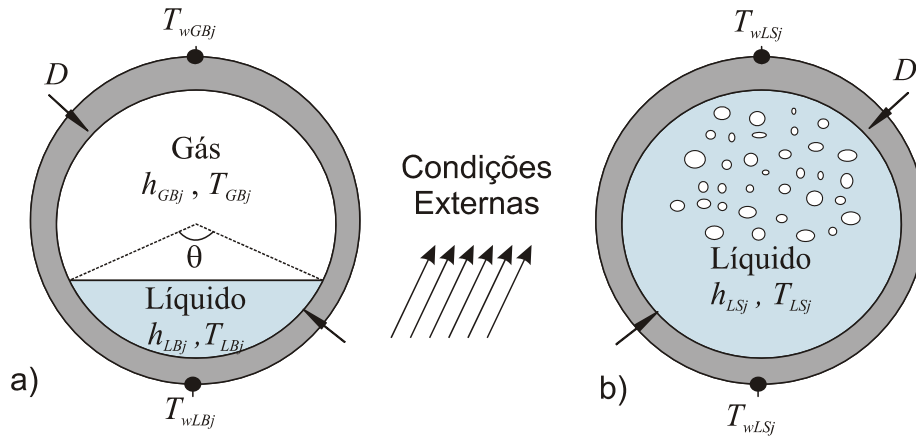


Figura 3-6 – Condições da transferência de calor na seção transversal.

3.4.1 Balanço de energia do líquido no pistão

A fim de realizar o balanço de energia no líquido do pistão, será utilizado o volume de controle apresentado na Figura 3-4 localizado entre as superfícies x_j e y_j . Como a quantidade de gás no pistão é pequena, admite-se que o calor trocado entre as fases é desprezível. Então, no balanço de energia do pistão considera-se somente a parte líquida e a temperatura do gás contido no pistão será igual à temperatura do líquido. Na equação (3.55) têm-se três termos, os quais serão desenvolvidos separadamente e, posteriormente, serão acoplados.

- **Fluxo de Calor Transferido:** A taxa de calor transferido pelo meio externo poderá ser expressa pela convecção entre o fluido e a parede da tubulação, cuja expressão é dada pela lei de resfriamento de Newton:

$$\dot{Q} = \bar{h}SL(T_w - T_F) \quad (3.57)$$

sendo \bar{h} o coeficiente médio de transferência de calor na região correspondente e $(T_w - T_F)$ a diferença de temperaturas entre o fluido e a parede. Os fluxos de calor existentes podem ser observados na Figura 3-7.

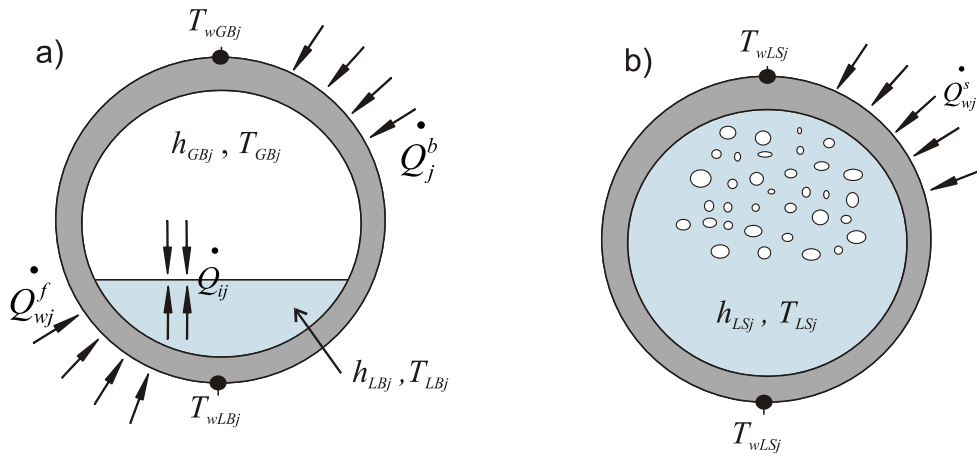


Figura 3-7 – Fluxos de calor na bolha-filme (a) e no pistão (b)

O coeficiente de transferência de calor para o pistão será chamado $\overline{h_{LS}^G}$, onde o sobrescrito G indica que é um coeficiente global que envolve os mecanismos de transferência de calor entre o fluido e a parede externa. Neste caso, T_w será a temperatura da parede exterior T_{wLS} e T_F a temperatura média do pistão líquido T_{LS} . Então, a taxa de calor transferido pela parede da tubulação no j -ésimo pistão é dada pela seguinte expressão:

$$\dot{Q}_{wLSj} = \overline{h_{LSj}^G} S_{LSj} L_{Sj} (T_{wLSj} - T_{LSj}) \quad (3.58)$$

- **Taxa de variação da energia interna no interior do pistão:** No pistão líquido, a massa específica é constante e a área pode ser expressa em função da fração de vazio. Assim, a taxa de variação de energia interna específica é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} \hat{u} \rho dV \equiv \frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} (\rho_L \hat{u}_{LS}) \cdot d(AR_{LS}L_S) = \rho_L A \frac{d}{dt} (\hat{u}_{LS} R_{LS} L_S) \quad (3.59)$$

Desenvolvendo as derivadas, e expressando para a j -ésima célula unitária:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} (\rho_L \hat{u}) dV \equiv \rho_L A \left(\hat{u}_{LSj} R_{LSj} \frac{dL_{Sj}}{dt} + \hat{u}_{LSj} L_{Sj} \frac{dR_{LSj}}{dt} + R_{LSj} L_{Sj} \frac{d\hat{u}_{LSj}}{dt} \right) \quad (3.60)$$

Da Eq. (3.60) pode-se deduzir que a taxa de variação de energia interna no interior do pistão deve-se à variação do comprimento do pistão, da fração de vazio no pistão e da energia específica do líquido.

- **Fluxo de entalpia que cruza as superfícies de controle do pistão:** No volume de controle (Figura 3-3), tem-se um fluxo de energia entrando pela superfície x_j e um saindo pela superfície y_j na direção axial do escoamento. Assim, a taxa de variação de energia específica é dada por:

$$\int_{SC} i \rho \vec{V}_r \cdot d\vec{A} \equiv \underbrace{\rho_L A \left(U_{LSxj} - \frac{dx_j}{dt} \right) R_{LSxj} i_{Lxj}}_{\dot{m}_{Lxj}} - \underbrace{\rho_L A \left(U_{LSyj} - \frac{dy_j}{dt} \right) R_{LSyj} i_{Lyj}}_{\dot{m}_{Lyj}} \quad (3.61)$$

Finalmente, para obter a equação de balanço no pistão da célula j , devem-se substituir as expressões (3.58), (3.60) e (3.61) na Eq. (3.55)

$$\begin{aligned} \overline{h_{LSj}^G} S_{LSj} L_{Sj} (T_{wLSj} - T_{LSj}) &= \dot{m}_{Lxj} i_{Lxj} - \dot{m}_{Lyj} i_{Lyj} + \\ + \rho_L A \left(\hat{u}_{LSj} R_{LSj} \frac{dL_{Sj}}{dt} + \hat{u}_{LSj} L_{Sj} \frac{dR_{LSj}}{dt} + R_{LSj} L_{Sj} \frac{d\hat{u}_{LSj}}{dt} \right) \end{aligned} \quad (3.62)$$

Lembrando que o líquido incompressível encontra-se afastado da região de saturação, a energia interna específica e a entalpia específica podem ser expressas em função da temperatura e do calor específico, Eqs. (2.15) e (2.16) (ver relações termodinâmicas no Capítulo 2). Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} \overline{h_{LSj}^G} S_{LSj} L_{Sj} (T_{wLSj} - T_{LSj}) &= \dot{m}_{Lxj} C_L T_{Lxj} - \dot{m}_{Lyj} C_L T_{Lyj} + \\ + \rho_L A C_L \left(T_{LSj} R_{LSj} \frac{dL_{Sj}}{dt} + T_{LSj} L_{Sj} \frac{dR_{LSj}}{dt} + R_{LSj} L_{Sj} \frac{dT_{LSj}}{dt} \right) \end{aligned} \quad (3.63)$$

Da Eq. (3.63) é deduzido que o calor fornecido ao pistão ocasionará variações em três parâmetros: o comprimento, a fração de líquido e a temperatura.

Além disso, como as bolhas no interior do pistão estão dispersas tendo líquido em todo seu redor, a temperatura do gás no pistão é considerada igual à temperatura do líquido nesse pistão.

$$T_{GSj} = T_{LSj} \quad (3.64)$$

3.4.2 Balanço de energia de líquido no filme

O balanço de energia no filme é semelhante ao efetuado para o pistão, considerando também um líquido incompressível.

- **Fluxo de Calor Transferido:** Na região do filme, a taxa de calor fornecido pela parede é expressa através da lei de resfriamento de Newton. Além disso, tendo o líquido uma temperatura diferente da do gás, existirá uma troca de calor entre eles na região da interface. Nesse sentido, o filme tem duas contribuições de troca de calor: o calor transferido pela parede e a troca de calor com o gás da bolha.

$$\dot{Q}_{LBj} = \dot{Q}_{wLBj} + \dot{Q}_{ij} \quad (3.65)$$

sendo \dot{Q}_{LBj} , a taxa de calor total transferido ao filme, \dot{Q}_{wLBj} , a taxa de calor transferido desde a parede exterior e \dot{Q}_{ij} , a taxa de calor trocado na interface líquido-gás.

Assim, as taxas de calor transferido na parede e de calor trocado na interface são dados pelas seguintes expressões:

$$\dot{Q}_{wLBj} = \overline{h_{LBj}^G} S_{LBj} L_{Bj} (T_{wLBj} - T_{LBj}) \quad (3.66)$$

$$\dot{Q}_{ij} = \overline{h_{ij}} S_{ij} L_{Bj} (T_{GBj} - T_{LBj}) \quad (3.67)$$

- **Taxa de variação de energia interna no interior do filme:** A taxa de variação da energia interna no filme pode ser expressa desenvolvendo a derivada:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\forall C} \hat{u} \rho dV \equiv \rho_L A \frac{d}{dt} (\hat{u}_{LB} R_{LB} L_B) = \rho_L A \left(\hat{u}_{LBj} R_{LBj} \frac{dL_{Bj}}{dt} + \hat{u}_{LBj} L_{Bj} \frac{dR_{LBj}}{dt} + R_{LBj} L_{Bj} \frac{d\hat{u}_{LBj}}{dt} \right) \quad (3.68)$$

A taxa de variação da energia interna no interior do filme é devida à variação do comprimento da bolha, da fração de vazio no filme e da energia interna do líquido.

- **Fluxo de entalpia que cruza as superfícies de controle do filme:** A fim de simplificar as expressões, os fluxos de entalpia são expressos em função dos fluxos mássicos de líquido definidos nas Eqs. (3.3) e (3.4). Assim, os fluxos de energia são expressos:

$$\int_{SC} i \rho \vec{V}_r \cdot d\vec{A} \equiv \rho_L \underbrace{\left(U_{LSy_j} - \frac{dy_j}{dt} \right) AR_{LSy_j} i_{Ly_j}}_{\dot{m}_{Ly_j}} - \rho_L \underbrace{\left(U_{LSx_{j-1}} - \frac{dx_{j-1}}{dt} \right) AR_{LSx_{j-1}} i_{Lx_{j-1}}}_{\dot{m}_{Lx_{j-1}}} \quad (3.69)$$

Dessa forma, o balanço de energia no filme é dado por:

$$\overline{h_{LBj}^G} S_{LBj} L_{Bj} (T_{wLBj} - T_{LBj}) + h_{ij} S_{ij} L_{Bj} (T_{GBj} - T_{LBj}) = \rho_L A \left(\hat{u}_{LBj} R_{LBj} \frac{dL_{Bj}}{dt} + \hat{u}_{LBj} L_{Bj} \frac{dR_{LBj}}{dt} + R_{LBj} L_{Bj} \frac{d\hat{u}_{LBj}}{dt} \right) + \dot{m}_{Ly_j} i_{Ly_j} - \dot{m}_{Lx_{j-1}} i_{Lx_{j-1}} \quad (3.70)$$

Através das hipóteses (2.15) e (2.16), a energia interna e a entalpia são expressos em função dos calores específicos e da temperatura:

$$\overline{h_{LBj}^G} S_{LBj} L_{Bj} (T_{wLBj} - T_{LBj}) + h_{ij} S_{ij} L_{Bj} (T_{GBj} - T_{LBj}) = C_L \dot{m}_{Ly_j} T_{L_{j-1}} - C_L \dot{m}_{Lx_{j-1}} T_{L_{j-1}} + \rho_L A C_L \left(T_{LBj} R_{LBj} \frac{dL_{Bj}}{dt} + T_{LBj} L_{Bj} \frac{dR_{LBj}}{dt} + R_{LBj} L_{Bj} \frac{dT_{LBj}}{dt} \right) \quad (3.71)$$

A equação resultante para o filme conserva a mesma forma da equação de balanço no pistão.

3.4.3 Balanço de energia na bolha alongada de gás

Da mesma forma que com o filme líquido, é realizado o balanço na bolha alongada de gás. Os resultados são muito semelhantes pelo fato de apresentar os mesmos mecanismos de transferência de calor, mas é adicionado o termo de compressibilidade do gás.

- **Fluxo de Calor Transferido:** Da mesma forma que no filme, na bolha existem duas influências: o calor transferido com a parede e a troca de calor com o filme. Na troca de calor com o filme, a expressão é dada pela Eq. (3.67) com o sinal trocado, pois o calor ganho por uma fase é perdido pela outra.

$$\dot{Q}_{GBj} = \overline{h}_{GBj}^G S_{LBj} L_{Bj} (T_{wGBj} - T_{GBj}) - \overline{h}_{ij} S_{ij} L_{Bj} (T_{GBj} - T_{LBj}) \quad (3.72)$$

- **Taxa de variação de energia interna no interior da bolha:** Para esse caso, a massa específica do gás é dependente do tempo, pois é um fluido compressível. Assim sendo, a massa específica do gás fica dentro da derivada, originando mais um termo.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{V}_C} \hat{u} \rho d\mathcal{V} &\equiv A \frac{d}{dt} (\hat{u}_{GB} \rho_{GB} R_{GB} L_B) = \\ &= A \rho_{GBj} \left(\hat{u}_{GBj} R_{GBj} \frac{dL_{Bj}}{dt} + \hat{u}_{GBj} R_{GBj} \frac{L_{Bj}}{\rho_{GBj}} \frac{d\rho_{GBj}}{dt} + \hat{u}_{GBj} L_{Bj} \frac{dR_{GBj}}{dt} + R_{GBj} L_{Bj} \frac{d\hat{u}_{GBj}}{dt} \right) \end{aligned} \quad (3.73)$$

- **Fluxo de entalpia que cruza as superfícies de controle:** A massa específica do gás é considerada uniforme ao longo da bolha e nas superfícies dos pistões adjacentes. O fluxo de energia nesta região é expresso em função das vazões mássicas apresentadas em (3.5) e (3.6):

$$\int_{SC} \hat{u} \rho \vec{V}_r \cdot d\vec{A} \equiv \underbrace{\rho_{GBj} A \left(U_{GSyj} - \frac{dy_j}{dt} \right) R_{GSyj} i_{GSyj}}_{\dot{m}_{Gyj}} - \underbrace{\rho_{GBj} A \left(U_{GSxj-1} - \frac{dx_{j-1}}{dt} \right) R_{GSxj-1} i_{GSxj-1}}_{\dot{m}_{Gxj-1}} \quad (3.74)$$

A fim de obter a equação de balanço para a bolha de gás, as expressões (3.72), (3.73) e (3.74) são substituídas na Eq. (3.55)

$$\begin{aligned} \overline{h}_{GBj}^G S_{GBj} L_{Bj} (T_{wGBj} - T_{GBj}) - \overline{h}_{ij} S_{ij} L_{Bj} (T_{GBj} - T_{LBj}) &= \dot{m}_{Gyj} i_{Gyj} - \dot{m}_{Gxj-1} i_{Gxj-1} \\ + A \rho_{GBj} \left(\hat{u}_{GBj} R_{GBj} \frac{dL_{Bj}}{dt} + \hat{u}_{GBj} R_{GBj} \frac{L_{Bj}}{\rho_{GBj}} \frac{d\rho_{GBj}}{dt} + \hat{u}_{GBj} L_{Bj} \frac{dR_{GBj}}{dt} + R_{GBj} L_{Bj} \frac{d\hat{u}_{GBj}}{dt} \right) & \end{aligned} \quad (3.75)$$

Lembrando a hipótese de gás ideal, a energia interna específica e a entalpia específica podem ser expressas em função dos calores específicos e das temperaturas, Eqs. (2.18) e (2.19). Dessa forma, tem-se:

$$\begin{aligned} \overline{h}_{GBj}^G S_{GBj} L_{Bj} (T_{wGBj} - T_{GBj}) - \overline{h}_{ij} S_{ij} L_{Bj} (T_{GBj} - T_{LBj}) = Cp_G \dot{m}_{Gyj} T_{Gyj} - Cp_G \dot{m}_{Gxj-1} T_{Gxj-1} \\ + Cv_G A \rho_{GBj} \left(T_{GBj} R_{GBj} \frac{dL_{Bj}}{dt} + T_{GBj} R_{GBj} \frac{L_{Bj}}{\rho_{GBj}} \frac{d\rho_{GBj}}{dt} + T_{GBj} L_{Bj} \frac{dR_{GBj}}{dt} + R_{GBj} L_{Bj} \frac{dT_{GBj}}{dt} \right) \end{aligned} \quad (3.76)$$

Dessa forma foram obtidas três equações de conservação da energia para a célula unitária: uma para o pistão, uma para o filme e uma para a bolha alongada. As três equações estão em função das temperaturas e dos parâmetros cinemáticos e geométricos do escoamento que são variáveis do modelo hidrodinâmico. Por isso, uma solução conjunta para pressão, velocidade e temperatura é inviável.

3.4.4 Balanço de energia na parede do duto

O duto encontra-se submetido a condições externas, portanto deve-se realizar balanço de energia nas suas paredes, como mostrado na Figura 3-8. Considera-se que não existe acúmulo de energia no interior da parede. Além disso, os fluxos de energia devido ao movimento do volume de controle são desprezados. Em outras palavras, toda a energia fornecida ao escoamento é transferida à mistura bifásica.

O balanço deve ser aplicado para cada região da célula unitária, mas como sua expressão é semelhante em cada uma das regiões, pode ser expressa de forma geral de acordo com a Eq. (3.77):

$$0 = q'' S_{Fj} \frac{D_e}{D} L_{Fj} - \overline{h}_{Fj}^G S_{Fj} L_{Fj} (T_{wFj} - T_{Fj}) \quad (3.77)$$

sendo L_{Fj} o comprimento da bolha ou pistão, D_e o diâmetro externo da tubulação e q'' o calor proveniente do meio externo em W/m^2 . O índice F refere-se às regiões da célula unitária: pistão líquido (LS), filme líquido (LB) ou bolha alongada (GB).

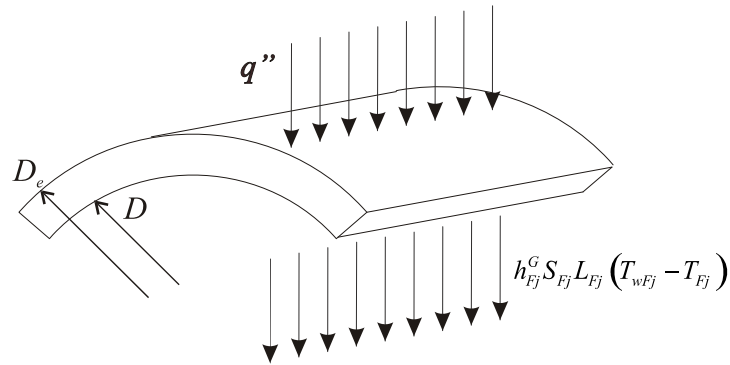


Figura 3-8 – Balanço de energia na parede do duto.

Dependendo da natureza da condição térmica, o termo q'' no balanço de energia no duto mudará. As condições térmicas podem ser temperatura externa constante ou fluxo de calor constante. No caso de temperatura externa constante, a expressão para q'' é dada por:

$$q'' = \bar{h}_0 (T_0 - T_{wFj}) \quad (3.78)$$

sendo T_0 a temperatura do meio externo e h_0 o coeficiente de transferência de calor no meio externo. Fisicamente, a condição de temperatura externa constante representa um escoamento isotérmico ao redor do duto por onde escoa a mistura bifásica.

3.5 Equações auxiliares

Das equações de balanço de energia dos componentes da célula unitária, Eqs. (3.63)-(3.71)-(3.76), pode-se observar que para sua solução será necessário conhecer as velocidades das fronteiras e outros parâmetros cinemáticos e térmicos. As equações auxiliares mostram a modelagem de parâmetros que estão fora dos sistemas de equações a serem resolvidos, mas são fundamentais para o modelo. Os parâmetros a serem apresentados nesta seção são: as velocidades das superfícies de controle, a velocidade absoluta do filme e da bolha, a coalescência, o coeficiente de transferência de calor global, o coeficiente de transferência de calor bifásico e a temperatura da mistura.

3.5.1 Velocidade das superfícies de controle

A velocidade com que a superfície de controle y_j está se movendo é a velocidade da frente da bolha, a qual é denominada U_{Tj} . Seu cálculo é determinado através das fórmulas propostas no Capítulo 2:

$$\frac{dy_j}{dt} = U_{Tj} = (C_0 J + C_\infty \sqrt{gD})(1 + \#_j) \quad (3.79)$$

Na revisão bibliográfica também foi encontrada uma expressão para a velocidade de mistura J em função da velocidade do pistão, Eq. (2.7). Por sua vez, na Eq. (2.7) aparece a velocidade das bolhas dispersas no pistão, a qual pode ser calculada através da Eq. (2.38). Dessa forma, a velocidade da superfície de controle é dada por:

$$\frac{dy_j}{dt} = \left\{ C_0 \left[U_{LSj} + U_{DSj} \left(\frac{1 - R_{LSj}}{R_{LSj}} \right) \right] + C_\infty \sqrt{gD} \right\} (1 + \#_j) \quad (3.80)$$

sendo os coeficientes C_0 e C_∞ dados na Tabela 2-3.

Por outro lado, a velocidade da superfície de controle x_j é a velocidade da traseira da bolha. A expressão para essa velocidade pode ser obtida rearranjando o balanço de massa para a bolha na Eq.(3.26). Assim, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{dx_{j-1}}{dt} = & \frac{-L_{Bj} \frac{dR_{LBj}}{dt} - \frac{L_{Sj}}{2} \frac{dR_{LSj}}{dt} - \frac{L_{Sj-1}}{2} \frac{dR_{LSj-1}}{dt} + (1 - R_{LSj}) U_{GSj} - (1 - R_{LSj-1}) U_{GSj-1}}{R_{LSj-1} - R_{LBj}} \\ & + \frac{\frac{1}{\rho_{GBj}} \frac{d\rho_{GBj}}{dt} \left(L_{Bj} R_{GBj} + \frac{L_{Sj} R_{GSj}}{2} + \frac{L_{Sj-1} R_{GSj-1}}{2} \frac{\rho_{GBj}}{\rho_{GBj-1}} \right) + (R_{LSj} - R_{LBj}) \frac{dy_j}{dt}}{R_{LSj-1} - R_{LBj}} \end{aligned} \quad (3.81)$$

Observa-se na Eq. (3.81), o efeito da compressibilidade do gás, que será responsável pela variação do comprimento da bolha L_{Bj} ao longo do tempo.

3.5.2 Velocidade do filme líquido e da bolha alongada

Para encontrar a velocidade do filme líquido, necessária para o cálculo do atrito no filme, é utilizado o balanço de massa. O balanço é realizado através de um

volume de controle que se move com a velocidade de translação da bolha, mostrado na Figura 3-9. Suas fronteiras encontram-se nas superfícies onde a velocidade é igual à velocidade média da região.

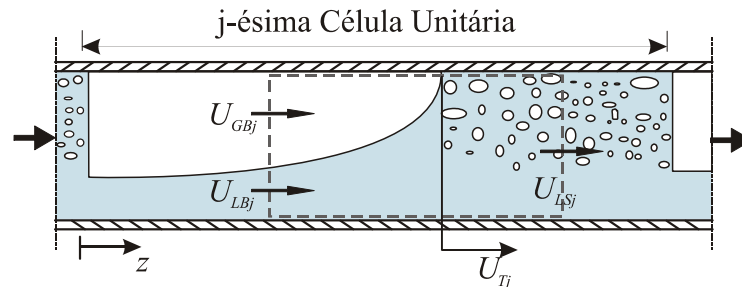


Figura 3-9 – Volume de controle para a velocidade do filme e da bolha

O volume de controle se move com a velocidade de translação da frente da bolha U_{Tj} . Então o balanço de massa através deste volume é dado por:

$$\rho_L AR_{LSj} (U_{LSj} - U_{Tj}) - \rho_L AR_{LBj} (U_{LBj} - U_{Tj}) = 0 \quad (3.82)$$

Arranjando a Eq. (3.82) pode-se obter uma expressão para U_{LBj} :

$$U_{LBj} = U_{Tj} + \frac{R_{LSj}}{R_{LBj}} (U_{LSj} - U_{Tj}) \quad (3.83)$$

De forma análoga, é realizado um balanço de gás no volume de controle da Figura 3-9 obtendo-se a seguinte expressão:

$$U_{GBj} = U_{Tj} + \frac{1 - R_{LSj}}{R_{GBj}} (U_{GSj} - U_{Tj}) \quad (3.84)$$

Dessa forma foram obtidas equações auxiliares que servirão para calcular os parâmetros cinemáticos faltantes após a solução das equações acopladas. Porém, sendo o escoamento intrinsecamente transiente e intermitente, a velocidade da frente da bolha alongada pode ser maior que a velocidade da traseira da bolha precedente. Dessa forma, as duas bolhas podem coalescer dando origem a uma maior. Esse fenômeno é modelado na próxima seção.

3.5.3 Coalescência de bolhas

A coalescência é o fenômeno no qual duas bolhas que se encontram muito próximas se juntam para formar uma de maior dimensão. No escoamento em golfadas a coalescência ocorre quando a frente de uma bolha toca a traseira da bolha a sua frente.

No modelo matemático, a coalescência é representada por uma condição relacionada ao comprimento do pistão. Assim, se o comprimento do pistão j for menor que o diâmetro da tubulação, as bolhas j e $j+1$ coalescem e o pistão j desaparece. O novo comprimento da bolha é a soma das bolhas j e $j+1$, tornando-se ela a bolha j .

$$L_{Bj}^N = L_{Bj}^O + L_{Bj+1}^O \quad (3.85)$$

Apesar do pistão j ser muito pequeno, sua massa não pode ser desprezada porque ocasionaria um déficit no balanço de massa total. Nesse sentido, a massa do pistão j passa a formar parte do pistão $j-1$.

$$L_{Sj-1}^N = L_{Sj}^O + L_{Sj-1}^O \quad (3.86)$$

Dessa forma, a célula unitária j desaparece e passa a formar parte das células $j-1$ e $j+1$. No caso da fração de líquido no pistão, a nova célula j conserva a mesma fração da antiga célula $j+1$. A fração de gás na bolha j é considerada como a máxima entre as antigas bolhas j e $j+1$. Assim, tem-se:

$$R_{LSj}^N = R_{LSj+1}^O \quad (3.87)$$

$$R_{GBj}^N = \max \left[R_{GBj}^O; R_{GBj+1}^O \right] \quad (3.88)$$

No caso das propriedades calculadas, a velocidade do pistão assume a velocidade do pistão $j+1$. A fim de não desprezar a perda de pressão calculada, a pressão é considerada uma média entre as pressões das antigas bolhas j e $j+1$. No caso da temperatura, também é calculada uma média. Assim, tem-se:

$$U_{LSj}^N = U_{LSj+1}^O \quad (3.89)$$

$$P_{GBj}^N = \frac{P_{GBj}^O + P_{GBj+1}^O}{2} \quad (3.90)$$

$$T_{LSj}^N = \frac{T_{LSj}^O + T_{LSj+1}^O}{2} ; T_{LBj}^N = \frac{T_{LBj}^O + T_{LBj+1}^O}{2} ; T_{GBj}^N = \frac{T_{GBj}^O + T_{GBj+1}^O}{2} \quad (3.91)$$

Na Figura 3-10 são apresentadas as condições do escoamento antes e depois da coalescência. Pode-se observar que as posições das superfícies de controle também mudam, mas a frente da bolha $j-1$ e a traseira da bolha $j+1^N$ (ou $j+2^O$) permanecem imóveis.

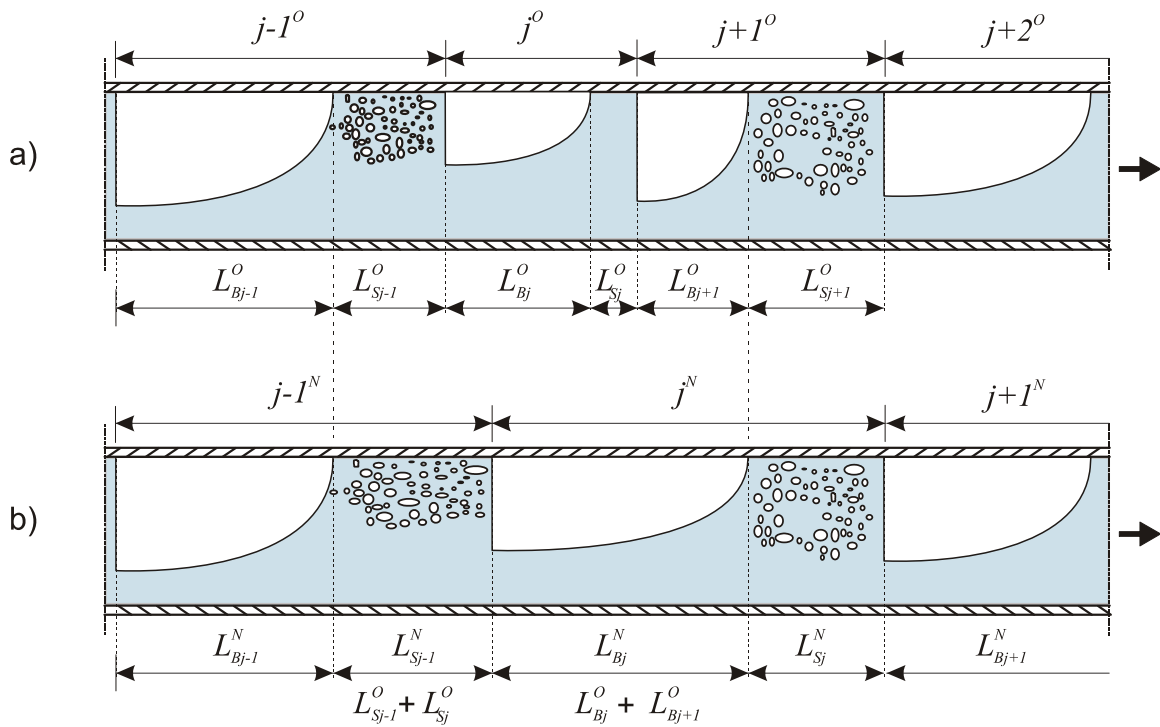


Figura 3-10 – Modelagem da coalescência de bolhas.

3.5.4 Coeficiente de transferência de calor global

A temperatura da parede a ser avaliada nos balanços de energia é a temperatura da parede externa, como observado na Figura 3-6. Caso a condutividade térmica do material do duto seja muito alta (cobre, por exemplo), a resistência térmica pode ser desprezada, de forma que todo o calor fornecido é transferido diretamente aos fluidos. No caso geral, essa condução deve ser

considerada já que alguns materiais utilizados na indústria possuem baixa condutividade térmica e atuam como isolantes térmicos.

Nesse cenário, o coeficiente de transferência de calor, além de representar a convecção interna, deve também considerar a condução na espessura do duto. Esses dois mecanismos atuam como resistências térmicas, os quais são representados na Figura 3-11. Então, um coeficiente global de transferência de calor baseado no conceito de resistências térmicas é utilizado (Incropera *et al.*, 2008):

$$\overline{h}_F^G = \frac{1}{\frac{1}{h_F} + \frac{D}{2k_c} \ln \frac{D_e}{D}} \quad (3.92)$$

sendo D_e o diâmetro exterior do duto e o índice F refere-se às regiões da célula unitária: pistão líquido (LS), filme líquido (LB) ou bolha alongada (GB). A taxa de calor transferida do exterior é expressa por:

$$\dot{Q}_F = \overline{h}_F^G S_F L_F (T_{wF} - T_F) \quad (3.93)$$

sendo T_{wF} a temperatura na parede externa do duto na região F .

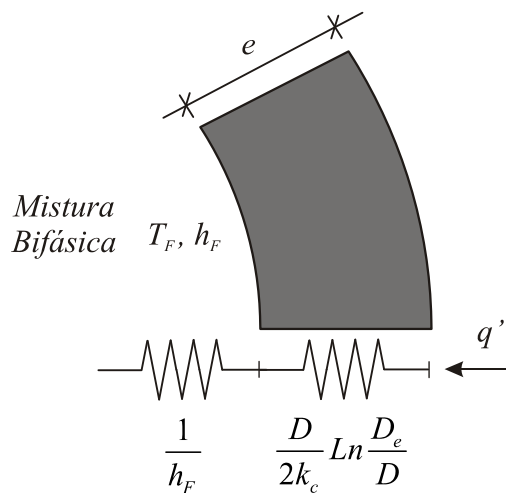


Figura 3-11 – Resistências térmicas na seção transversal do duto

O coeficiente h_F é calculado com expressões do escoamento monofásico e mudará segundo as propriedades da região avaliada. Segundo o estudo experimental de Lima (2009), a correlação que melhor se ajusta para modelar o

coeficiente de transferência de calor monofásico é a correlação de Gnielinski (Incropera *et al*, 2008) dada na Eq. (2.24).

3.5.5 Temperatura da mistura

Como visto anteriormente, a solução do modelo matemático irá calcular as temperaturas nas diferentes partes da célula unitária. Porém, para obter um parâmetro mais de acordo com os interesses da engenharia, as temperaturas calculadas devem ser expressas em função de uma única temperatura, a qual será chamada de temperatura da mistura. Portanto, deve-se encontrar uma expressão para a taxa de energia total da célula unitária. A energia total de uma célula unitária pode ser expressa como a soma das energias de cada fase nas diferentes regiões:

$$\dot{E}_U = \dot{E}_{LS} + \dot{E}_{GS} + \dot{E}_{LB} + \dot{E}_{GB} \quad (3.94)$$

sendo \dot{E} a taxa de energia em unidades de energia por tempo. Por outro lado, a taxa de energia total da célula unitária também pode ser definida em função da temperatura da mistura, considerando propriedades constantes:

$$\dot{E} = \dot{m} CT \quad (3.95)$$

Expressando a energia em função das temperaturas, tem-se:

$$\dot{E}_U = \dot{m}_{LS} C_L T_{LS} + \dot{m}_{LB} C_L T_{LB} + \dot{m}_{GS} C_{pG} T_{GS} + \dot{m}_{GB} C_{pG} T_{GB} \quad (3.96)$$

A fim de evitar cálculos desnecessários, é realizada uma análise de escala para as duas fases. Espera-se que para baixas pressões os termos relacionados à fase gasosa possam ser desprezados uma vez que suas propriedades físicas têm um valor numérico muito menor quando comparado às propriedades do líquido.

$$\dot{E}_U \sim \dot{m}_{LS} C_L T_{LS}, \dot{m}_{LB} C_L T_{LB}, \dot{m}_{GS} C_{pG} T_{GS}, \dot{m}_{GB} C_{pG} T_{GB} \quad (3.97)$$

As vazões mássicas, por sua vez podem ser expressas como o produto entre a massa específica, a área e a velocidade. Sendo $\dot{m}_{LS} = \rho_L AR_{LS} U_{LS}$, $\dot{m}_{LB} = \rho_L AR_{LB} U_{LB}$, $\dot{m}_{GS} = \rho_L AR_{GS} U_{GS}$ e $\dot{m}_{GB} = \rho_L AR_{GB} U_{GB}$ obtém-se:

$$\dot{E}_U \sim \rho_L AR_{LS} U_{LS} C_L T_{LS}, \rho_L AR_{LB} U_{LB} C_L T_{LB}, \rho_G AR_{GS} U_{GS} C_{pG} T_{GS}, \rho_G AR_{GB} U_{GB} C_{pG} T_{GB} \quad (3.98)$$

Considera-se que todas as temperaturas, as velocidades e as áreas estejam na mesma ordem de grandeza, e assim podem ser associadas em um fator que divide toda a expressão (3.98).

$$\frac{\dot{E}_U}{AUT} \sim \rho_L R_{LS} C_L, \rho_L R_{LB} C_L, \rho_G R_{GS} C_{pG}, \rho_G R_{GB} C_{pG} \quad (3.99)$$

Desta forma, as quantidades estão basicamente governadas pelo produto da massa específica vezes o calor específico. Como exemplo, a mistura ar-água será utilizada. Para baixas pressões, a massa específica da água está em torno de 1000 kg/m³ e a do ar por volta de 2 kg/m³. Os calores específicos da água e do ar são aproximadamente 4000 J/KgK e 1000 J/KgK respectivamente. O produto $C\rho$, chamado capacidade térmica, no líquido é 2000 vezes maior que a do gás, o que representa 0,05% do valor total. Assim, a análise de escalas mostra que a fase gasosa pode ser desprezada no cálculo da energia total da mistura por sua baixa contribuição. Portanto, a energia da célula unitária na Eq. (3.96) pode ser escrita ignorando os termos devido à fase gasosa:

$$\dot{E}_U = \dot{m}_{LS} C_L T_{LS} + \dot{m}_{LB} C_L T_{LB} \quad (3.100)$$

A energia total da célula unitária também pode ser expressa em função de uma temperatura da mistura:

$$\dot{E}_U = \dot{m}_L C_L T_m \quad (3.101)$$

Substituindo (3.100) em (3.101)

$$T_m = \frac{\dot{m}_{LS} T_{LS} + \dot{m}_{LB} T_{LB}}{\dot{m}_L} \quad (3.102)$$

onde $\dot{m}_L = \rho_L A R_{LS} U_{LS} + \rho_L A R_{LB} U_{LB}$. Assim:

$$T_m = \frac{U_{LS} R_{LS} T_{LS} + U_{LB} R_{LB} T_{LB}}{U_{LS} R_{LS} + U_{LB} R_{LB}} \quad (3.103)$$

Na Eq. (3.103) tem-se a expressão para o cálculo da temperatura da mistura, o qual é realizado depois do cálculo das temperaturas no filme e no pistão.

3.5.6 Coeficiente de transferência de calor bifásico

Um coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP} é definido para calcular a troca de calor entre os fluidos e a parede do duto. Sua expressão é dada pela seguinte equação:

$$\overline{h_{TP}} = \frac{\int_0^{t_s} \frac{Q_{LS}}{\pi D} \frac{dt}{t_U} + \int_{t_s}^{t_b} \frac{Q_{FG}}{\pi D} \frac{dt}{t_U}}{\int_0^{t_s} (T_{wiLS} - T_{LS}) \frac{dt}{t_U} + \int_{t_s}^{t_b} (T_{wiLB} - T_{LB}) \frac{dt}{t_U}} \quad (3.104)$$

sendo Q_{LS} a taxa de calor transferido por unidade de comprimento no pistão, Q_{FG} a taxa de calor transferido por unidade de comprimento de bolha, t_s o tempo de passagem do pistão, t_b o tempo de passagem da bolha, t_U o tempo de passagem total da célula unitária, T_{wiLS} a temperatura da parede interna na região do pistão, T_{wiLB} a temperatura da parede interna na região do filme.

Os calores podem ser expressos em função dos coeficientes locais de cada região. Além disso, os tempos são escritos em função da velocidade de translação da bolha e do comprimento de cada região ($t_s = L_S/U_T$ e $t_b = L_B/U_T$). Considerando temperaturas médias na célula unitária, o coeficiente de transferência de calor bifásico em (3.104) pode ser calculado de acordo a seguinte expressão:

$$\overline{h_{TPj}} = \frac{\overline{h_{LSj}} L_{Sj} (T_{wiLSj} - T_{LSj}) + \frac{\overline{h_{LBj}} S_{LBj} L_{Bj} (T_{wiLBj} - T_{LBj}) + \overline{h_{GBj}} S_{GBj} L_{Bj} (T_{wiGBj} - T_{GBj})}{\pi D}}{L_{Sj} (T_{wiLSj} - T_{LSj}) + L_{Bj} (T_{wiLBj} - T_{LBj})} \quad (3.105)$$

onde as temperaturas da parede interna são calculadas da seguinte forma:

$$T_{wiF} = T_F + \frac{\overline{h}_F^G}{h_F} (T_{wF} - T_F) \quad (3.106)$$

3.6 Comentários finais

No presente capítulo foram apresentadas as equações que governam a hidrodinâmica e a transferência de calor no escoamento em golfadas. O modelo hidrodinâmico é dado pelos balanços de massa e quantidade de movimento nas equações diferenciais (3.31) e (3.48) rescritas a seguir:

$$U_{LSj-1} - U_{LSj} = \left(\frac{1 - R_{LSj}}{R_{LSj}} \right) U_{DSj} - \left(\frac{1 - R_{LSj-1}}{R_{LSj-1}} \right) U_{DSj-1} + \left(\frac{1}{P_{GBj}} \frac{dP_{GBj}}{dt} - \frac{1}{T_{GBj}} \frac{dT_{GBj}}{dt} \right) \times \quad (3.31)$$

$$\times \left[L_{Bj} (1 - R_{LBj}) + \frac{L_{Sj}}{2} (1 - R_{LSj}) + \frac{L_{Sj-1}}{2} (1 - R_{LSj-1}) \frac{\rho_{GBj}}{\rho_{GBj-1}} \right]$$

$$P_{GBj} - P_{GBj+1} = \tau_{LSj} \frac{S_{LSj} L_{Sj}}{A} + \tau_{LBj+1} \frac{S_{LBj+1} L_{Bj+1}}{A} + \rho_L g (R_{LSj} L_{Sj} + R_{LBj+1} L_{Bj+1}) \cdot \text{sen} \beta + \quad (3.48)$$

$$+ \rho_L R_{LSj} L_{LSj} \frac{dU_{LSj}}{dt} + \rho_L \left[\frac{L_{Sj}}{2} \left(\frac{dx_j}{dt} + \frac{dy_j}{dt} \right) - L_{Sj} U_{LSj} \right] \frac{dR_{LSj}}{dt}$$

onde as variáveis a serem resolvidas são a velocidade do pistão U_{LSj} e a pressão na bolha alongada P_{GBj} . O modelo de transferência de calor é dado pelas equações diferenciais, (3.63), (3.71) e (3.76):

$$\overline{h}_{LSj}^G S_{LSj} L_{Sj} (T_{wLSj} - T_{LSj}) = \dot{m}_{Lxj} C_L T_{Lxj} - \dot{m}_{Lyj} C_L T_{Lyj} + \quad (3.63)$$

$$+ \rho_L A C_L \left(T_{LSj} R_{LSj} \frac{dL_{Sj}}{dt} + T_{LSj} L_{Sj} \frac{dR_{LSj}}{dt} + R_{LSj} L_{Sj} \frac{dT_{LSj}}{dt} \right)$$

$$\overline{h}_{LBj}^G S_{LBj} L_{Bj} (T_{wLBj} - T_{LBj}) + h_{ij} S_{ij} L_{Bj} (T_{GBj} - T_{LBj}) = C_L \dot{m}_{Lyj} T_{Lj-1} - C_L \dot{m}_{Lxj-1} T_{Lj-1} + \quad (3.71)$$

$$+ \rho_L A C_L \left(T_{LBj} R_{LBj} \frac{dL_{Bj}}{dt} + T_{LBj} L_{Bj} \frac{dR_{LBj}}{dt} + R_{LBj} L_{Bj} \frac{dT_{LBj}}{dt} \right)$$

$$\begin{aligned} \overline{h}_{GBj}^G S_{GBj} L_{Bj} (T_{wGBj} - T_{GBj}) - \overline{h}_{ij} S_{ij} L_{Bj} (T_{GBj} - T_{LBj}) = Cp_G \dot{m}_{Gyj} T_{Gyj} - Cp_G \dot{m}_{Gxj-1} T_{Gxj-1} \\ + Cv_G A \rho_{GBj} \left(T_{GBj} R_{GBj} \frac{dL_{Bj}}{dt} + T_{GBj} R_{GBj} \frac{L_{Bj}}{\rho_{GBj}} \frac{d\rho_{GBj}}{dt} + T_{GBj} L_{Bj} \frac{dR_{GBj}}{dt} + R_{GBj} L_{Bj} \frac{dT_{GBj}}{dt} \right) \end{aligned} \quad (3.76)$$

onde as variáveis a serem calculadas são a temperatura do pistão T_{LSj} , do filme T_{LBj} e da bolha alongada T_{GBj} .

Devido à sua alta não-linearidade, uma solução analítica para as equações anteriormente apresentadas é inviável, portanto deverá ser encontrada uma solução numérica. A metodologia de solução numérica é apresentada no próximo capítulo.

4 METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

Neste capítulo será apresentada a metodologia para a solução do problema de escoamento em golfadas utilizando o modelo de seguimento de pistões. Como as equações governantes encontradas no capítulo anterior não são lineares, uma solução analítica é inviável. Por conseguinte, essas equações precisam ser discretizadas a fim de torná-las equações lineares. Como resultado da discretização, dois sistemas de equações serão obtidos. O primeiro acopla os balanços de massa e quantidade de movimento em um sistema de equações cujas incógnitas são a velocidade do pistão e a pressão da bolha. O segundo sistema é obtido a partir do balanço de energia, onde a variável a ser calculada é a temperatura do líquido. Ao mesmo tempo, as equações auxiliares recebem também um tratamento a ser implementado na solução. A seguir, o algoritmo de solução e sua implementação computacional serão detalhados. Finalmente, é apresentado o conceito de sondas virtuais, as quais servirão para monitorar as variáveis em posições específicas.

4.1 Discretização

A primeira etapa para a solução do problema é a linearização do sistema de equações encontrado no capítulo 3. Note-se que todas as derivadas estão em relação ao tempo, portanto deve ser utilizado um esquema de integração temporal, que de forma geral é dado pela seguinte expressão:

$$\int_t^{t+\Delta t} \phi dt \approx [\alpha \phi^N + (1-\alpha) \phi^O] \Delta t = \phi^\alpha \Delta t \quad (4.1)$$

sendo ϕ uma variável qualquer que depende do tempo, α o fator de ponderação que é igual a zero no esquema explícito, um para o esquema totalmente implícito e 0,5 para o esquema Crank-Nicholson. Os índices N e O indicam a função ϕ avaliada no tempo atual e antigo, respectivamente.

4.1.1 Discretização das equações do sistema pressão-velocidade

No capítulo 3 foram deduzidas duas equações a partir do balanço de massa e da quantidade de movimento para uma célula unitária. Essas equações estão em função da derivada da velocidade do pistão e da pressão na bolha. As equações acopladas encontradas na modelagem matemática são aplicadas a um escoamento horizontal. Assim, são rescritas novamente nesta seção por conveniência:

$$U_{LSj-1} - U_{LSj} = \left(\frac{1-R_{LSj}}{R_{LSj}} \right) U_{DSj} - \left(\frac{1-R_{LSj-1}}{R_{LSj-1}} \right) U_{DSj-1} + \left(\frac{1}{P_{GBj}} \frac{dP_{GBj}}{dt} - \frac{1}{T_{GBj}} \frac{dT_{GBj}}{dt} \right) \times \left[L_{Bj} (1-R_{LBj}) + \frac{L_{Sj}}{2} (1-R_{LSj}) + \frac{L_{Sj-1}}{2} (1-R_{LSj-1}) \frac{\rho_{GBj}}{\rho_{GBj-1}} \right] \quad (4.2)$$

$$P_{GBj} - P_{GBj+1} = \tau_{LSj} \frac{S_{LSj} L_{Sj}}{A} + \tau_{LBj+1} \frac{S_{LBj+1} L_{Bj+1}}{A} + \rho_L R_{LSj} L_{LSj} \frac{dU_{LSj}}{dt} + \rho_L \left[\frac{L_{Sj}}{2} \left(\frac{dx_j}{dt} + \frac{dy_j}{dt} \right) - L_{Sj} U_{LSj} \right] \frac{dR_{LSj}}{dt} \quad (4.3)$$

A pressão tem uma ordem de grandeza muito superior à velocidade. Desse modo, se o sistema for resolvido em função de P e U , a matriz estaria mal condicionada (Rodrigues, 2009). Nesse sentido, define-se o fator de pressão P^* , que possui uma ordem de grandeza menor que da pressão, o qual é necessário para dar estabilidade numérica. Assim, o fator de pressão está definido como:

$$P_{GBj}^* = \frac{P_{GBj}}{\rho_L} \quad (4.4)$$

Também são definidas algumas expressões a fim de simplificar as equações:

$$\Delta U_{DSj} = \left(\frac{1-R_{LSj}}{R_{LSj}} \right) U_{DSj} - \left(\frac{1-R_{LSj-1}}{R_{LSj-1}} \right) U_{DSj-1} \quad (4.5)$$

$$\Delta P_{Sj+1} = 2 f_{LBj+1} L_{Bj+1} \rho_L \frac{S_{LBj+1}}{\pi D^2} U_{LB+1}^2 \quad (4.6)$$

$$\Delta I_j = \rho_L \left[\frac{L_{Sj}}{2} \left(\frac{dx_j}{dt} + \frac{dy_j}{dt} \right) - L_{Sj} U_{LSj} \right] \frac{dR_{LSj}}{dt} \quad (4.7)$$

A Eq. (4.5) é o termo devido à velocidade das bolhas dispersas. A Eq. (4.6) representa o termo de atrito do filme. A Eq. (4.7) representa a variação da quantidade de movimento devido à variação de fração de líquido no pistão. Testes experimentais no 2PFG/FEM/UNICAMP (Rosa e Altemani, 2006) mostraram que a variação da fração de líquido no pistão é muito pequena ao longo do tempo (em alguns casos é nula), portanto, o termo dR_{LSj}/dt na Eq. (4.7) pode ser desprezado e ΔI_j é zero.

As equações resultantes são rescritas de forma simplificada, em função do fator de pressão e dos parâmetros em (4.5), (4.6) e (4.7):

$$U_{LSj-1} - U_{LSj} = \Delta U_{DSj} + \left(\frac{1}{P_{GBj}} \frac{dP_{GBj}}{dt} - \frac{1}{T_{GBj}} \frac{dT_{GBj}}{dt} \right) \left[L_{Bj} (1 - R_{LBj}) + \frac{L_{Sj}}{2} (1 - R_{LSj}) + \frac{L_{Sj-1}}{2} (1 - R_{LSj-1}) \frac{\rho_{GBj}}{\rho_{GBj-1}} \right] \quad (4.8)$$

$$P_{GBj}^* - P_{GBj+1}^* = R_{LSj} L_{Sj} \frac{dU_{LSj}}{dt} + 2f_{LSj} \frac{L_{Sj}}{D} U_{LSj}^2 + \frac{1}{\rho_L} \Delta P_{Sj+1} \quad (4.9)$$

Nota-se na Eq. (4.8) que existem termos de derivadas da pressão e da temperatura em relação ao tempo. No presente estágio da metodologia, a solução dos balanços de massa e quantidade de movimento está sendo desenvolvida, portanto é possível expressar a derivada dP_{GBj}/dt em função do tempo atual. Porém, as temperaturas serão calculadas após as velocidades e pressões sejam conhecidas. Nesse sentido, para evitar um sistema acoplado de pressão velocidade e temperatura, o termo da derivada da temperatura na Eq. (4.8) é avaliada em dois instantes anteriores. Assim, o primeiro fator do segundo termo da direita na Eq. (4.8) pode ser discretizado da seguinte forma:

$$\frac{1}{P_{GBj}} \frac{dP_{GBj}}{dt} - \frac{1}{T_{GBj}} \frac{dT_{GBj}}{dt} = \frac{1}{P_{GBj}^O} \left(\frac{P_{GBj}^N - P_{GBj}^O}{\Delta t} \right) - \frac{1}{T_{GBj}^O} \left(\frac{T_{GBj}^O - T_{GBj}^{OO}}{\Delta t} \right) \quad (4.10)$$

onde T_{GBj}^{OO} é a temperatura da bolha alongada avaliado dois instantes anteriores em relação ao instante atual.

A expressão em (4.10) e o esquema de integração em (4.1) é aplicado na Eq. (4.8). Assim, obtém-se:

$$\begin{aligned} & \left[\alpha U_{LSj-1}^N + (1-\alpha) U_{LSj-1}^O \right] - \left[\alpha U_{LSj}^N + (1-\alpha) U_{LSj}^O \right] = \Delta U_{DSj} + \\ & \left(\frac{1}{P_{GBj}^*O} \left(\frac{P_{GBj}^{*N} - P_{GBj}^{*O}}{\Delta t} \right) - \frac{1}{T_{GBj}^O} \left(\frac{T_{GBj}^O - T_{GBj}^{OO}}{\Delta t} \right) \right) \left[L_{Bj} R_{GBj} + \frac{L_{Sj}}{2} R_{GSj} + \frac{L_{Sj-1}}{2} R_{GSj-1} \frac{\rho_{GBj}^O}{\rho_{GBj-1}^O} \right] \end{aligned} \quad (4.11)$$

Aplicando o esquema de integração da Eq. (4.1) na Eq. (4.9):

$$\begin{aligned} & \left[\alpha P_{GBj}^{*N} + (1-\alpha) P_{GBj}^{*O} \right] - \left[\alpha P_{GBj+1}^{*N} + (1-\alpha) P_{GBj+1}^{*O} \right] = \\ & R_{LSj} L_{Sj} \frac{U_{LSj}^N - U_{LSj}^O}{\Delta t} + 2 f_{LSj} \frac{L_{Sj}}{D} U_{LSj}^N U_{LSj}^O + \frac{1}{\rho_L} \Delta P_{Sj+1} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Isolando os termos que estão avaliados nos tempos novos:

$$\begin{aligned} & \left[U_{LSj-1}^N - U_{LSj}^N \right] - \frac{1}{P_{GBj}^*O \alpha \Delta t} \left(L_{Bj} R_{GBj} + \frac{L_{Sj}}{2} R_{GSj} + \frac{L_{Sj-1}}{2} R_{GSj-1} \frac{\rho_{GBj}^O}{\rho_{GBj-1}^O} \right) P_{GBj}^{*N} = \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \left[U_{LSj}^O - U_{LSj-1}^O \right] \\ & - \frac{1}{\alpha \Delta t} \left(1 + \frac{T_{GBj}^O - T_{GBj}^{OO}}{T_{GBj}^O} \right) \left(L_{Bj} R_{GBj} + \frac{L_{Sj}}{2} R_{GSj} + \frac{L_{Sj-1}}{2} R_{GSj-1} \frac{\rho_{GBj}^O}{\rho_{GBj-1}^O} \right) + \frac{\Delta U_{DSj}}{\alpha} \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} & \left[P_{GBj+1}^{*N} - P_{GBj}^{*N} \right] + \left(\frac{R_{LSj} L_{Sj}}{\alpha \Delta t} + 2 f_{LSj} \frac{L_{Sj}}{\alpha D} U_{LSj}^O \right) U_{LSj}^N = \\ & \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \left[P_{GBj}^{*O} - P_{GBj+1}^{*O} \right] + R_{LSj} L_{Sj} \frac{U_{LSj}^O}{\alpha \Delta t} - \frac{1}{\alpha \rho_L} \Delta P_{Sj+1} \end{aligned} \quad (4.14)$$

As equações (4.13) e (4.14) estão expressas para uma célula genérica j e devem ser escritas também para todas as células no interior da tubulação desde 1 até n em um sistema de $2n$ equações lineares. Dessa forma, um sistema de equações é constituído; o qual deste ponto em diante será conhecido como sistema pressão-velocidade. As condições de contorno para a solução desse sistema são a velocidade na entrada e a pressão na saída.

Nesse contexto, pode-se construir o sistema a ser resolvido da seguinte forma:

$$A \cdot X = B \quad (4.15)$$

sendo A a matriz de coeficientes, X o vetor de incógnitas e B o vetor dos termos independentes.

A expansão de cada um dos termos da Eq. (4.15) é apresentada na Eq. (4.16) na forma matricial.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{P_{GB1}^O \alpha \Delta t} \left(L_{B1} R_{GB1} + \frac{L_{S1}}{2} R_{GS1} + \frac{L_{S0}}{2} R_{GS0} \frac{\rho_{GB1}^O}{\rho_{GB0}^O} \right) & 1 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & \left(\frac{R_{LS1} L_{S1}}{\alpha \Delta t} + 2 f_{LS1} \frac{L_{S1}}{\alpha D} U_{LS1}^O \right) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{P_{GBn}^O \alpha \Delta t} \left(L_{Bn} R_{GBn} + \frac{L_{Sn}}{2} R_{GSn} + \frac{L_{Sn-1}}{2} R_{GSn-1} \frac{\rho_{GBn}^O}{\rho_{GBn-1}^O} \right) & 1 \\ 0 & 0 & \dots & -1 & \left(\frac{R_{LSn} L_{Sn}}{\alpha \Delta t} + 2 f_{LSn} \frac{L_{Sn}}{\alpha D} U_{LSn}^O \right) \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} P_{GB1}^{*N} \\ U_{LS1}^N \\ \vdots \\ P_{GBn}^{*N} \\ U_{LSn}^N \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} U_{LS0}^N + \frac{(1-\alpha)}{\alpha} [U_{LS0}^O - U_{LS1}^O] - \frac{1}{P_{GB1}^{*O} \alpha \Delta t} \left(1 + \frac{T_{GB1}^O - T_{GB1}^{OO}}{T_{GB1}^O} \right) \left(L_{B1} R_{GB1} + \frac{L_{S1}}{2} R_{GS1} + \frac{L_{S0}}{2} R_{GS0} \frac{\rho_{GB1}^O}{\rho_{GB0}^O} \right) + \frac{\Delta U_{DS1}}{\alpha} \\ \frac{(1-\alpha)}{\alpha} [P_{GB1}^{*O} - P_{GB2}^{*O}] + R_{LS1} L_{S1} \frac{U_{LS1}^O}{\alpha \Delta t} - \frac{1}{\alpha \rho_L} (\Delta P_{S2} + \Delta P_{G1} + \Delta I_1) \\ \vdots \\ \frac{(1-\alpha)}{\alpha} [U_{LSn-1}^O - U_{LSn}^O] - \frac{1}{P_{GBn}^{*O} \alpha \Delta t} \left(1 + \frac{T_{GBn}^O - T_{GBn}^{OO}}{T_{GBn}^O} \right) \left(L_{Bn} R_{GBn} + \frac{L_{Sn}}{2} R_{GSn} + \frac{L_{Sn-1}}{2} R_{GSn-1} \frac{\rho_{GBn}^O}{\rho_{GBn-1}^O} \right) + \frac{\Delta U_{DSn}}{\alpha} \\ \frac{(1-\alpha)}{\alpha} [P_{GBn}^{*O} - P_{GBn+1}^{*O}] + R_{LSn} L_{Sn} \frac{U_{LSn}^O}{\alpha \Delta t} - \frac{1}{\alpha \rho_L} (\Delta P_{Sn+1} + \Delta P_{Gn} + \Delta I_n) - P_{GBn+1}^{*N} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

A matriz A , apresentada na Eq. (4.16), é tridiagonal, pois possui coeficientes não nulos apenas na diagonal principal e nas duas diagonais secundárias. Sistemas de equações desse tipo podem ser resolvidos facilmente através do método TDMA (*Tridiagonal Matrix Algorithm*). O método TDMA fornece a solução exata do sistema executando $4n$ operações sendo n o número de células unitárias no interior da tubulação (Patankar, 1980). Esse sistema de equações será resolvido para cada instante de tempo e fornecerá os valores no tempo atual das variáveis U_{LS}^N e P_{GB}^N . O esquema de integração no tempo utilizado para o sistema pressão-velocidade é o esquema de Crank-Nicholson, onde $\alpha = 0,5$.

4.1.2 Discretização da equação da conservação da energia

As equações resultantes do balanço de energia são discretizadas considerando que sua solução será encontrada depois que o sistema pressão-velocidade for resolvido. Por causa disso, as velocidades e as pressões são conhecidas e os coeficientes de transferência de calor podem ser calculados com parâmetros no instante atual através da Eq. (3.92).

Segundo os estudos de vários autores (Kim e Ghajar, 2006, Deshpande *et al*, 1998), a transferência de calor no escoamento líquido-gás é influenciada principalmente pela fase líquida. Assim, é construído um sistema de equações em função da temperatura do líquido utilizando as equações (3.63) e (3.71). A temperatura do gás é calculada depois que a temperatura do líquido for conhecida.

A variação da fração de líquido no pistão é desprezada de acordo com o exposto na seção 4.1.1. A fração de líquido no filme também é considerada constante. Além disso, como resultado dos primeiros testes, foi comprovado que a variação espacial da temperatura no interior de uma célula não é pequena. Por consequência, as temperaturas nas superfícies x e y são diferentes. Nesse cenário, é utilizada a seguinte aproximação:

$$T_{LSj} = \frac{T_{Lxj} + T_{Lyj}}{2} \quad ; \quad T_{LBj} = \frac{T_{Lyj} + T_{Lxj-1}}{2} \quad (4.17)$$

Substituindo a Eq. (4.17) na Eq. (3.63) obtém-se:

$$\begin{aligned} \overline{h_{LSj}^G} S_{LSj} L_{Sj} \left(T_{wLSj} - \frac{T_{Lxj} + T_{Lyj}}{2} \right) &= \dot{m}_{Lxj} C_L T_{Lxj} - \dot{m}_{Lyj} C_L T_{Lyj} + \\ &+ \rho_L A C_L R_{LSj} \left[\frac{dL_{Sj}}{dt} \left(\frac{T_{Lxj} + T_{Lyj}}{2} \right) + \frac{L_{Sj}}{2} \left(\frac{dT_{Lxj}}{dt} + \frac{dT_{Lyj}}{dt} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.18)$$

Para a equação do filme líquido (3.71), a equação da conservação da energia é expressa por:

$$\begin{aligned} \overline{h_{LBj}^G} S_{LBj} L_{Bj} \left(T_{wLBj} - \frac{T_{Lyj} + T_{Lxj-1}}{2} \right) + QI &= C_L \dot{m}_{Lyj} T_{Lyj} - C_L \dot{m}_{Lxj-1} T_{Lxj-1} + \\ &+ \rho_L A C_L R_{LBj} \left[\frac{dL_{Bj}}{dt} \left(\frac{T_{Lyj} + T_{Lxj-1}}{2} \right) + \frac{L_{Bj}}{2} \left(\frac{dT_{Lyj}}{dt} + \frac{dT_{Lxj-1}}{dt} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.19)$$

sendo QI o calor trocado na interface líquido-gás na região da bolha alongada igual a $h_{ij} S_{ij} L_{Bj} (T_{GBj} - T_{LBj})$.

Todas as variáveis, com exceção da temperatura, foram calculadas no sistema pressão-velocidade, portanto, o esquema de integração na Eq. (4.1) para a equação da conservação da energia é considerado como totalmente implícito $\alpha=1$. Assim, integrando numericamente as Eqs. (4.18) e (4.19), obtém-se:

$$\begin{aligned} \overline{h_{LSj}^G} S_{LSj} L_{Sj} \left(T_{wLSj} - \frac{T_{Lxj}^N + T_{Lyj}^N}{2} \right) &= \dot{m}_{Lxj} C_L T_{Lxj}^N - \dot{m}_{Lyj} C_L T_{Lyj}^N + \\ &+ \rho_L A C_L R_{LSj} \left[\left(\frac{L_{Sj}^N - L_{Sj}^O}{\Delta t} \right) \left(\frac{T_{Lxj}^N + T_{Lyj}^N}{2} \right) + \frac{L_{Sj}}{2} \left(\frac{T_{Lxj}^N - T_{Lxj}^O}{\Delta t} + \frac{T_{Lyj}^N - T_{Lyj}^O}{\Delta t} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \overline{h_{LBj}^G} S_{LBj} L_{Bj} \left(T_{wLBj} - \frac{T_{Lyj}^N + T_{Lxj-1}^N}{2} \right) + QI &= C_L \dot{m}_{Lyj} T_{Lyj}^N - C_L \dot{m}_{Lxj-1} T_{Lxj-1}^N + \\ &+ \rho_L A C_L R_{LBj} \left[\left(\frac{L_{Bj}^N - L_{Bj}^O}{\Delta t} \right) \left(\frac{T_{Lxj}^N + T_{Lyj}^N}{2} \right) + \frac{L_{Bj}}{2} \left(\frac{T_{Lyj}^N - T_{Lyj}^O}{\Delta t} + \frac{T_{Lxj-1}^N - T_{Lxj-1}^O}{\Delta t} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.21)$$

Como é observado nas Eqs. (4.20) e (4.21), as variáveis a serem calculadas são as temperaturas do líquido nas superfícies de controle x_j e y_j . Então, o sistema de equações deve ser construído em função dessas variáveis. As equações (4.20) e

(4.21) são arranjadas separando os termos novos dos antigos. A equação para o filme é escrita primeiro por conveniência.

$$\left[\frac{\rho_L A C_L R_{LBj} (2L_{Bj}^N - L_{Bj}^O)}{2\Delta t} - m_{Lxj-1} \dot{C}_L + \frac{\overline{h_{LBj}^G} S_{LBj} L_{Bj}}{2} \right] T_{Lxj-1}^N + \left[\frac{\rho_L A C_L R_{LBj} L_{Bj}}{2\Delta t} + m_{Lyj} \dot{C}_L + \frac{\overline{h_{LBj}^G} S_{LBj} L_{Bj}}{2} \right] T_{Lyj}^N = \overline{h_{LBj}^G} S_{LBj} L_{Bj} T_{wLsj} + QI + \frac{\rho_L A C_L R_{LBj} L_{Bj}}{2\Delta t} (T_{Lxj-1}^O + T_{Lyj}^O) \quad (4.22)$$

$$\left[\frac{\rho_L A C_L R_{LSj} (2L_{Sj}^N - L_{Sj}^O)}{2\Delta t} - m_{Lyj} \dot{C}_L + \frac{\overline{h_{LSj}^G} S_{LSj} L_{Sj}}{2} \right] T_{Lyj}^N + \left[\frac{\rho_L A C_L R_{LSj} L_{Sj}}{2\Delta t} + m_{Lxj} \dot{C}_L + \frac{\overline{h_{LSj}^G} S_{LSj} L_{Sj}}{2} \right] T_{Lxj}^N = \overline{h_{LSj}^G} S_{LSj} L_{Sj} T_{wLsj} + \frac{\rho_L A C_L R_{LSj} L_{Sj}}{2\Delta t} (T_{Lyj}^O + T_{Lxj}^O) \quad (4.23)$$

Testes computacionais anteriores revelaram que o termo QI tem um valor muito baixo e não influi significativamente na solução. Assim, esse termo pode ser calculado em função dos parâmetros no instante anterior, para evitar um sistema de equações que envolva a temperatura do gás no tempo atual:

$$QI = \overline{h_{ij}^G} S_{ij} L_{Bj} \left(T_{GBj}^O - \frac{T_{Lxj-1}^O + T_{Lyj}^O}{2} \right) \quad (4.24)$$

Dessa forma é obtido um sistema de equações lineares com a forma $C \cdot Y = D$ sendo C , a matriz de coeficientes, Y , a matriz de temperaturas e D , o vetor de termos independentes.

Assim, é obtido um sistema de equações em função das temperaturas T_{Lyj} e T_{Lxj} . Do mesmo modo que no sistema pressão-velocidade, nesse sistema existem duas equações para cada célula unitária. Porém, somente precisa-se de uma condição de contorno, que neste caso será a temperatura na entrada T_{Lx0}^N .

Os termos da matriz são apresentados na Eq. (4.25), sendo C , uma matriz com coeficientes não nulos na diagonal principal e na diagonal secundária inferior. A primeira linha da matriz em (4.25), que é a condição de contorno do problema, pode ser resolvida por substituição direta. Assim, os outros valores são obtidos por uma substituição sucessiva desde a linha 2 até a linha n . Esse sistema de equações será resolvido para cada instante de tempo e fornecerá os valores no tempo atual das variáveis T_{Lx}^N e T_{Ly}^N .

$$C = \begin{bmatrix} \frac{\rho_L AC_L R_{LB1} (2L_{B1}^N - L_{B1}^O)}{2\Delta t} + m_{Ly1} C_L + \frac{\overline{h_{LB1}^G} S_{LB1} L_{B1}}{2} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{\rho_L AC_L R_{LS1} (2L_{S1}^N - L_{S1}^O)}{2\Delta t} - m_{Ly1} C_L + \frac{\overline{h_{LS1}^G} S_{LS1} L_{S1}}{2} & \frac{\rho_L AC_L R_{LS1} L_{S1}}{2\Delta t} + m_{Lx1} C_L + \frac{\overline{h_{LS1}^G} S_{LS1} L_{S1}}{2} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{\rho_L AC_L R_{LBn} (2L_{Bn}^N - L_{Bn}^O)}{2\Delta t} + m_{Lyn} C_L + \frac{\overline{h_{LBn}^G} S_{LBn} L_{Bn}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \frac{\rho_L AC_L R_{LSn} (2L_{Sn}^N - L_{Sn}^O)}{2\Delta t} - m_{Lyn} C_L + \frac{\overline{h_{LSn}^G} S_{LSn} L_{Sn}}{2} & \frac{\rho_L AC_L R_{LSn} L_{Bn}}{2\Delta t} + m_{Lxn} C_L + \frac{\overline{h_{LSn}^G} S_{LSn} L_{Sn}}{2} \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} T_{Ly1}^N \\ T_{Lx1}^N \\ \vdots \\ T_{Lyn}^N \\ T_{Lxn}^N \end{bmatrix} ; \quad D = \begin{bmatrix} \overline{h_{LBj}^G} S_{LBj} L_{Bj} T_{wLSj} + QI + \frac{\rho_L AC_L R_{LBj} (2L_{B1}^N - L_{B1}^O)}{2\Delta t} (T_{Lx0}^O + T_{Ly1}^O) - \left[\frac{\rho_L AC_L R_{LB1} (2L_{B1}^N - L_{B1}^O)}{2\Delta t} - m_{Lx0} C_L + \frac{\overline{h_{LB1}^G} S_{LB1} L_{B1}}{2} \right] T_{Lx0}^N \\ \overline{h_{LS1}^G} S_{LS1} L_{S1} T_{wLS1} + \frac{\rho_L AC_L R_{LS1} (2L_{S1}^N - L_{S1}^O)}{2\Delta t} (T_{Ly1}^O + T_{Lx1}^O) \\ \vdots \\ \overline{h_{LBj}^G} S_{LBj} L_{Bj} T_{wLSj} + QI + \frac{\rho_L AC_L R_{LBj} (2L_{Bn}^N - L_{Bn}^O)}{2\Delta t} (T_{Lxn-1}^O + T_{Lyn}^O) \\ \overline{h_{LSn}^G} S_{LSn} L_{Sn} T_{wLSn} + \frac{\rho_L AC_L R_{LSn} (2L_{Sn}^N - L_{Sn}^O)}{2\Delta t} (T_{Lyn}^O + T_{Lxn}^O) \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

A temperatura da bolha alongada de gás pode ser calculada uma vez que as temperaturas do líquido sejam conhecidas. Neste caso é utilizada a Eq. (3.76), reescrita aqui, lembrando as hipóteses anteriores (fração de vazio e comprimento de bolha constantes no tempo):

$$\begin{aligned} \overline{h_{GBj}^G} S_{GBj} L_{Bj} (T_{wGBj} - T_{GBj}) - QI = Cp_G \dot{m}_{Gyj} T_{Gyj} - Cp_G \dot{m}_{Gxj-1} T_{Gxj-1} \\ + Cv_G A \rho_{GBj} \left(T_{GBj} R_{GBj} \frac{dL_{Bj}}{dt} + T_{GBj} R_{GBj} \frac{L_{Bj}}{\rho_{GBj}} \frac{d\rho_{GBj}}{dt} + R_{GBj} L_{Bj} \frac{dT_{GBj}}{dt} \right) \end{aligned} \quad (4.26)$$

Considerando que as temperaturas nas superfícies de controle são as mesmas que no líquido, a equação também é discretizada utilizando o esquema totalmente implícito.

$$\begin{aligned} \overline{h_{GBj}^G} S_{GBj} L_{Bj} (T_{wGBj} - T_{GBj}^N) - QI = Cp_G \dot{m}_{Gyj} T_{Lyj}^N - Cp_G \dot{m}_{Gxj-1} T_{Lxj-1}^N + \\ + Cv_G AR_{GBj} \left(\rho_{GBj} T_{GBj} \frac{L_{Bj}^N - L_{Bj}^O}{\Delta t} + T_{GBj}^N L_{Bj}^N \frac{d\rho_{GBj}}{dt} + L_{Bj} \rho_{GBj} \frac{T_{GBj}^N - T_{GBj}^O}{\Delta t} \right) \end{aligned} \quad (4.27)$$

Rearranjando a Eq. (4.27), a expressão para a temperatura do gás é dada por:

$$T_{GBj}^N = \frac{\overline{h_{GBj}^G} S_{GBj} L_{Bj} T_{wGBj} - QI - Cp_G \left[\dot{m}_{Gyj} T_{Lyj}^N - \dot{m}_{Gxj-1} T_{Lxj-1}^N \right] + Cv_G AR_{GBj} (2L_{Bj}^N - L_{Bj}^O) \left(\rho_{GBj} \frac{T_{GBj}^O}{\Delta t} \right)}{\overline{h_{GBj}^G} S_{GBj} L_{Bj} + Cv_G AR_{GBj} (2L_{Bj}^N - L_{Bj}^O) \left(\rho_{GBj} \frac{1}{\Delta t} + \frac{d\rho_{GBj}}{dt} \right)} \quad (4.28)$$

Finalmente, as equações para as temperaturas nas paredes externas na Eq. (3.77) são calculadas antes de começar o cálculo do sistema de temperaturas em função das temperaturas no instante antigo. Rearranjando a Eq. (3.77) tem-se:

$$q'' \frac{D_e}{D} = \overline{h_{Fj}^G} D (T_{wFj} - T_{Fj}) \quad (4.29)$$

Aplicando a Eq. (4.29) a cada um dos componentes da célula unitária e considerando as aproximações na Eq. (4.17), as temperaturas nas paredes podem ser calculadas através das seguintes expressões:

$$T_{wLBj} = \frac{q''}{h_{LBj}^G} + \frac{T_{Lyj}^O + T_{Lxj-1}^O}{2} \quad (4.30)$$

$$T_{wLSj} = \frac{q''}{h_{LSj}^G} + \frac{T_{Lxj}^O + T_{Lyj}^O}{2} \quad (4.31)$$

$$T_{wGBj} = \frac{q''}{h_{GBj}^G} + T_{GBj}^O \quad (4.32)$$

4.1.3 Discretização das equações auxiliares

As equações auxiliares são utilizadas para calcular parâmetros que não foram encontrados no sistema pressão-velocidade. Sua solução é encontrada após o cálculo de U_{LS}^N e P_{GB}^N mas, antes do cálculo das temperaturas T_{Lx}^N e T_{Ly}^N . Têm-se duas equações auxiliares que correspondem às velocidades das fronteiras do volume de controle, as quais foram apresentadas no capítulo anterior e são reescritas aqui por conveniência:

$$\frac{dy_j}{dt} = U_{Tj} \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} \frac{dx_{j-1}}{dt} = & \frac{-L_{Bj} \frac{dR_{LBj}}{dt} - \frac{L_{Sj}}{2} \frac{dR_{LSj}}{dt} - \frac{L_{Sj-1}}{2} \frac{dR_{LSj-1}}{dt} + (1 - R_{LSj}) U_{GSj} - (1 - R_{LSj-1}) U_{GSj-1}}{R_{LSj-1} - R_{LBj}} \\ & + \frac{\frac{1}{\rho_{GBj}} \frac{d\rho_{GBj}}{dt} \left(L_{Bj} R_{GBj} + \frac{L_{Sj} R_{GSj}}{2} + \frac{L_{Sj-1} R_{GSj-1}}{2} \frac{\rho_{GBj}}{\rho_{GBj-1}} \right) + (R_{LSj} - R_{LBj}) \frac{dy_j}{dt}}{R_{LSj-1} - R_{LBj}} \end{aligned} \quad (4.34)$$

A discretização das equações (4.33) e (4.34) dá como resultado expressões para as posições no tempo atual das superfícies de controle. Para a frente da bolha j , obtém-se:

$$y_j^N = y_j^O + U_{Tj}^N \Delta t \quad (4.35)$$

No caso da traseira da bolha, os termos da variação das frações de líquido e gás no tempo são desprezados. Dessa forma, é obtida a seguinte expressão para a posição da traseira da bolha:

$$x_{j-1}^N = x_{j-1}^O + \frac{(R_{LSj} - R_{LBj})U_{Tj}^N \Delta t + [(1 - R_{LSj})U_{GSj} - (1 - R_{LSj-1})U_{GSj-1}] \Delta t}{R_{LSj-1} - R_{LBj}} + \frac{\left(\frac{P_{GBj}^{*N} - P_{GBj}^{*O}}{P_{GBj}^O} - \frac{T_{GBj}^O - T_{GBj}^{OO}}{T_{GBj}^O} \right) \left(\frac{L_{Bj}^O R_{GBj}}{2} + \frac{L_{Sj}^O R_{GSj}}{2} + \frac{L_{Sj-1}^O R_{GSj-1}}{2} \right)}{R_{LSj-1} - R_{LBj}} \quad (4.36)$$

As equações finais apresentadas nas seções 4.1.1, 0 e 4.1.3 estão linearizadas e prontas para ser implementadas em um algoritmo de solução. Porém, essas equações não são suficientes para resolver o problema. Sendo o escoamento em golfadas um fenômeno em regime transitório, é necessário definir condições iniciais e condições na entrada. Por exemplo, na Eq. (4.16) é necessário conhecer alguns parâmetros na entrada como a velocidade U_{LS0} , os comprimentos L_{B1} e L_{S1} e as frações volumétricas R_{LS1} e R_{GB1} .

Esses parâmetros não podem ser definidos arbitrariamente, portanto devem ser estimados através de alguma metodologia. Assim, para iniciar a simulação, o modelo de seguimento de pistões requer uma sequência de células unitárias, que serão inseridas na tubulação e propagadas ao longo dela através das equações da modelagem. A metodologia para gerar essas células unitárias e os mecanismos para a entrada e saída de bolhas são apresentados em detalhe no capítulo 5.

A seguir, o algoritmo para a solução do modelo de seguimento de pistões é apresentado de forma geral.

4.2 Algoritmo de solução

Nesta seção será apresentado o procedimento de cálculo a ser implementado no programa computacional. Primeiro serão definidos os dados de entrada do modelo. Em seguida, será explicada cada uma das etapas da simulação: seu início, desenvolvimento e fim. Processos específicos como a entrada e saída de bolhas e as condições iniciais serão apresentados de forma detalhada no capítulo 5, mas

serão mencionados superficialmente nesta seção. O diagrama de fluxo do algoritmo pode ser observado na Figura 4-1.

4.2.1 Dados de entrada

Para iniciar uma simulação, alguns dados de entrada devem ser conhecidos. Assim, parâmetros hidrodinâmicos, parâmetros térmicos, geometria do duto e propriedades dos fluidos devem ser fornecidos ao programa. São eles:

- **Parâmetros hidrodinâmicos:** velocidade superficial do líquido e do gás, pressão na saída da tubulação, frequência da passagem da célula unitária.
- **Parâmetros térmicos:** temperatura na entrada. No caso da condição de temperatura externa constante: temperatura externa e coeficiente de transferência de calor externo. No caso de fluxo de calor constante, o fluxo na parede.
- **Configuração do duto:** diâmetro interno, diâmetro externo, comprimento total, massa específica, calor específico e condutividade térmica do material do duto.
- **Propriedades dos fluidos:** viscosidade, condutividade térmica, calor específico a pressão e volume constante. Todas estas propriedades variam com a temperatura, portanto devem ser definidas como funções $\eta = \eta(T)$.

4.2.2 Início da simulação

A simulação inicia com a geração da célula unitária na entrada, a qual é obtida a partir das velocidades superficiais e da frequência (Ver capítulo 5). Essa célula unitária possui informação de velocidade superficial (j_G e j_L), comprimentos de bolha e pistão (L_B , L_S), frações volumétricas (R_{LS} e R_{GB}) e temperaturas na entrada (T_{LS} , T_{LB} e T_{GB}).

O modelo de seguimento de pistões permite dois tipos de condições na entrada: condição periódica e condição intermitente. Na condição periódica todas as células unitárias na entrada são iguais e seus parâmetros são calculados com modelo estacionário. Na condição intermitente, as células unitárias respondem a uma distribuição de frequência. Porém, devido à falta de dados na literatura sobre intermitência na transferência de calor, no presente trabalho será abordada somente

a condição periódica. Assim, colocam-se os parâmetros das células em uma lista onde cada linha representa uma célula unitária.

Uma vez geradas as células unitárias na entrada, o programa captura as duas primeiras células da lista e as insere no domínio de cálculo. A simulação começa com o nariz da primeira bolha na posição $z=0$. Nesse momento, o sistema pressão-velocidade é resolvido para uma célula unitária. Um instante de tempo depois, a frente da bolha está deslocada para frente em uma posição $z>0$. Mais detalhes sobre a entrada de células unitárias na tubulação são apresentados no Capítulo 5.

4.2.3 Desenvolvimento da simulação

Uma vez que a tubulação tenha pelo menos três bolhas no seu interior, é verificada a existência de coalescência dentro do domínio de cálculo. A seguir, é calculada a matriz do sistema pressão-velocidade e encontram-se os parâmetros U_{LS}^N e P_{GB}^N para o instante novo. Uma vez calculadas as pressões e velocidades, são avaliados os parâmetros auxiliares (comprimentos da bolha e do pistão e as velocidades de deslocamento das superfícies de controle). Posteriormente, o sistema de equações para as temperaturas é resolvido. A partir dos resultados do sistema de equações de energia, pode-se obter a temperatura da mistura de acordo com a modelagem apresentada anteriormente. Tendo já as três variáveis (pressão, velocidade e temperatura) calculadas, as propriedades físicas dos fluidos são calculadas com as pressões e temperaturas no tempo atual.

Em cada instante de tempo é verificada a entrada ou saída de células através de sub-rotinas específicas. Os dados são salvos seguindo o conceito das sondas virtuais, apresentadas na próxima seção. Em seguida, incrementa-se um passo de tempo Δt e os dados são atualizados fixando os parâmetros no tempo novo como parâmetros no tempo antigo. O processo é repetido até cumprir o critério de finalização de simulação.

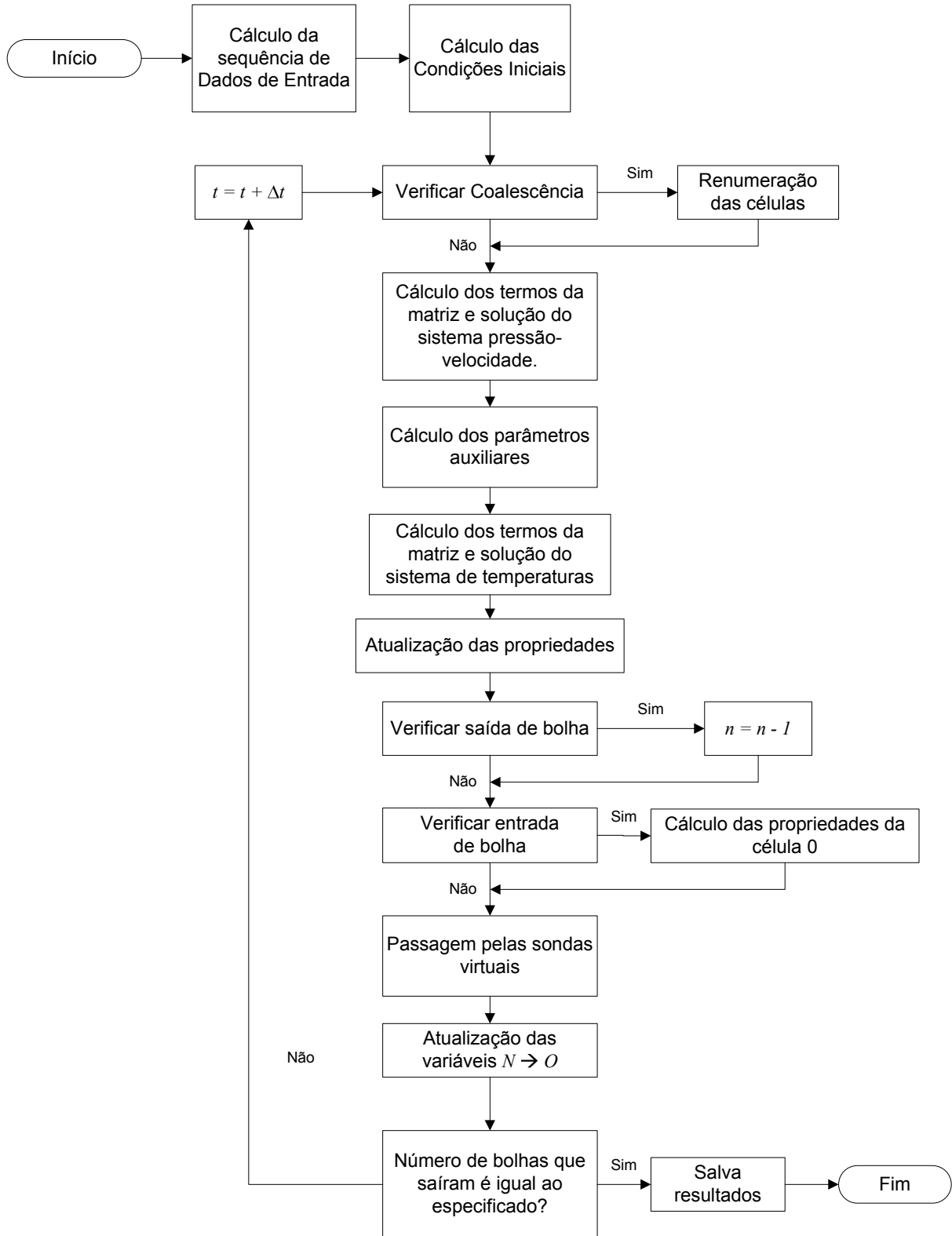


Figura 4-1 – Algoritmo da simulação

4.2.4 Fim da simulação

Como o modelo encontra-se em regime transitório, um critério deve ser estabelecido para indicar o final da simulação. Nesse cenário, duas formas de finalizar as simulações são propostas:

- Fixar um tempo de simulação.
- Fixar um número de bolhas saindo da tubulação.

Dentre esses dois métodos, o segundo é escolhido já que garante que a tubulação esteja cheia de bolhas quando a simulação acaba. Quando a simulação termina, os dados armazenados nas sondas virtuais são salvos em arquivos e o programa é finalizado.

4.3 Sondas virtuais

As sondas virtuais são pontos de monitoramento das variáveis ao longo da tubulação. O modelo apresentado permite utilizar vários tipos de sonda virtual: a sonda euleriana, a sonda lagrangeana e a sonda de fotografia.

4.3.1 Sonda euleriana

As sondas eulerianas são pontos estáticos de controle ao longo da tubulação que capturam informação sobre a célula unitária que está passando. No programa foram implementadas oito sondas em diferentes pontos do duto. Assim, cada sonda monitora as variáveis da célula unitária que está passando por esse ponto.

As sondas começam a salvar os dados quando a primeira bolha sai da tubulação. Assim, uma linha de dados é salva para cada célula unitária que passa pela sonda.

Dessa forma podem ser obtidos valores médios no tempo para cada ponto da tubulação, bem como as funções densidade de probabilidade (*PDF*) que mostram as distribuições estatísticas das variáveis.

4.3.2 Sonda lagrangeana

A natureza lagrangeana do método de seguimento de pistões permite monitorar as variáveis através do acompanhamento de uma célula unitária. Uma

sonda lagrangeana acompanha uma determinada célula unitária definida pelo usuário em toda sua passagem pelo duto. Os dados são salvos para cada instante de tempo permitindo estudar as oscilações típicas do escoamento intermitente.

4.3.3 Sonda de fotografia

Neste tipo de sonda, os dados de todas as células unitárias no instante t_{foto} são salvos. Assim, pode-se conhecer a variação espacial dos parâmetros em um determinado instante de tempo, como se fosse uma fotografia tirada nesse momento.

4.4 Considerações gerais da solução numérica

O diferencial de tempo a ser utilizado nas simulações é de $\Delta t = 0,001$ s. Esse valor já foi utilizado por Rodrigues (2009) no seu modelo hidrodinâmico. Testes realizados com o modelo de transferência de calor implementado evidenciaram que um refinamento desse passo de tempo não fornece um ganho significativo nos resultados hidrodinâmicos e da transferência de calor.

Por outro lado, o critério de parada da simulação foi determinado testando quantas bolhas saindo da tubulação são necessárias para que as médias em uma determinada estação de medição (sonda euleriana) não variem. Após testes, foi verificado que a saída de 200 bolhas fornece valores estáveis nas médias.

Em relação às sondas de medição eulerianas (seção 4.3.1), os valores médios começam a ser salvos a partir da saída de 10 bolhas. Isto com o objetivo de evitar efeitos indesejáveis do início da simulação e obter médias estáveis para as velocidades, pressões e temperaturas. Com esse mesmo critério, determinou-se que a sonda lagrangeana (seção 4.3.3) seja colocada na célula unitária número 120.

5 CONDIÇÕES INICIAIS, DE ENTRADA E DE SAÍDA

No capítulo anterior foi apresentada a metodologia para resolver o modelo de seguimento de pistões com transferência de calor. Devido à natureza transiente do modelo, condições iniciais e condições de entrada e saída devem ser estabelecidas. No presente capítulo, essas condições são discutidas em detalhe, pois constituem as condições de contorno das equações diferenciais apresentadas na modelagem matemática. Além disso, também é apresentada a descrição detalhada de processos específicos como a entrada e saída de bolhas.

5.1 Condições iniciais

Para iniciar o cálculo dos parâmetros através das equações discretizadas, é necessário conhecer o valor destes parâmetros no instante inicial ($t = 0$). Uma opção é assumir que inicialmente um número de células unitárias encontra-se no interior da tubulação. Caso a tubulação estivesse cheia de bolhas e pistões no instante inicial, seria necessário conhecer as velocidades, pressões e temperaturas para todos eles antes de iniciar a simulação.

Nesse cenário, Rodrigues (2009) propõe que a simulação comece com uma tubulação cheia de líquido com um nariz de bolha na coordenada $z=0$ no instante $t=0$, como observado na Figura 5-1. Assim, tem-se uma célula unitária em toda a tubulação no instante inicial, onde existe um pistão do tamanho da tubulação e uma bolha prestes a ingressar com seu nariz encostado na entrada do duto. Fisicamente, a hipótese de Rodrigues (2009) representa um escoamento monofásico de líquido onde subitamente é injetada uma determinada vazão de gás. A condição inicial é descrita graficamente na Figura 5-1.

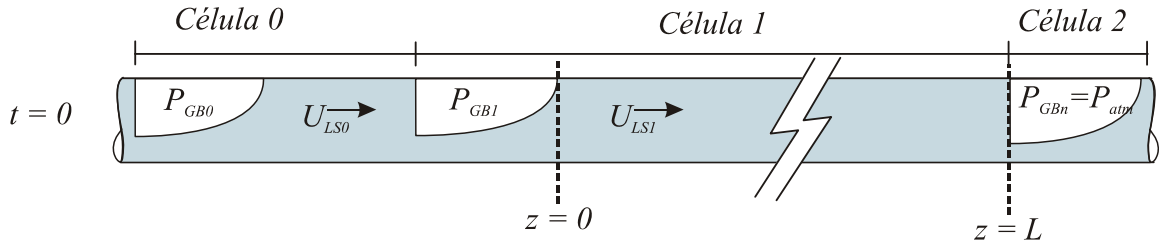


Figura 5-1 – Representação gráfica da condição inicial na simulação.

No instante inicial, existem três células unitárias chamadas célula 0, célula 1 e célula 2 como observado na Figura 5-1. A célula 2 fisicamente não existe e sua definição é dada somente para introduzir a condição de contorno de pressão conhecida na saída $P_{GB2}^{*N} = P_{GB2}^{*O} = cte$. A célula 1 tem o nariz de sua bolha alongada encostado na posição $z = 0$ e um pistão do tamanho do duto ($L_{SI} = L$). A velocidade deste pistão é calculada a partir da velocidade de mistura e a pressão a partir da equação de escoamento monofásico. Assim, tem-se:

$$U_{LS1}^O = J - U_{DS1} \frac{(1 - R_{LS1})}{R_{LS1}} \quad (5.1)$$

$$P_{GB1}^{*N} = P_{atm}^* + 2f_{LS1} \frac{L}{D} (U_{LS1}^O)^2 \quad (5.2)$$

A célula 0 não se encontra no domínio de cálculo do sistema pressão-velocidade e seus parâmetros são calculados através das seguintes relações:

$$U_{LS0}^O = J - U_{DS0} \frac{(1 - R_{LS0})}{R_{LS0}} \quad (5.3)$$

$$P_{GB0}^{*O} = P_{GB0}^{*N} = P_{GB1}^{*N} + 2f_{LS0} \frac{L_{S0}}{D} (U_{LS0}^O)^2 \quad (5.4)$$

No caso das temperaturas, no instante inicial é necessário conhecer as temperaturas T_{Lx1} e T_{Ly1} . Neste caso, como a simulação inicia com o nariz da bolha encostado em $z = 0$, T_{Ly1} será igual à temperatura na entrada.

$$T_{Ly1}^N = T_{en} \quad (5.5)$$

A temperatura T_{Lx1} será calculada com equações do escoamento monofásico de líquido, sendo diferente para fluxo de calor ou temperatura constante.

No caso de fluxo de calor constante, tem-se:

$$T_{Lx1}^N = T_{en} + \frac{q'' \pi D}{\dot{m}_L C_L} L \quad (5.6)$$

sendo $\dot{m}_L = j_L A \rho_L$ a vazão mássica de líquido.

No caso de temperatura externa constante, tem-se:

$$T_{Lx1}^N = T_0 - (T_0 - T_{en}) \exp\left(-\frac{\overline{h}_{x1} \pi D}{\dot{m}_L C_L} L\right) \quad (5.7)$$

onde \overline{h}_{x1}^G é calculado:

$$\overline{h}_{x1}^G = \frac{1}{\frac{1}{\overline{h}_{x1}} + \frac{D}{2k_c} \ln \frac{D_e}{D} + \frac{D}{D_e} h_0} \quad (5.8)$$

O coeficiente \overline{h}_{x1}^G é calculado com a correlação (2.24) utilizando o número de Prandtl do líquido e o número de Reynolds calculado com a velocidade U_{LS0}^0 .

Dessa forma, as condições iniciais estão completamente definidas. O último detalhe é calcular as propriedades da célula unitária como L_B , L_S , R_{LS} e R_{GB} na entrada, a fim de avaliar os valores de U_{LS0} e P_{GB0} .

5.2 Modelo estacionário para geração da célula unitária na entrada

Para iniciar a simulação o modelo de seguimento de pistões proposto requer que todas as propriedades da célula unitária na entrada sejam conhecidas. Nota-se que as Eqs. (5.1) até (5.4) dependem dos parâmetros U_{LS0} , L_S , L_B , R_{LS} e R_{GB} , que são parâmetros da célula na entrada. Além disso, sabe-se que a velocidade U_{LS0} é utilizada como condição de contorno do sistema pressão-velocidade. Dessa forma, as células unitárias na entrada devem ser conhecidas para todo instante de tempo.

Nesse cenário, o modelo de seguimento de pistões permite duas condições de entrada: a condição periódica e a condição intermitente. Na condição periódica, todas as células unitárias na entrada são iguais. Na condição intermitente, as células unitárias respondem a um comportamento aleatório. No presente trabalho, será abordada somente a condição periódica, já que não existem dados na literatura para validar a intermitência no escoamento em golfadas com transferência de calor.

A seguir, é apresentada a metodologia para calcular os parâmetros hidrodinâmicos e da transferência de calor na célula unitária na entrada. Os dados hidrodinâmicos são calculados a partir do modelo de Taitel e Barnea (1990a) e os dados da transferência de calor são obtidos através de equações do escoamento monofásico.

5.2.1 Dados hidrodinâmicos

O modelo estacionário está baseado no modelo de Taitel e Barnea (1990a). As equações governantes são encontradas a partir do balanço de massa e quantidade de movimento na célula unitária, considerando a geometria da bolha alongada.

Os dados de entrada para o modelo estacionário são: as velocidades superficiais j_L e j_G , a frequência de passagem de uma célula unitária $freq$ e as propriedades dos fluidos avaliadas na temperatura de entrada μ , ρ . As relações básicas derivadas do balanço de massa na célula unitária, mostrada na Figura 5-2, são os seguintes:

$$J = U_{LS}R_{LS} + U_{GS}(1 - R_{LS}) \quad (5.9)$$

$$U_{LB} = U_T - (U_T - U_{LS}) \frac{R_{LS}}{R_{LB}} \quad (5.10)$$

$$U_{GB} = U_T - (U_T - U_{GS}) \frac{(1 - R_{LS})}{R_{GB}} \quad (5.11)$$

Para calcular a velocidade das bolhas de gás dispersas no pistão U_{GS} é utilizada a equação (2.35). A fração de líquido no pistão R_{LS} é obtida de uma das correlações apresentadas na seção 2.5.3. Como sugestão é proposta a Eq. (2.40). A

velocidade de translação da bolha pode ser calculada através da correlação apresentada na Eq. (2.34) utilizando os coeficientes da Tabela 2-3.

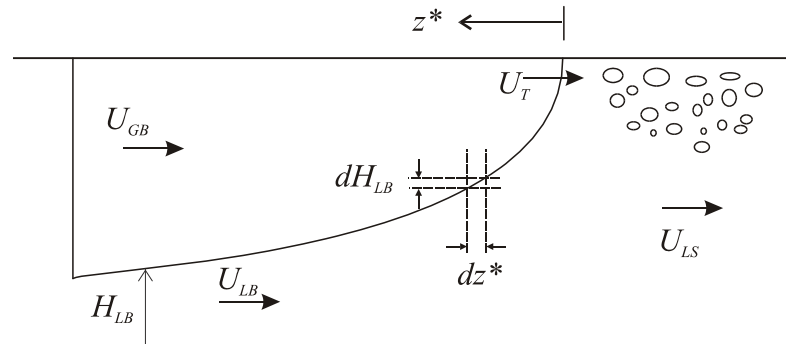


Figura 5-2 – Modelo de bolha de Taitel e Barnea (1990a)

Para encontrar o comprimento da bolha é utilizado um balanço da quantidade de movimento no filme, conhecido como o modelo de bolha de Taitel e Barnea (1990a). O resultado deste balanço aplicado a um duto horizontal é apresentado na Eq. (5.12).

$$\frac{dH_{LB}}{dz^*} = \frac{\tau_{LB} \frac{S_{LB}}{A_{LB}} - \tau_{GB} \frac{S_{GB}}{A_{GB}} - \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_{LB}} + \frac{1}{A_{GB}} \right)}{(\rho_L - \rho_G)g - \rho_L V_{LB} \frac{(U_T - U_{LS})R_{LS}}{R_{LB}^2} \frac{dR_{LB}}{dH_{LB}} - \rho_G V_{GB} \frac{(U_T - U_{GS})(1 - R_{LS})}{(1 - R_{LB})^2} \frac{dR_{LB}}{dH_{LB}}} \quad (5.12)$$

onde $V_{LB} = U_T - U_{LB}$, $V_{GB} = U_T - U_{GB}$, H_{LB} é a altura de filme. A Eq. (5.12) representa o perfil geométrico da bolha alongada, sendo dH_{LB}/dz a variação da altura de filme ao longo do comprimento da bolha mostrado na Figura 5-2. Todos os parâmetros da Eq. (5.12) podem ser calculados a partir das correlações e das relações geométricas apresentadas na seção 2.4.1.

A integração da Eq. (5.12) tem como resultado o perfil geométrico da bolha. Porém, é necessário um critério de parada, caso contrário resultaria em um comprimento de bolha infinito. Esse critério de parada é dado pelo balanço de líquido na célula unitária:

$$j_L = U_{LS}R_{LS} + U_T(1 - R_{LS}) \frac{L_B}{L_B + L_S} - \frac{U_T}{L_B + L_S} \int_0^{L_B} R_{GB} dz \quad (5.13)$$

Assim, como a frequência é conhecida $freq = U_T/(L_S+L_B)$, a equação (5.12) deve ser integrada até a expressão em (5.13) ser satisfeita. Uma vez conhecido o comprimento da bolha, pode-se calcular o comprimento do pistão através da fórmula de frequência:

$$L_S = \frac{U_T}{freq} - L_B \quad (5.14)$$

Finalmente, a fração de vazio média é calculada através da integração:

$$\overline{R_{GB}} = \frac{1}{L_B} \int_0^{L_B} R_{GB} dz \quad (5.15)$$

A sequência de integração numérica da Eq. (5.12) é apresentada na Figura 5-3. A fim de resumir a metodologia proposta, apresenta-se um algoritmo para o cálculo dos parâmetros iniciais da célula unitária:

1. Avaliar U_{GS} , U_T , R_{LS} através de correlações e U_{LS} a partir da Eq. (5.9).
2. Assumir um H_{LB} inicial $H_{LB}(z^*=0) = H_{LB1}$ e calcular seu respectivo R_{LB1} . O H_{LB0} pode ser considerado igual ao diâmetro do duto, mas testes mostraram que um melhor valor é $H_{LB0} = 0,9D$.
3. Calcular todos os parâmetros necessários para calcular o lado direito da Eq. (5.12) utilizando as Eqs. (5.10) e (5.11), e as relações geométricas na seção 2.4.1. Calcular a derivada dH_{LB}/dz^* .
4. Integra-se numericamente a equação (5.12), assumindo um $\Delta H_{LB} = 0,001D$. Calcular a nova posição de z^* , $z_n^* = z_{n-1}^* + \Delta H_{LB}/(dH_{LB}/dz^*)$. Observa-se a sequência de integração na Figura 5-3.
5. Calcular a integral de R_{GB} e $\overline{R_{GB}}$ com a Eq. (5.15) e avaliar a satisfação da Eq. (5.13). Se a Eq. (5.13) for satisfeita, a posição de $z^* = L_B$. Caso contrário, continuar integrando a Eq. (5.12) repetindo os passos 3, 4 e 5 atualizando o valor da altura do filme $H_{LBn+1} = H_{LBn} - \Delta H_{LB}$.
6. Calcular L_S através de (5.14)

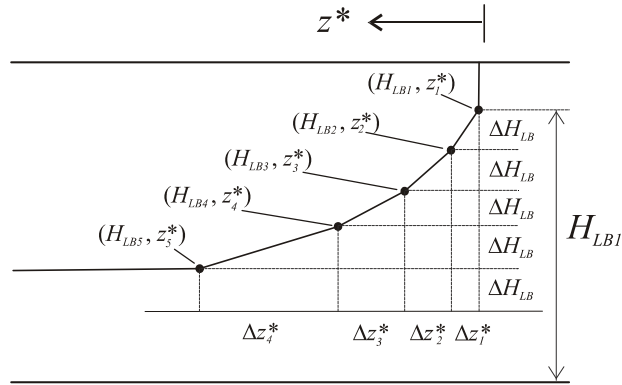


Figura 5-3 – Sequência de integração do modelo de bolha.

Assim, através dos parâmetros da célula unitária de entrada que serão fornecidos ao modelo de seguimento de pistões são: j_L , j_G , L_B , L_S , R_{GB} e R_{LS} . Vale ressaltar que a variável $\overline{R_{GB}}$ da célula unitária torna-se simplesmente R_{GB} no modelo de seguimento de pistões.

5.2.2 Dados de transferência de calor

As temperaturas das células de entrada também devem ser estabelecidas como mostrado na Figura 5-4. Segundo a disposição geométrica de uma célula na entrada, a superfície x da primeira célula sempre estará na posição $z = 0$. Então:

$$T_{Lx0} = T_{en} \tag{5.16}$$

Por outro lado, a temperatura da superfície y da primeira célula encontra-se fora da tubulação no momento da entrada, e sua temperatura deve ser calculada através de uma extrapolação. Nesse caso, a temperatura é modelada como se fosse um escoamento monofásico de líquido com vazão $\dot{m}_L = \rho_L A j_L$. Para escoamento unidimensional, existem expressões analíticas (Bejan, 1995) que descrevem a temperatura média na seção transversal para qualquer posição no duto. Essas expressões dependem da condição térmica, sendo para o caso de temperatura externa constante dada pela Eq. (5.17):

$$T_{Ly0} = T_0 - (T_0 - T_{en}) \exp\left(\frac{\overline{h_{Ly0}^G} \pi D}{\dot{m}_L C_L} L_{S0}\right) \tag{5.17}$$

onde T_0 é a temperatura do meio externo e $\overline{h_{Ly0}^G}$ é calculado de forma análoga à expressão (5.8).

Por outro lado, no caso da condição de fluxo de calor constante, a expressão é dada pela Eq. (5.18):

$$T_{Ly0} = T_{en} - \frac{q'' \pi D}{\dot{m}_L C_L} L_{S0} \quad (5.18)$$

A temperatura da bolha de gás é fixada como a temperatura da superfície y já que no momento da entrada da célula unitária, a bolha encontra-se fora do duto.

$$T_{GB0} = T_{Ly0} \quad (5.19)$$

As temperaturas das paredes são encontradas assumindo que todo o fluxo de calor fornecido na parede do duto é transferido aos fluidos, utilizando as expressões do escoamento monofásico (Incropera *et al*, 2008). Para fluxo de calor constante na parede, tem-se:

$$q'' = \overline{h_F^G} (T_{wF0} - T_{F0}) \quad (5.20)$$

No caso de temperatura externa constante, tem-se:

$$\overline{h_{F0}} (T_{wF0} - T_{F0}) = \overline{h_{F0}^G} (T_0 - T_{F0}) \quad (5.21)$$

Assim, as temperaturas de entrada nas paredes podem ser calculadas através das expressões mostradas na Tabela 5-1. As posições onde as temperaturas são avaliadas são mostradas na Figura 5-4.

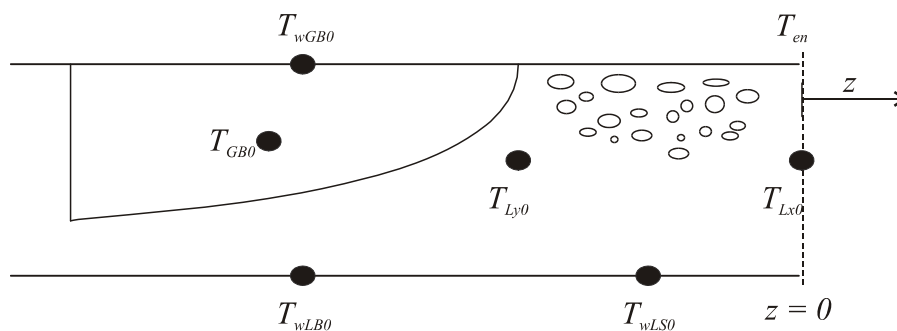


Figura 5-4 – Temperaturas da célula unitária da entrada.

Tabela 5-1 – Expressões para o cálculo de temperatura de entrada nas paredes.

	Fluxo de calor constante	Temperatura Externa Constante
Pistão líquido	$T_{wLS0} = \left(\frac{T_{Lx0} + T_{Ly0}}{2} \right) + \frac{q''}{h_{LS0}^G}$	$T_{wLS0} = \left(\frac{T_{Lx0} + T_{Ly0}}{2} \right) - \frac{\overline{h_{LS}^G} D}{h_{LS}^G D_e} \left(\frac{T_{Lx0} + T_{Ly0}}{2} - T_0 \right)$
Filme líquido	$T_{wLB0} = T_{Ly0} + \frac{q''}{h_{LB0}^G}$	$T_{wLB0} = T_{Ly0} - \frac{\overline{h_{LB}^G} D}{h_{LB}^G D_e} (T_{Ly0} - T_0)$
Bolha alongada	$T_{wLB0} = T_{GB0} + \frac{q''}{h_{GB0}^G}$	$T_{wGB0} = T_{GB0} - \frac{\overline{h_{GB}^G} D}{h_{GB}^G D_e} (T_{GB0} - T_0)$

5.3 Processo de entrada de células unitárias no domínio de cálculo

Nesta seção é apresentado o processo para inserir no domínio de cálculo as células unitárias geradas na seção anterior. Uma vez que a sequência de dados é gerada segundo a metodologia apresentada na seção 5.2, os dados são salvos em um arquivo, onde cada linha tem dados de $j_L, j_G, L_B, L_S, R_{GB}$ e R_{LS} . Esse arquivo será lido linha por linha pelo programa *Slug* quando a simulação começa. Sendo o escoamento periódico na entrada, todas as linhas desse arquivo são iguais.

Quando a simulação começa ($t=0$), duas células unitárias são requeridas da lista gerada. A primeira célula tem o nariz de sua bolha na posição $z = 0$ e a segunda encontra-se atrás dela. Um passo de tempo depois, os parâmetros da primeira célula unitária são atualizados através da solução do sistema pressão-velocidade. Passos de tempo são acrescentados e sistemas são calculados até que a primeira célula esteja completamente dentro do duto. Nesse instante, a segunda célula começa a entrar no duto e uma terceira célula unitária da sequência de dados é requerida. Essa terceira célula unitária é posicionada atrás da segunda e o sistema pressão velocidade é resolvido com a primeira e segunda célula já no interior do duto. O processo é repetido para todas as células unitárias que ingressam no duto.

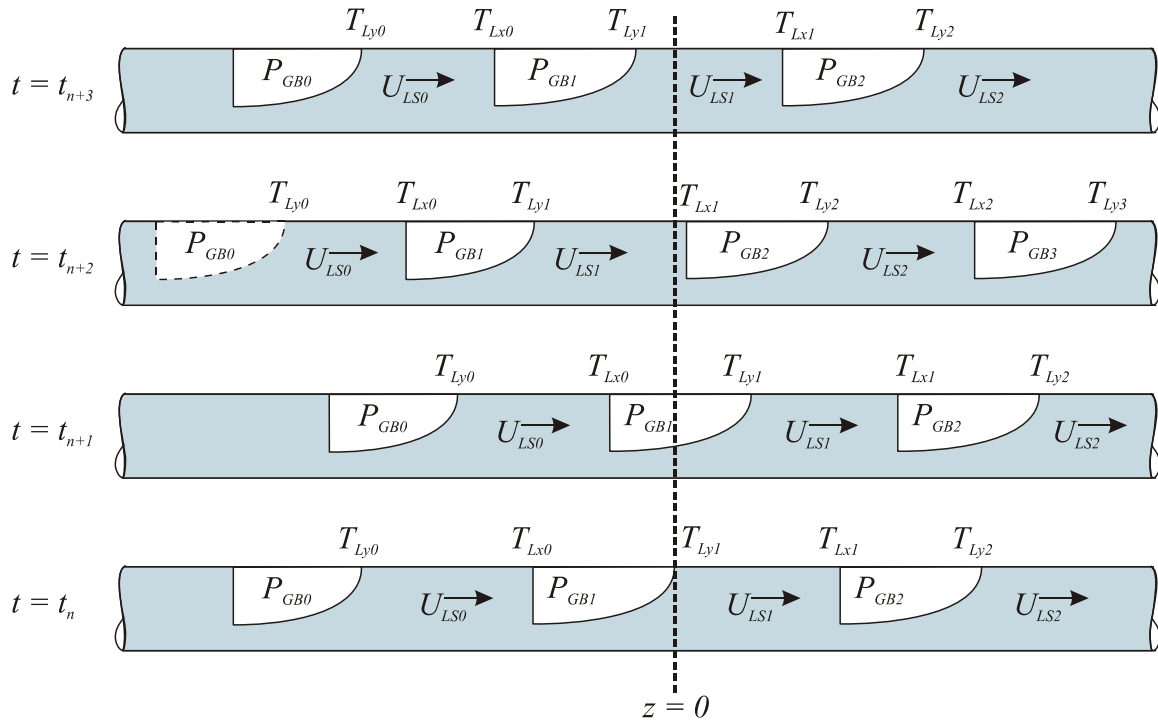


Figura 5-5 – Processo de entrada de bolhas na tubulação.

Na Figura 5-5 é apresentado o processo de entrada de bolhas na tubulação. Supondo que em algum instante $t = t_n$, o nariz de uma bolha esteja encostado na posição $z = 0$. Nesse instante, essa bolha e seu respectivo pistão têm a numeração 1. A bolha e o pistão 0 encontram-se atrás deles. No instante $t = t_{n+1}$, a bolha encontra-se entrando na tubulação e a numeração do instante anterior é mantida. No instante $t = t_{n+2}$ a bolha 1 encontra-se completamente na tubulação e o pistão 0 começa a entrar. Nesse instante, uma nova célula unitária é requerida da lista de entrada, o qual é mostrado como uma bolha com linhas tracejadas. Assim, o sistema é renumerado: o novo pistão (e bolha) passa a ser pistão 0 (ou bolha 0), o pistão que encontra-se entrando na tubulação passa a ser pistão 1, e assim todos os índices são acrescentados em 1. No instante $t = t_{n+3}$ acontece a situação do instante $t = t_n$. E assim sucessivamente, até a entrada de todas as bolhas. Note-se que a numeração somente muda quando um novo pistão ingressa no duto.

5.4 Processo de saída de células unitárias

A célula unitária n sai do domínio de cálculo quando a frente da sua bolha toca a posição $z = L$. Nesse instante, a pressão dessa bolha é a pressão de saída. Enquanto a bolha n está saindo, o programa resolve os sistemas pressão-velocidade com $n - 1$ células unitárias e a célula n é eliminada.

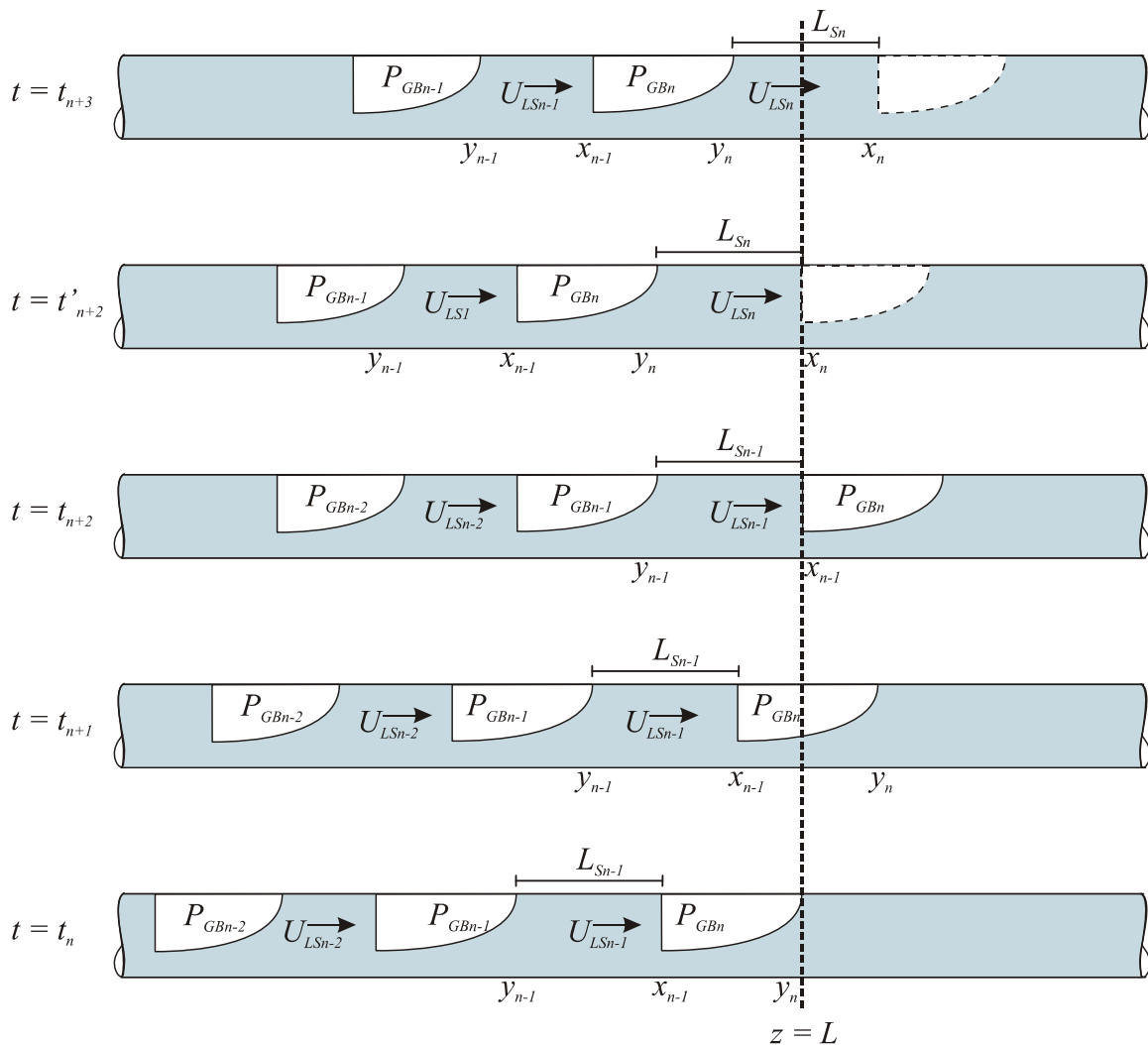


Figura 5-6 – Processo de saída de bolhas da tubulação.

O processo de saída de bolhas é ilustrado na Figura 5-6. Em um instante de tempo, a bolha n tem seu nariz exatamente na posição $z = L$. Nesse instante, a pressão dessa bolha é igual à pressão da saída imposta como condição de

contorno. A partir desse instante, o sistema pressão-velocidade é resolvido apenas desde a célula 1 até a célula $n-1$.

Se a célula n sai do domínio de cálculo, a velocidade da frente dy_n/dt e a traseira, dx_{n-1}/dt , da bolha não são calculadas. Nesse caso, é imposto que a velocidade da traseira da bolha n , dx_n/dt , e da frente da bolha $n-1$, dy_{n-1}/dt , sejam iguais, ocasionando que o comprimento de pistão L_{Sn} seja constante.

No instante $t = t_{n+1}$, a bolha está passando pela saída, sendo resolvidos $n-1$ sistemas de equações, mantendo constante o comprimento do pistão. No instante $t = t_{n+2}$, a bolha inteira passou e a interface x_{j-1} está na posição $z = L$. Nesse mesmo instante a bolha n é eliminada e o sistema inteiro é renumerado: a antiga célula $n-1$ torna-se a nova célula n , como observado no instante $t = t'_{n+2}$. Da mesma forma para as outras células.

No instante $t = t_{n+3}$, o pistão encontra-se saindo da tubulação. Nesse cenário o pistão mantém um comprimento constante, estendendo o comprimento do duto, até o pistão sair completamente. Quando o pistão acaba de sair, o nariz da seguinte bolha encontra-se na posição $z = L$ e o processo explicado para o instante $t = t_n$ é repetido.

O sistema de equações para as temperaturas também utiliza o mesmo número de equações que o sistema pressão-velocidade. Porém, não é necessário fazer ajustes em relação à temperatura já que a temperatura na saída não é uma condição de contorno.

6 RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos da simulação do escoamento em golfadas com transferência de calor em um duto horizontal. Deve-se mencionar que a hidrodinâmica do escoamento em golfadas utilizando o método de seguimento de pistões já foi estudado amplamente por Pachas (2011) e Rodrigues (2009). O escopo do presente trabalho é estudar a transferência de calor, portanto não será abordada a parte hidrodinâmica neste capítulo de resultados.

O modelo de transferência de calor é validado através da comparação dos resultados médios obtidos da simulação com dados e correlações encontrados na literatura. Após a validação do modelo, são mostrados os resultados das simulações transientes com diferentes condições térmicas para escoamento periódico utilizando os dados hidrodinâmicos fornecidos pelo 2PFG/FEM/UNICAMP. Depois, é realizada uma análise da influência dos parâmetros do escoamento em golfadas sobre a transferência de calor. Finalmente, é mostrada e discutida a influência da temperatura nos parâmetros hidrodinâmicos.

6.1 Validação do modelo

Os dados disponíveis na literatura sobre escoamento em golfadas com transferência de calor são muito limitados: ou fornecem temperatura ou os parâmetros hidrodinâmicos, sendo difícil encontrar uma fonte com informação completa. Nesse cenário, a validação do modelo é realizada de duas formas:

- Redução do modelo para casos com solução conhecida.
- Comparação dos resultados médios com dados da literatura.

Na redução para casos com solução conhecida, utiliza-se a solução analítica do escoamento monofásico e um modelo estacionário. No caso de dados da literatura, serão utilizados dados experimentais de temperatura e correlações para o coeficiente de transferência de calor h^\ddagger propostos por outros autores.

[‡] Por conveniência, deste ponto em diante o coeficiente médio de transferência de calor \bar{h} será denominado simplesmente por h .

6.1.1 Validação com escoamento monofásico

O modelo de seguimento de pistões caracteriza-se por considerar as bolhas e pistões como elementos separados no interior da tubulação. Caso os pistões fossem muito grandes e as bolhas muito pequenas, o comportamento do modelo deve assemelhar-se ao escoamento monofásico.

A fim de comparar os resultados do escoamento monofásico com o modelo de seguimento de pistões, devem ser utilizadas condições de entrada convenientes. Assim, as células unitárias da entrada deverão apresentar pistões grandes não aerados e bolhas muito pequenas com uma baixa fração de gás. Além disso, a velocidade de translação da bolha será igual à velocidade das bolhas dispersas devido a seu tamanho reduzido.

O problema de escoamento turbulento incompressível monofásico com propriedades constantes em um tubo de seção circular foi amplamente estudado por diversos autores (Bejan, 2006, Incropera *et al* 2008). Assim, existem soluções analíticas para a avaliação da temperatura média em uma seção para um escoamento completamente desenvolvido. A temperatura média do fluido na seção é calculada através das equações (6.1) e (6.2) para as condições de temperatura externa constante e fluxo de calor constante, respectivamente (Incropera *et al*, 2008):

$$T_{L(z)} = T_0 - (T_0 - T_{en}) \exp\left(-\frac{\overline{h_{sp}^G} \pi D}{C_L \rho_L U_L A} z\right) \quad (6.1)$$

$$T_{L(z)} = T_{en} + \frac{q'' \pi D}{C_L \rho_L U_L A} z \quad (6.2)$$

sendo $\overline{h_{sp}^G}$, o coeficiente de transferência de calor monofásico, U_L , a velocidade média do escoamento, T_0 , a temperatura externa e T_{en} , a temperatura na entrada. As equações (6.1) e (6.2) expressam a solução analítica para a temperatura em um escoamento monofásico sem mudança de fase com propriedades constantes.

As condições utilizadas para a simulação são: escoamento de água com uma mínima quantidade de ar, duto de 52 mm de diâmetro, 40 metros de comprimento, temperatura na entrada de 310 K. A fim de simular escoamento monofásico, a célula unitária na entrada apresenta as seguintes características: $j_L = 2$ m/s, $j_G = 0,001$ m/s, $L_B = 0,0001$ m, $L_S = 1$ m, $R_{GB} = 0,01$ e $R_{LS} = 1$. O coeficiente c_0 da velocidade de translação da bolha é igual a 1.

Para a condição de temperatura externa, o coeficiente de película externo é 3000 W/m²K, sendo o coeficiente global de transferência de calor igual a 2337 W/m²K. Para a condição de fluxo de calor constante, o $q'' = -30000$ W/m².

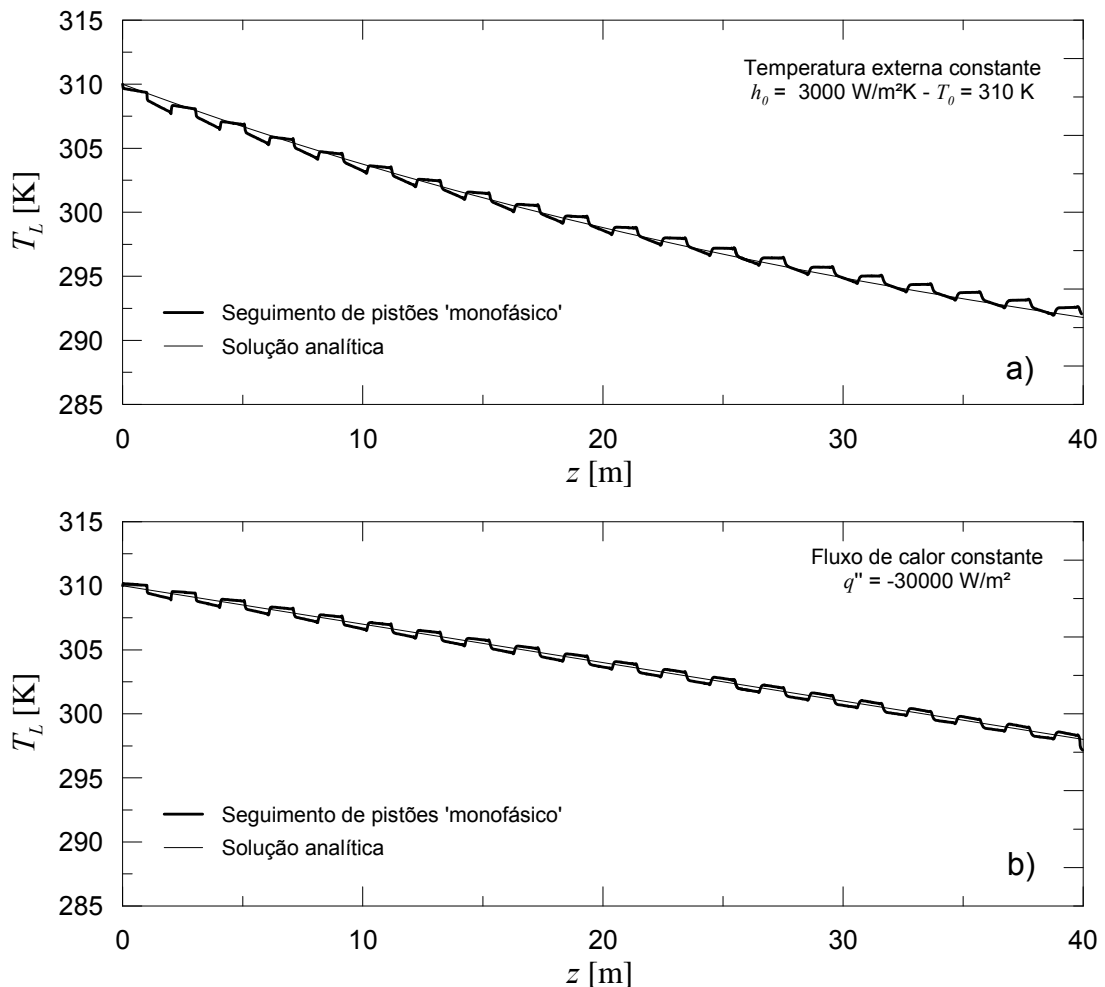


Figura 6-1 – Redução do modelo de seguimento de pistões para o caso monofásico. a) Temperatura externa constante; b) Fluxo de calor constante.

Na Figura 6-1 são mostrados os resultados de uma bolha sendo seguida ao longo de seu trajeto na tubulação (sonda lagrangeana). Os resultados mostram que

o modelo de seguimento de pistões consegue reproduzir a solução analítica para escoamento monofásico. Ao redor da curva da solução analítica, existem pequenas oscilações, as quais dependem do comprimento de pistão. Assim, com pistões maiores existem oscilações menores. No caso de temperatura externa constante, Figura 6-1a, a tendência é exponencial ocorrendo um maior gradiente na entrada, mas diminuindo enquanto se afasta dela. Por outro lado, observa-se na Figura 6-1b uma tendência linear no caso de fluxo de calor constante.

6.1.2 Validação utilizando um modelo estacionário

Os resultados do modelo de seguimento de pistões em regime transitório são comparados com resultados obtidos a partir de um modelo estacionário proposto por Perea *et al* (2010) e detalhado no Anexo A. O modelo estacionário é caracterizado por fornecer um valor médio de temperatura para cada estação virtual de medição. Assim, os resultados do modelo estacionário são comparados com os dados obtidos da sonda lagrangeana.

Na Figura 6-2 são mostrados os resultados do modelo de seguimento de pistões junto com os resultados do modelo estacionário. Pode-se observar que os dois modelos têm resultados semelhantes com pequenas discordâncias. Essas diferenças devem-se ao fato do modelo estacionário considerar a massa do pistão e do filme como constante. Porém, Dukler e Hubbard (1977) mostraram que como o pistão arremete contra o filme devido a sua velocidade maior, o filme perde uma porção de massa a qual passa para o pistão atrás. Assim, existe um fluxo de massa indo na direção oposta do escoamento devido à célula unitária movimentar-se com uma velocidade maior do que seus componentes. Em outras palavras, como a velocidade de translação da bolha U_T é maior que a velocidade do pistão, do filme e da bolha, existe uma porção de massa que sai do filme para entrar no pistão que vem atrás. Esse fenômeno é conhecido como *scooping*. Devido ao *scooping*, também existe uma porção de energia sendo transferida entre o filme e o pistão. No modelo estacionário, é considerado que o fluxo de energia entrando é igual ao que sai, o que não acontece na realidade. Esse efeito é considerado no modelo de seguimento de pistões, evidenciando diferenças significativas.

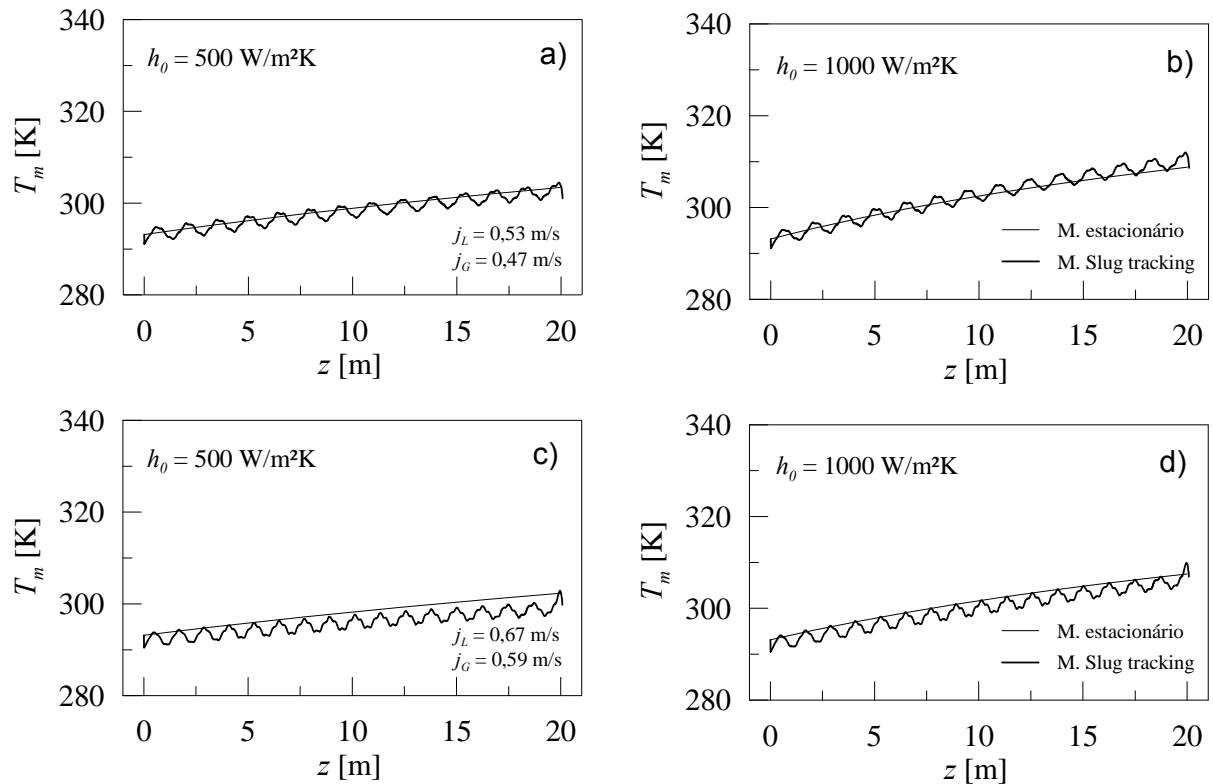


Figura 6-2 – Temperatura ao longo do duto comparado com um modelo estacionário. a) e b) $j_L = 0,53$ e $j_G = 0,47$ m/s; c) e d) $j_L = 0,67$ e $j_G = 0,59$ m/s; a) e c) $h_0 = 500$ W/m²K; b) e d) $h_0 = 1000$ W/m²K.

6.1.3 Validação com dados experimentais

Nesta seção, o modelo matemático apresentado é validado com os dados experimentais obtidos por Lima (2009). Os experimentos de Lima (2009) foram realizados com a mistura ar-água escoando em um duto de cobre de 52 mm com 6 m de comprimento. A mistura bifásica é resfriada por água fria que escoar em corrente paralela no tubo anular exterior com uma determinada vazão mássica. As temperaturas na entrada e na saída são medidas quando uma estabilidade é atingida.

Os dados experimentais de Lima (2009) são utilizados para a condição de temperatura externa constante. Para comparar os dados experimentais com a simulação, foi necessário encontrar um coeficiente de transferência de calor externo h_0 . Esse coeficiente é estimado com a correlação de Gnielinski (Incropera *et al*, 2008), Eq. (2.24), utilizando a velocidade média da água fria e o diâmetro hidráulico da região anular. A temperatura externa é considerada como a temperatura média entre a entrada e a saída da seção de teste da água de refrigeração.

A fim de reproduzir corretamente as temperaturas obtidas experimentalmente por Lima (2009), a validação das simulações numéricas com dados de temperatura é realizada a partir de dados hidrodinâmicos conhecidos. Na experiência utilizada, todos os parâmetros hidrodinâmicos foram medidos, sendo os parâmetros de entrada ao modelo apresentados na Tabela 6-1.

Tabela 6-1. Dados de entrada para a validação com dados de temperatura.

L [m]	6,07	D [mm]	52
j_L [m/s]	1,378	j_G [m/s]	0,283
L_S [m]	0,82	L_B [m]	0,34
U_T [m/s]	2,1	P [kPa]	173,7
T_{en} [K]	307,7	T_0 [K]	284,85
h_0 [W/m ² K]	2463		

No caso da velocidade de translação da bolha U_T foi verificado que os coeficientes propostos por Bendiksen (1984) na Tabela 2-3 se ajustam melhor aos resultados experimentais. O valor experimental para U_T é de 2,1 m/s, sendo o valor previsto pela correlação de Bendiksen (1984) de 2,0 m/s.

Simulações preliminares evidenciaram que a modelagem da condição de temperatura constante é muito dependente da correlação utilizada para h_{LS} , h_{LB} e h_{GB} , sendo a de melhor ajuste, a correlação de Gnielinski (Incropera *et al*, 2008) apresentada na Eq. (2.24). Além disso, a presença de vórtices, esteira e recirculação na parte posterior do pistão ocasiona um comportamento caótico que aumenta a eficiência da troca de calor. A fim de reproduzir esse efeito, o coeficiente h_{LS} foi aumentado 30% a mais, como proposto por Camargo (1991) fundamentado nos estudos de Shoham *et al* (1982).

Na Figura 6-3 pode-se observar a predição da temperatura segundo o modelo apresentado para dois tipos diferentes de sondas. A Figura 6-3a mostra os resultados médios no tempo em diferentes pontos ao longo da tubulação (sonda euleriana). A Figura 6-3b apresenta os resultados monitorados conforme a célula unitária se desloca ao longo do duto (sonda lagrangeana). Nota-se que apesar de estar na condição de temperatura constante, a distribuição aparenta ser linear. Isso

ocorre devido ao fato de que o comprimento do duto é tão pequeno que não é possível perceber a distribuição logarítmica, própria das distribuições de temperatura constante.

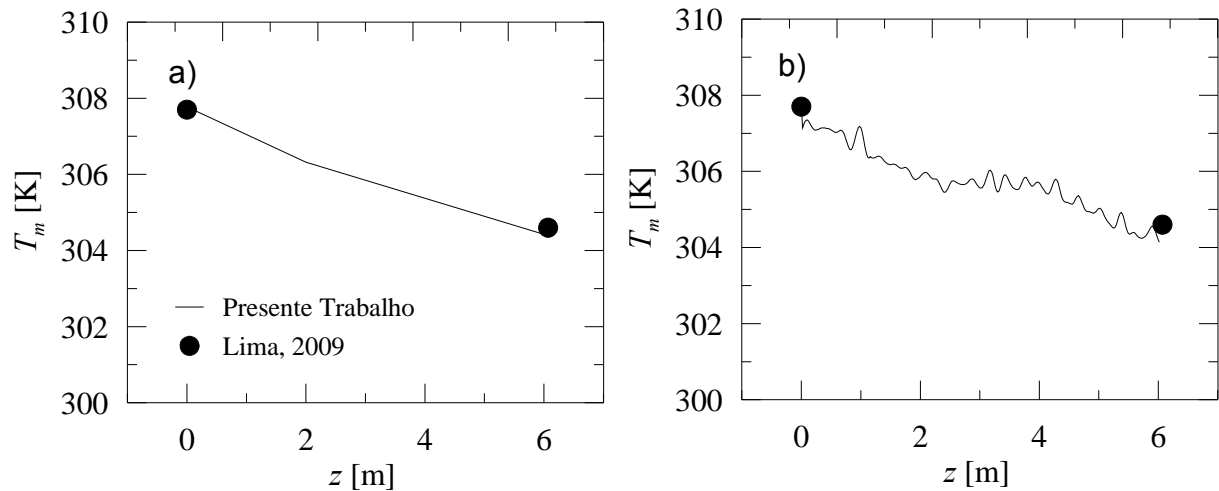


Figura 6-3 – Comparação para os resultados de temperaturas. a) Sonda euleriana; b) Sonda lagrangeana.

Lima (2009) apresenta 25 experimentos onde a partir das medidas das temperaturas de entrada, saída e parede, são calculados os coeficientes de transferência de calor bifásicos. Este estudo somente fornece dados de vazão e temperaturas médias, portanto outros parâmetros devem ser calculados através do modelo de célula unitária apresentado no capítulo 5, onde parâmetros como a frequência e as frações de líquido são estimadas através do modelo de bolha de Taitel e Barnea (1990a) e de correlações.

Os experimentos de Lima (2009) apresentam diferentes combinações de velocidades superficiais de líquido e gás, estando na faixa de 0,579 – 1,380 m/s e 0,217 – 0,795 m/s respectivamente como apresentado na Tabela 6-2. A fim de encontrar o coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP} , Lima mede a temperatura dos fluidos e das paredes na entrada e saída para calcular h_{TP} em função do calor total perdido e das temperaturas. Assim, foram realizadas 25 simulações cujos resultados são comparados com os valores experimentais. As condições de entrada (ou células unitárias) são calculadas através da metodologia apresentada no capítulo 5. As condições de simulação para esta seção são apresentadas na Tabela 6-2. Os dados de entrada para a simulação são

apresentados no apêndice B, na Tabela B1. O resultado das condições de entrada são apresentadas na Tabela B2.

Tabela 6-2 – Condições de simulação para a validação com dados experimentais.

D [m]	0,052	j_L [m/s]	0,579 – 1,380
L [m]	6,07	j_G [m/s]	0,217 – 0,795

Na Figura 6-4 são observados alguns resultados para a temperatura de uma célula unitária evoluindo ao longo do duto (sonda lagrangeana). Pode-se observar que o comportamento da temperatura da mistura apresenta oscilações que variam em intensidade de acordo com as vazões. Para altas vazões de líquido, Figura 6-4c-d, as oscilações tendem a ser menores. Nota-se que apesar das grandes oscilações em algumas vazões, a tendência das temperaturas é reproduzida de forma coerente.

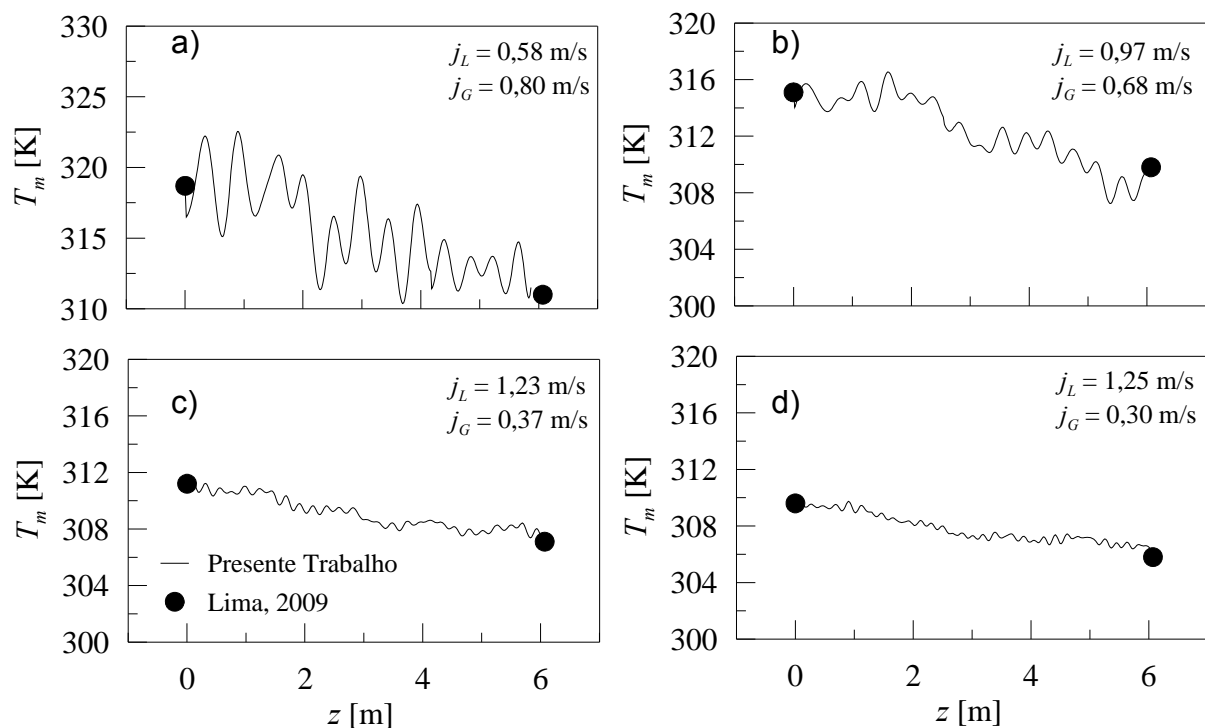


Figura 6-4 – Validação com dados de temperatura. a) $j_L = 0,58$ $j_G = 0,8$ m/s; b) $j_L = 0,97$ $j_G = 0,68$ m/s; c) $j_L = 1,23$ $j_G = 0,37$ m/s; d) $j_L = 1,25$ $j_G = 0,30$ m/s.

De acordo com a Eq. (3.105), é possível calcular um coeficiente para cada célula unitária, ou seja o h_{TP} mudará ao longo da tubulação. Porém, as variações

deste parâmetro são pequenas e pode-se calcular um valor médio representativo do escoamento.

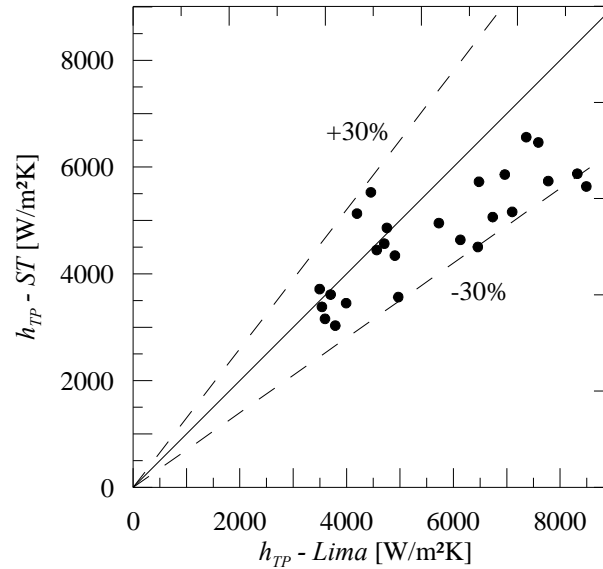


Figura 6-5 – Comparação entre o coeficiente de transferência de calor experimental e o calculado no presente trabalho (*ST*: *Slug Tracking*).

Na Figura 6-5 observa-se a comparação dos resultados numéricos com os resultados experimentais, encontrando-se uma faixa de erro de 30%. Note-se que os pontos onde ocorreu uma maior porcentagem de erro correspondem aos h_{TP} grandes, onde o valor geralmente é subestimado. Deve-se mencionar que a incerteza das medições tem uma média de 18%, e que a correlação de Gnielinski tem uma concordância de 11% para o escoamento monofásico. Assim, considerando a irregularidade do escoamento em golfadas, uma concordância de 30% é aceitável.

6.1.4 Validação com correlações da literatura

O coeficiente de transferência de calor bifásico é calculado utilizando a expressão proposta na Eq. (3.105) em função das temperaturas obtidas da simulação. Os resultados numéricos para o coeficiente de transferência de calor bifásico com dados de Lima (2009) são comparados com correlações encontradas na literatura. As correlações utilizadas são: Kim e Ghajar (2006), Camargo (1991) e Shah (1981), as quais são apresentadas em detalhe no Apêndice A.

A correlação de Kim e Ghajar (2006) apresenta a influência de vários parâmetros, a exemplo do perímetro molhado, das propriedades das fases e da fração de vazio média, constituindo assim uma fórmula robusta para o cálculo de h_{TP} . A correlação de Camargo (1991) utiliza uma expressão semelhante à utilizada no presente trabalho, portanto é interessante comparar os dois resultados. A correlação de Shah (1981) é selecionada por sua simplicidade, pois somente considera as velocidades superficiais das fases.

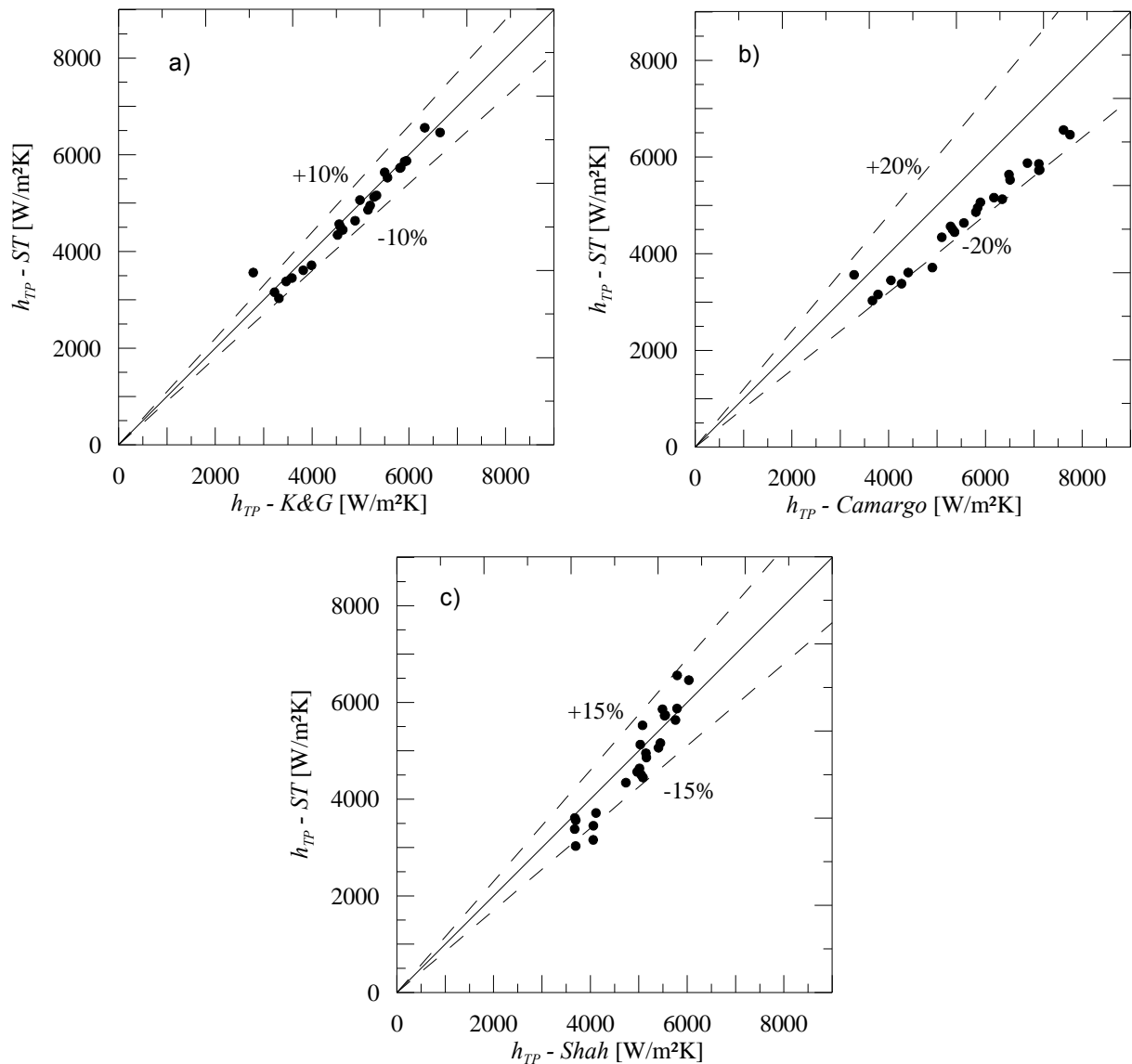


Figura 6-6 – Comparação do h_{TP} numérico com as correlações. a) Kim e Ghajar (2006); b) Camargo (1991); c) Shah (1981).

Nas figuras Figura 6-6a-b-c, os resultados numéricos são comparados com as correlações Kim e Ghajar (2006), Camargo (1991) e Shah (1981). Deve-se mencionar que a correlação de Camargo utilizada é avaliada com a modificação proposta por Lima (2009), na qual os coeficientes individuais h_{LS} , h_{LB} e h_{GB} são calculados com a correlação de Gnielinski e não com a de Dittus e Boelter. No caso da correlação de Kim e Ghajar (2006), observa-se uma ótima correlação com uma faixa de erro de 10% concordando também na tendência. No caso da correlação de Camargo, a faixa de erro está em 20%, e todos os valores encontram-se abaixo do valor calculado pela correlação. Porém, os valores mantêm a mesma tendência. No caso da correlação de Shah observa-se uma boa concordância para todos os valores de h_{TP} .

A expressão do modelo mecanicista de Camargo (1991) é semelhante à expressão utilizada no modelo para calcular h_{TP} . Porém ele considera que as diferenças de temperaturas entre fluido e parede são iguais no líquido e no gás. Os resultados mostram que essa diferença não é desprezível, ocasionando uma discordância considerável entre o modelo de Camargo e os resultados obtidos do modelo aqui apresentado.

Na correlação de Shah (1981) predominam os efeitos da fase líquida, sendo a velocidade superficial do gás a única contribuição da fase gasosa. Porém, j_G sozinho não caracteriza por completo os efeitos do gás na transferência de calor, como foi discutido também por outros autores (Deshpande *et al*, 1991; Shoham *et al*, 1982; Kim e Ghajar, 2001; etc.).

A correlação de Kim e Ghajar (2006) não depende dos parâmetros próprios do escoamento em golfadas, como comprimentos característicos ou a frequência. Porém, a correlação contém um fator de padrão de escoamento F_P (ver Eq. (2.32)) que quantifica de forma muito acertada os perímetros molhados dos diferentes padrões de escoamento bifásico. Além disso, inclui a influência da fração volumétrica, número de Prandtl e da viscosidade, revelando-se uma correlação robusta, validada experimentalmente. Coincidentemente, é a correlação que mostra um melhor ajuste com os resultados obtidos das simulações apresentadas no presente trabalho. Assim, a comparação dos resultados do modelo será feita com a correlação de Kim e Ghajar (2006).

6.2 Simulações numéricas

O modelo proposto foi validado na seção anterior e mostrou consistência, portanto pode ser aplicado a situações reais. Nesta seção serão apresentados os resultados da transferência de calor nas simulações para temperatura externa constante e fluxo de calor constante em um duto de 20 metros. Como já foi discutido anteriormente, a transferência de calor é dependente dos parâmetros hidrodinâmicos como a velocidade de translação da bolha e dos comprimentos de pistão e bolha. Porém, nos dados da literatura disponíveis somente são informadas as vazões e as propriedades dos fluidos.

Nesse cenário, no presente trabalho serão utilizados dados do 2PFG/FEM/UNICAMP com dados hidrodinâmicos validados (Rodrigues, 2009 e Pachas, 2011). Assim, esses testes dão coerência aos resultados da transferência de calor, já que carecemos de dados experimentais para a inicialização das simulações. Esses dados são para escoamento isotérmico (sem transferência de calor), mas no presente trabalho será adicionada uma fonte de calor fictícia para forçar uma variação de temperaturas. Logo, os resultados serão comparados com a correlação de Kim e Ghajar (2006), denominada K&G, que é a correlação que apresenta melhor ajuste aos dados experimentais no escoamento intermitente (Lima, 2009 e Kim e Ghajar, 2006).

Os experimentos a serem analisados utilizam ar e água como fluidos de trabalho em um duto de 20 metros de comprimento e 0,026 m de diâmetro. A sigla A@W (*Air at water*) identifica o escoamento ar-água e o número # identifica a combinação de vazões nessa experiência. As vazões e as frequências de cada uma das experiências estão apresentadas na Tabela 6-3.

Tabela 6-3 – Definição das condições de simulação para escoamento ar-água.

	j_L [m/s]	j_G [m/s]	$freq$ [Hz]
A@W #1	0,330	0,595	0,740
A@W #2	0,525	0,472	2,890
A@W #3	0,670	0,588	4,470
A@W #4	0,658	1,110	2,440

Como foi apresentado no Capítulo 5, para inicializar o modelo de seguimento de pistões deve-se conhecer a célula unitária na entrada. Essas células unitárias são geradas com o modelo estacionário a partir das velocidades superficiais e da frequência. A seguir, são apresentados os resultados das células unitárias na entrada onde foram calculados os parâmetros L_S , L_B , R_{GB} e R_{LS} . Esses resultados são comparados com os dados experimentais obtendo uma boa concordância. Observa-se que os maiores erros são para as frequências grandes.

Dos resultados na Tabela 6-4 pode-se observar que o modelo acerta satisfatoriamente no cálculo das propriedades da célula unitária para A@W#1 e A@W#4. Para A@W#2 e A@W#3 é obtido um elevado erro principalmente para o comprimento do pistão. Porém, o comprimento total da célula unitária é reproduzido corretamente para todos os casos. Isso poderia ter sido causado pelos erros na medição experimental, já que a bolha pode ter uma cauda que dificulta uma medida exata do comprimento da bolha. Assim, o modelo de célula unitária proposto concorda com a medida de L_U , mas erra no cálculo dos seus componentes L_B e L_S .

Tabela 6-4 – Resultados do modelo estacionário como condição de entrada

A@W #1	Modelo	Experimen.	Erro %
L_B	1,041	1,056	1,42%
L_S	0,359	0,344	4,36%
L_U	1,400	1,400	0,00%
R_{GB}	0,771	0,762	1,18%
R_{LS}	0,978		

A@W #2	Modelo	Experimen.	Erro %
L_B	0,235	0,279	15,77%
L_S	0,152	0,107	42,06%
L_U	0,387	0,386	0,26%
R_{GB}	0,696	0,585	18,97%
R_{LS}	1,000		

A@W #3	Modelo	Experimen.	Erro %
L_B	0,192	0,210	8,57%
L_S	0,123	0,106	16,04%
L_U	0,315	0,316	0,32%
R_{GB}	0,670	0,628	6,69%
R_{LS}	0,970		

A@W #4	Modelo	Experimen.	Erro %
L_B	0,634	0,654	3,06%
L_S	0,177	0,157	12,74%
L_U	0,811	0,811	0,00%
R_{GB}	0,712	0,695	2,45%
R_{LS}	0,959		

Para os parâmetros médios, as localizações das oito estações de medição são especificadas na Tabela 6-5.

Tabela 6-5 – Posição das estações virtuais de medição.

	z	z/D		z	z/D
Estação 1	0,10	3,85	Estação 1	9,56	367,69
Estação 2	1,79	68,85	Estação 2	13,23	508,85
Estação 3	3,59	138,08	Estação 3	16,90	650,00
Estação 4	6,58	253,08	Estação 4	19,50	750,00

6.2.1 Temperatura externa constante (TEC)

A fim de visualizar os resultados a temperatura externa constante, sondas virtuais eulerianas de medição são instaladas em oito pontos da tubulação ao longo dos 20 metros (ver Seção 4.3). Assim, é possível avaliar as temperaturas médias temporais nesses pontos para o líquido e para o gás. A configuração espacial das temperaturas em um instante de tempo é monitorada através da sonda de fotografia. Além disso, medições utilizando sondas lagrangeanas são adquiridas para avaliar a evolução da temperatura no interior de uma célula unitária.

As figuras a seguir apresentam os resultados para diferentes coeficientes de transferência de calor externos h_0 , que fisicamente representam a exposição da tubulação a um escoamento externo, como os casos estudados por Lima (2009) e Camargo (1991). Os coeficientes externos selecionados h_0 são 500, 1000, 2000 e 4000 W/m²K que são valores fisicamente possíveis para um escoamento externo, considerando que o máximo valor está em 20000 W/m²K (Incropera *et al*, 2008)

Uma temperatura de entrada deve ser imposta, a qual é tomada como uma temperatura aproximada à de ambiente de 293,15 K. A temperatura da corrente externa escolhida é de 340 K. Essa temperatura atua como um limite já que nem a temperatura do líquido nem a do gás podem exceder desse valor. O critério da escolha foi achar uma temperatura suficientemente alta para causar mudanças perceptíveis no escoamento, mas sem risco de entrar em uma região onde exista mudança de fase.

Na Figura 6-7 e Figura 6-8 são mostradas as distribuições de temperaturas ao longo do duto para o líquido e para o gás. Da mesma forma como no escoamento monofásico, é mostrada uma tendência exponencial, onde nos pontos mais próximos da saída a temperatura tende à temperatura do escoamento externo. Como esperado, conforme h_0 aumenta, a mudança de temperaturas será maior. Observa-

se que para baixos h_0 , a temperatura praticamente não muda apesar de ter uma grande diferença com a temperatura externa, apresentando uma distribuição quase linear. No caso de h_0 maiores, a temperatura sobe rapidamente.

Observando as distribuições de temperatura do gás na Figura 6-7 e na Figura 6-8, pode-se perceber que essa temperatura varia rapidamente ainda para baixos valores de h_0 . Isso é devido à baixa capacidade térmica do gás, que é definida como a massa específica vezes o calor específico. No caso particular de água-ar, a capacidade térmica da água é 4000 vezes maior que a do ar. Em geral, para outras combinações de fluidos a baixas pressões, a capacidade térmica do gás é muito menor que a dos líquidos. Fisicamente, isso significa que o gás precisa de muito menos calor para variar sua temperatura.

Note-se que nos testes A@W#3-4 (Figura 6-8), onde a velocidade superficial do líquido é mantida constante (Tabela 6-3), a presença do gás origina variações nas distribuições de temperatura. No teste A@W#3 a maior temperatura atingida supera os 320 K enquanto no teste A@W#4 apenas chega a 318 K. Assim, é evidente que uma maior quantidade de gás ocupa um maior volume e por sua vez uma maior área de contato. Pode-se afirmar que a variação da temperatura do líquido é menor quando tem mais gás, já que o gás está absorvendo maior quantidade de energia.

Uma particularidade observada na Figura 6-7 é que para o testes A@W#1, a temperatura da mistura apresenta descontinuidades. Uma das causas dessa instabilidade poderia ser a menor vazão volumétrica de líquido em relação à do gás. Assim, um maior volume de gás introduz uma instabilidade que perturba a distribuição de temperaturas. Outro fato interessante é que em A@W#1 têm-se bolhas grandes ($L_B > 1,0$ m), as quais mudam de temperatura rapidamente. Isso faz com que o calor trocado na interface seja muito maior, portanto aumenta a temperatura do líquido em algumas regiões.

No teste A@W#1 (Figura 6-7, $j_L = 0,33$ m/s) é observada a máxima temperatura da mistura e no teste A@W#4 (Figura 6-8, $j_L = 0,66$ m/s) a mínima. Assim, é confirmando que para uma maior vazão de líquido, a máxima temperatura atingida será menor já que o líquido precisa uma maior quantidade de calor para aumentar sua temperatura. Outro fato interessante a ressaltar é que as células unitárias da entrada nos testes A@W#2-3 são pequenas (Tabela 6-4), o qual

favorece o processo de obtenção de médias. Isto é, que com uma quantidade maior de bolhas as médias são mais confiáveis.

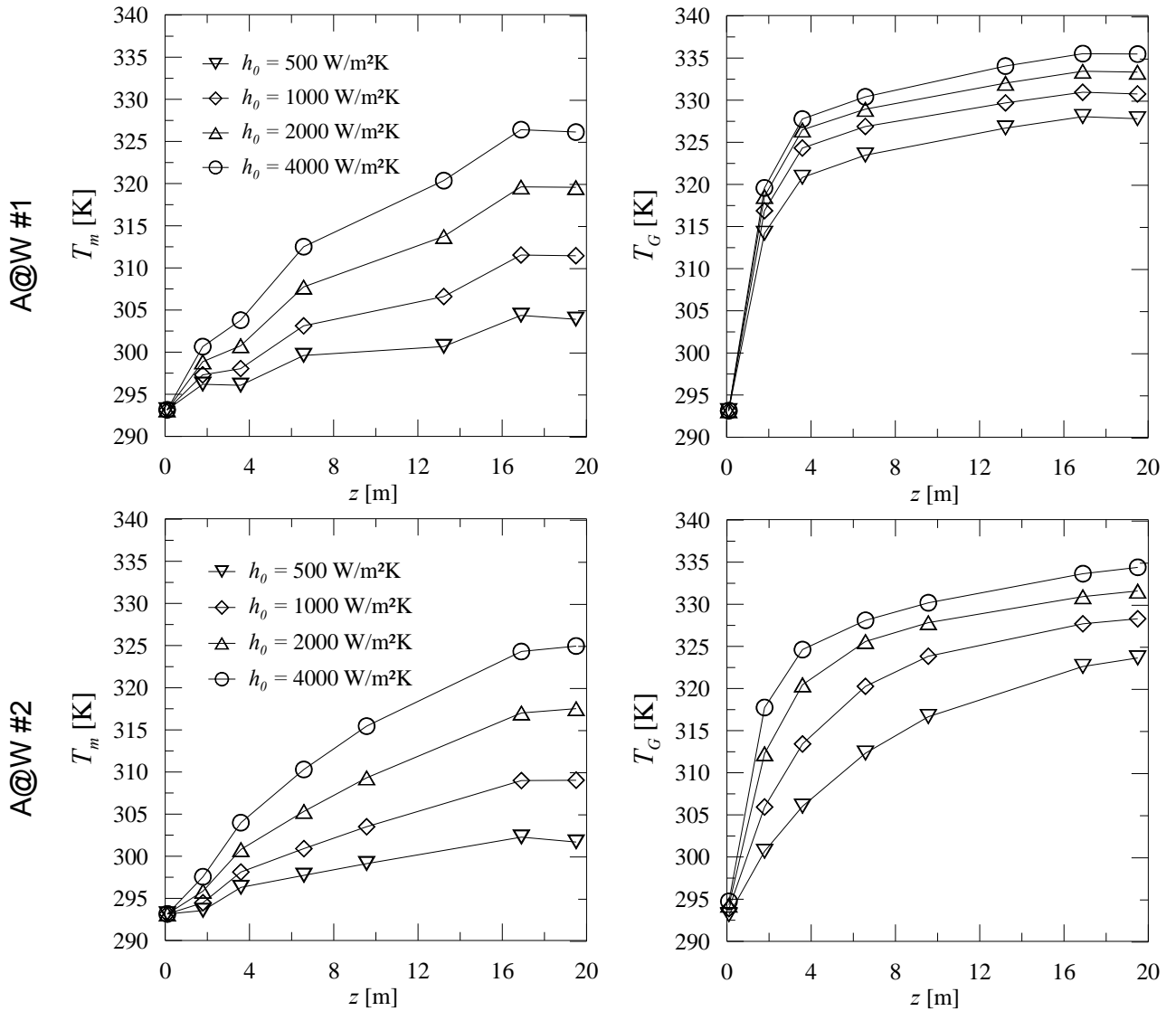


Figura 6-7 – Temperaturas médias da mistura e do gás ao longo do duto para os testes A@W#1 e 2 com temperatura externa constante.

Observando as temperaturas do gás, a temperatura cresce abruptamente no teste A@W#1 (Figura 6-7), e para a segunda estação de medição a temperatura já superou os 315 K ainda para baixos h_0 . Uma particularidade desse experimento é seu grande comprimento de bolha. Além disso, observa-se que o teste A@W#4, apesar de ter uma alta velocidade superficial de gás j_G , a distribuição de temperaturas do gás é similar a A@W#2-3, que têm baixos j_G . Isso evidencia que para a distribuição de temperaturas do gás e a transferência de calor de forma geral,

é mais importante o comprimento da bolha, independente da velocidade superficial do gás. Conclusões similares foram obtidas por Deshpande *et al.*, que concluíram que a transferência de calor no escoamento intermitente é influenciada também pelo comprimento da bolha e a frequência.

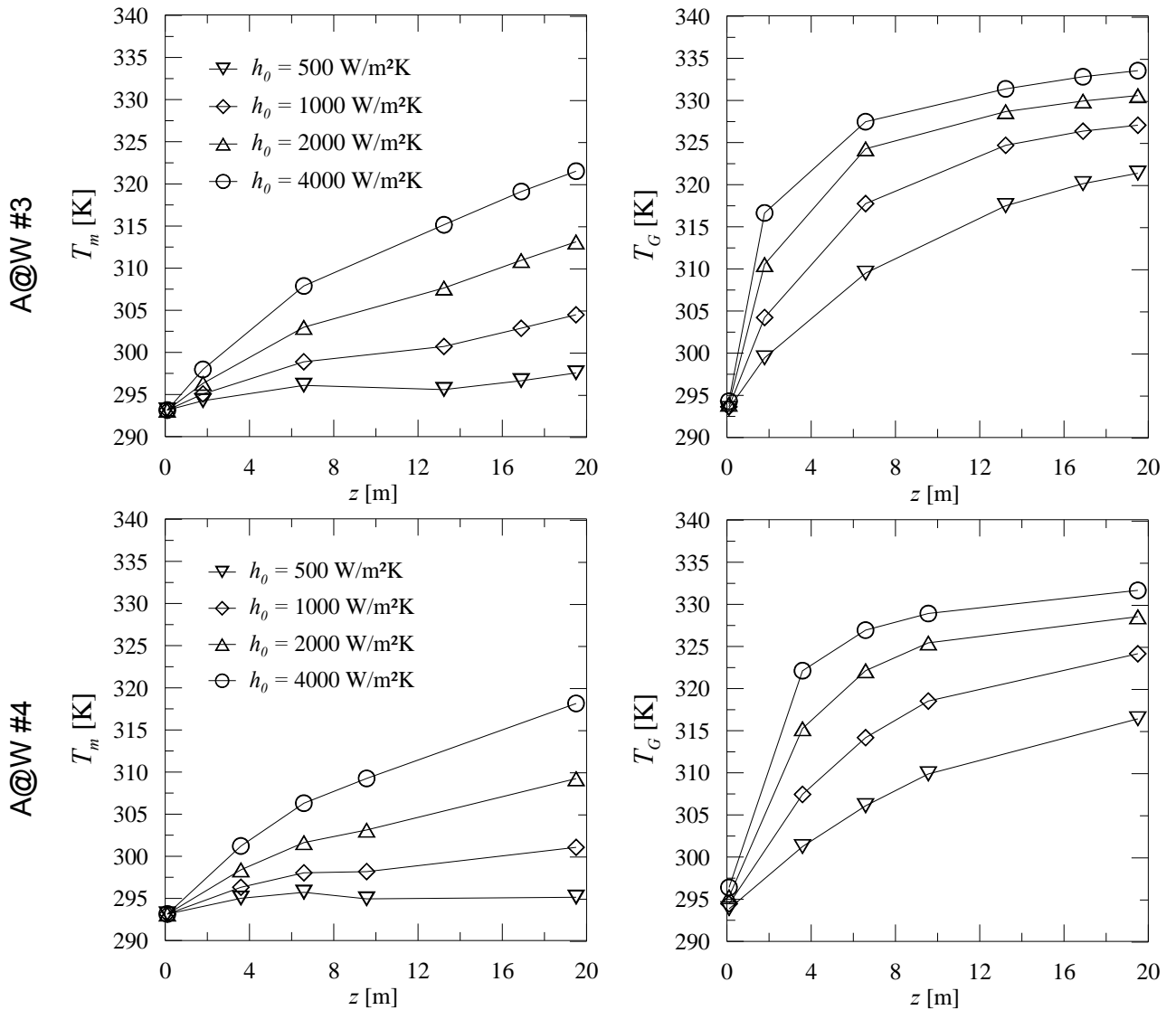


Figura 6-8 – Temperaturas médias do líquido e do gás ao longo do duto para os testes A@W#3 e 4 com temperatura externa constante.

Nas Figura 6-9 e Figura 6-10 são apresentadas sondas lagrangeanas que monitoram os dados de temperatura do líquido e gás dentro de uma célula unitária ao longo do tempo. Para garantir a estabilidade dessa célula, é avaliada a célula unitária número 120 que entra na tubulação. A coordenada z é expressa como a

posição do nariz da bolha no instante de tempo capturado pela sonda lagrangeana, assim $z = z_0 + U_T \Delta t$.

Nota-se que na Figura 6-9 e Figura 6-10 existe uma distribuição de escada ondulada para a temperatura do líquido. Isso acontece devido à variação no tempo da temperatura no interior do volume de controle lagrangeano. Essas ondulações são maiores para A@W#1 ($freq = 0,74 \text{ s}^{-1}$) do que para A@W#3 ($freq = 4,47 \text{ s}^{-1}$), evidenciando uma relação com a frequência de passagem da célula unitária. O comprimento de cada uma dessas ondulações está relacionado com o tempo de residência de uma célula unitária, ou em outras palavras, o inverso da frequência.

No caso da temperatura do gás, a distribuição é parecida com a distribuição de médias tanto para A@W#1 quanto para A@W#3. A tendência desta temperatura também é exponencial, mas apresenta uma curva suave.

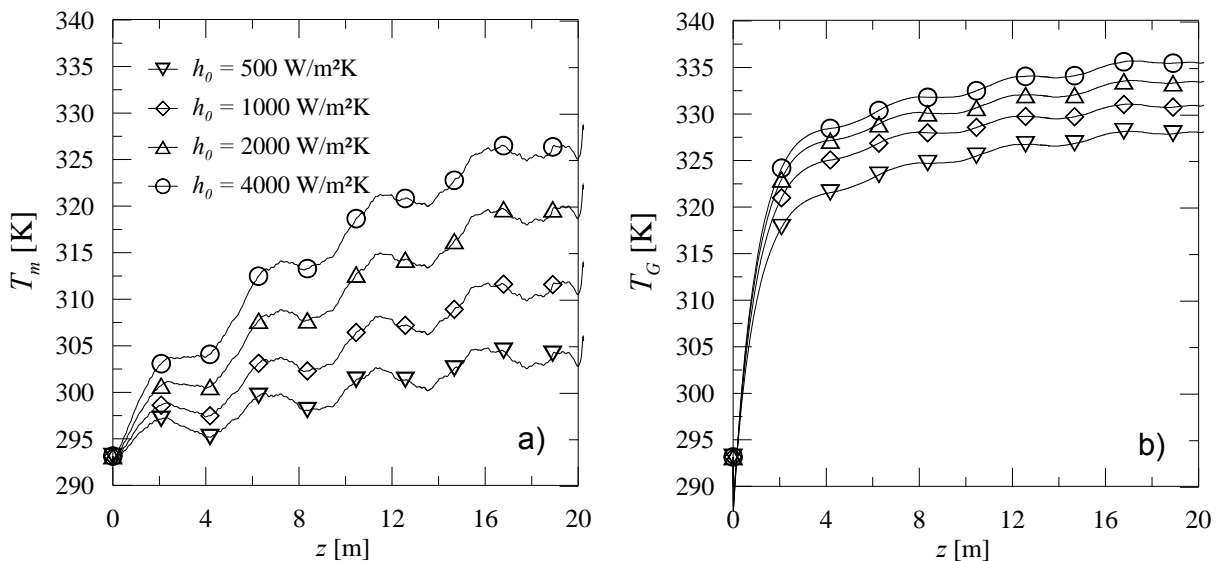


Figura 6-9 – Distribuição de temperaturas da mistura (a) e do gás (b) seguindo a bolha 120 ao longo do duto para A@W#1.

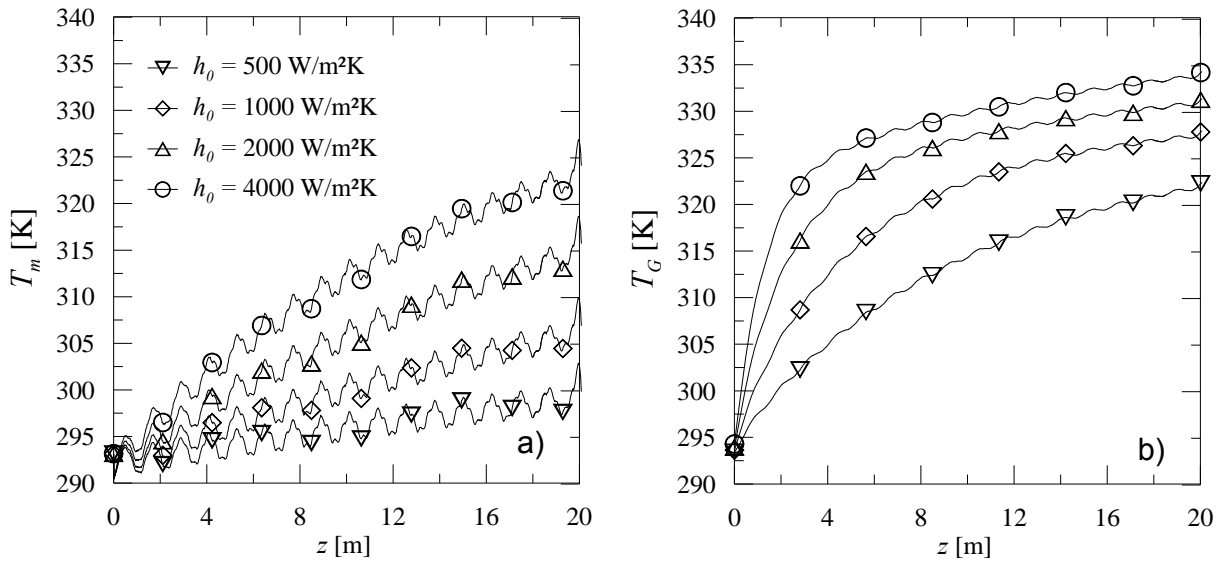


Figura 6-10 – Distribuição de temperaturas da mistura (a) e do gás (b) seguindo a bolha 120 ao longo do duto para A@W#3.

Na Figura 6-11 é mostrado o resultado de uma sonda de fotografia para A@W#1. Para garantir uma estabilidade no escoamento, o instante em que a foto é capturada ocorre quando o escoamento e as temperaturas estão completamente desenvolvidos. Assim, testes evidenciaram que para um tempo de $t = 70$ s, o escoamento é estável. Nesse instante, podem-se observar instabilidades que são próprias do modelo e devem ser analisadas em futuros trabalhos.

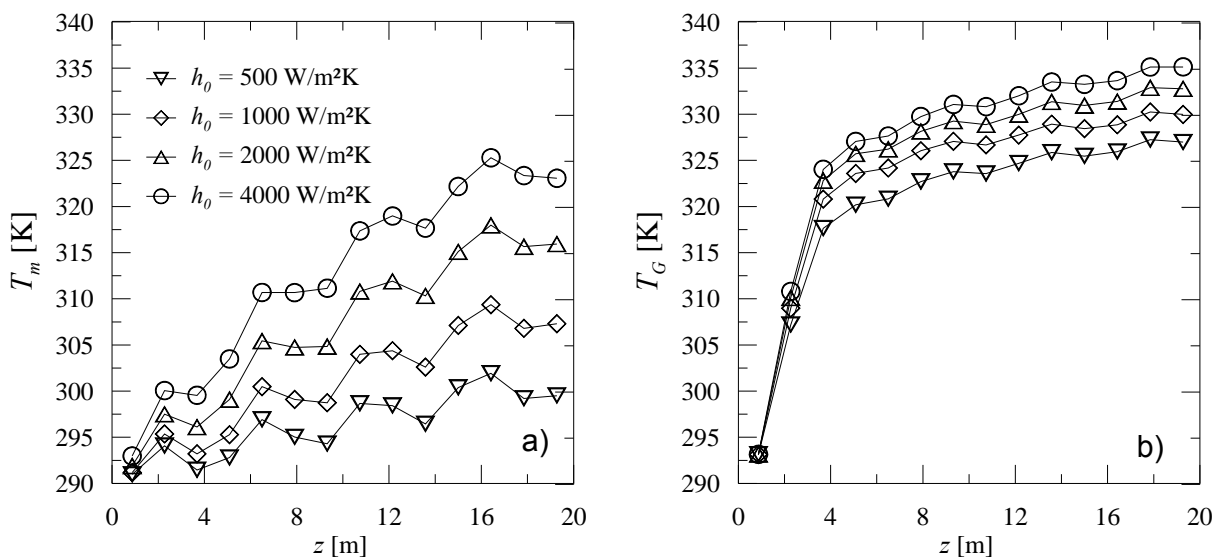


Figura 6-11 – Distribuição de temperaturas da mistura (a) e do gás (b) seguindo a sonda de fotografia no instante $t = 70$ s para A@W#1.

A seguir, é avaliada a variação do coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP} ao longo da tubulação. O h_{TP} é calculado a partir das temperaturas segundo a expressão na Eq. (3.105). Os resultados são comparados com a correlação de Kim e Ghajar (2006) devido às vantagens já apresentadas anteriormente. A correlação de Kim e Ghajar (2006) depende das vazões (ou velocidades superficiais) e das propriedades dos fluidos. A expansão (ou compressão no caso de resfriamento) da bolha faz com que a velocidade superficial do gás mude ao longo da tubulação e, portanto, também a velocidade da mistura. Além disso, como as propriedades *in situ* dos fluidos mudam com a temperatura, é possível avaliar a correlação de K&G em diferentes pontos da tubulação e encontrar uma tendência.

Das Figura 6-12 e Figura 6-13 pode-se observar que o coeficiente de transferência de calor bifásico muda ligeiramente ao longo do duto, o que é ocasionado por dois fatores. O primeiro é a velocidade superficial do gás que aumenta ao longo do duto devido à expansão do gás. O segundo é a variação das propriedades com a temperatura. A variação é maior quando o escoamento externo é mais forte, já que as mudanças na temperatura também são maiores.

Pode-se observar que existe uma ótima relação entre a simulação numérica e a correlação de Kim e Ghajar (2006) com uma erro máximo de 5% para os testes A@W#1-2-3 (Figura 6-12 e Figura 6-13). Os maiores erros encontram-se para o teste A@W#4 (Figura 6-13) onde o valor do h_{TP} é superestimado com 15% de erro. Esse teste está caracterizado por ter uma alta vazão de gás e bolhas grandes, sendo difícil quantificar de forma correta o perímetro molhado de líquido na região da bolha. No modelo, é assumido que na região da bolha o líquido encontra-se completamente estratificado, o que na realidade não ocorre.

Observando os testes A@W#3-4 na Figura 6-13 ($j_L = 0,67$ m/s e $0,66$ m/s, respectivamente), pode-se deduzir que para uma velocidade superficial do líquido j_L constante, o h_{TP} não muda significativamente, independente da velocidade superficial do gás j_G . Essa situação é observada nos testes A@W#3-4 onde o h_{TP} médio é 3338 e 3320 W/m²K respectivamente. Porém, para definir de forma mais rigorosa a dependência do h_{TP} com a velocidade superficial do gás, precisa-se ter vários dados de j_G , fixando um valor de j_L .

Além disso, para velocidades superficiais de líquido baixas, o h_{TP} é menor que 2000 W/m²K evidenciando novamente uma relação direta entre j_L e h_{TP} . Para os j_L

maiores o h_{TP} cresce de forma proporcional sendo o menor para A@W#1 ($j_L = 0,33$ m/s) com uma média de $1750 \text{ W/m}^2\text{K}$ e o maior para A@W#6 ($j_L = 0,66$ m/s) com uma média de $3320 \text{ W/m}^2\text{K}$.

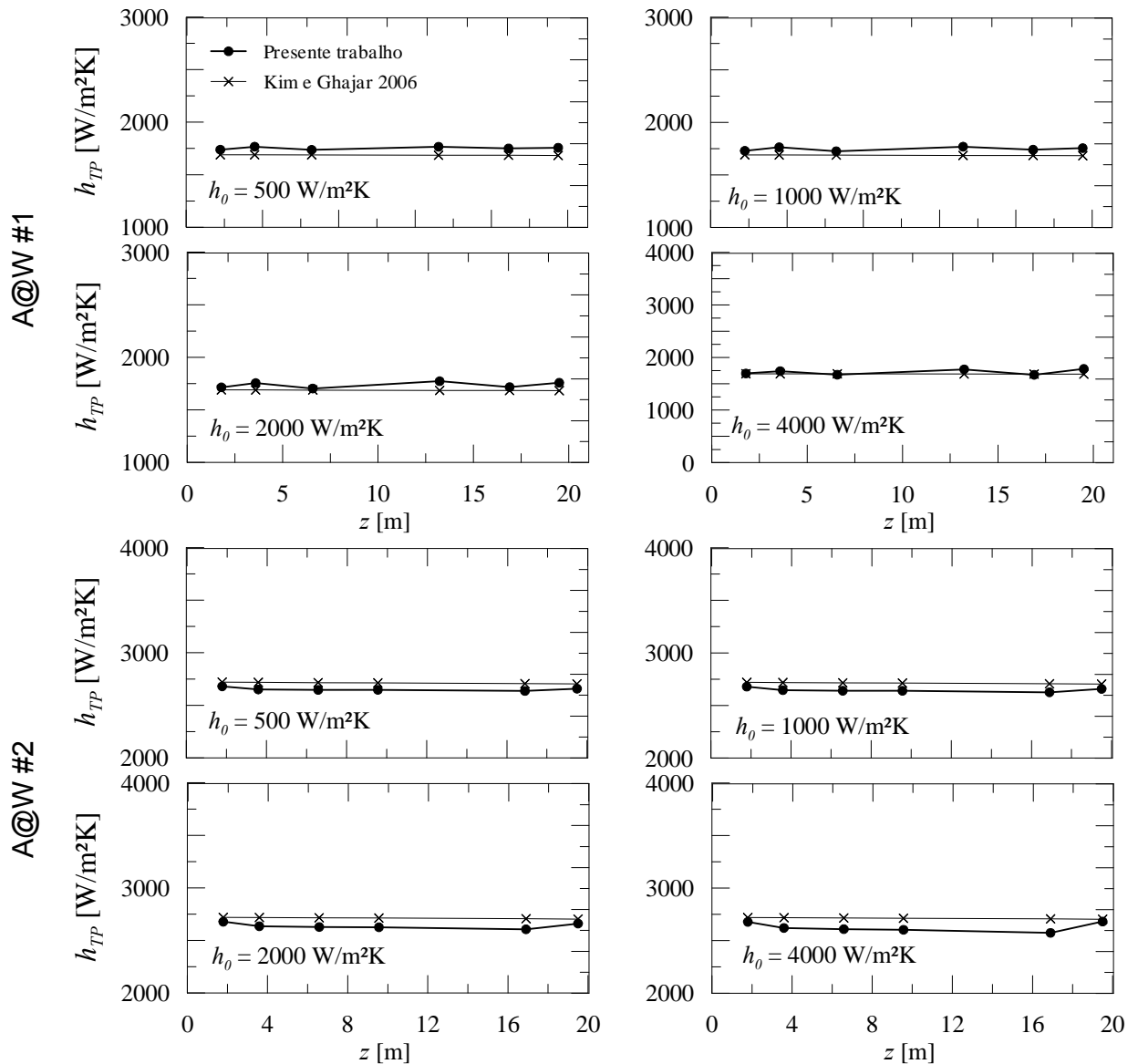


Figura 6-12 – Coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP} ao longo do duto para os testes A@W#1-2 com temperatura externa constante.

Para todos os casos, o h_{TP} tem a tendência de ser mantida apesar da distribuição de temperaturas diferentes. Evidentemente, quanto maiores forem as variações de temperatura, maiores serão as variações nas propriedades físicas dos fluidos e por conseguinte no h_{TP} , mas é observado que essas variações não são significativas. Porém, os valores encontrados através do modelo tendem a afastar-se

dos valores da correlação K&G nas estações que estão perto da saída, evidenciando que o efeito da expansão do gás afeta em menor escala a transferência de calor do que o estimado pelo modelo.

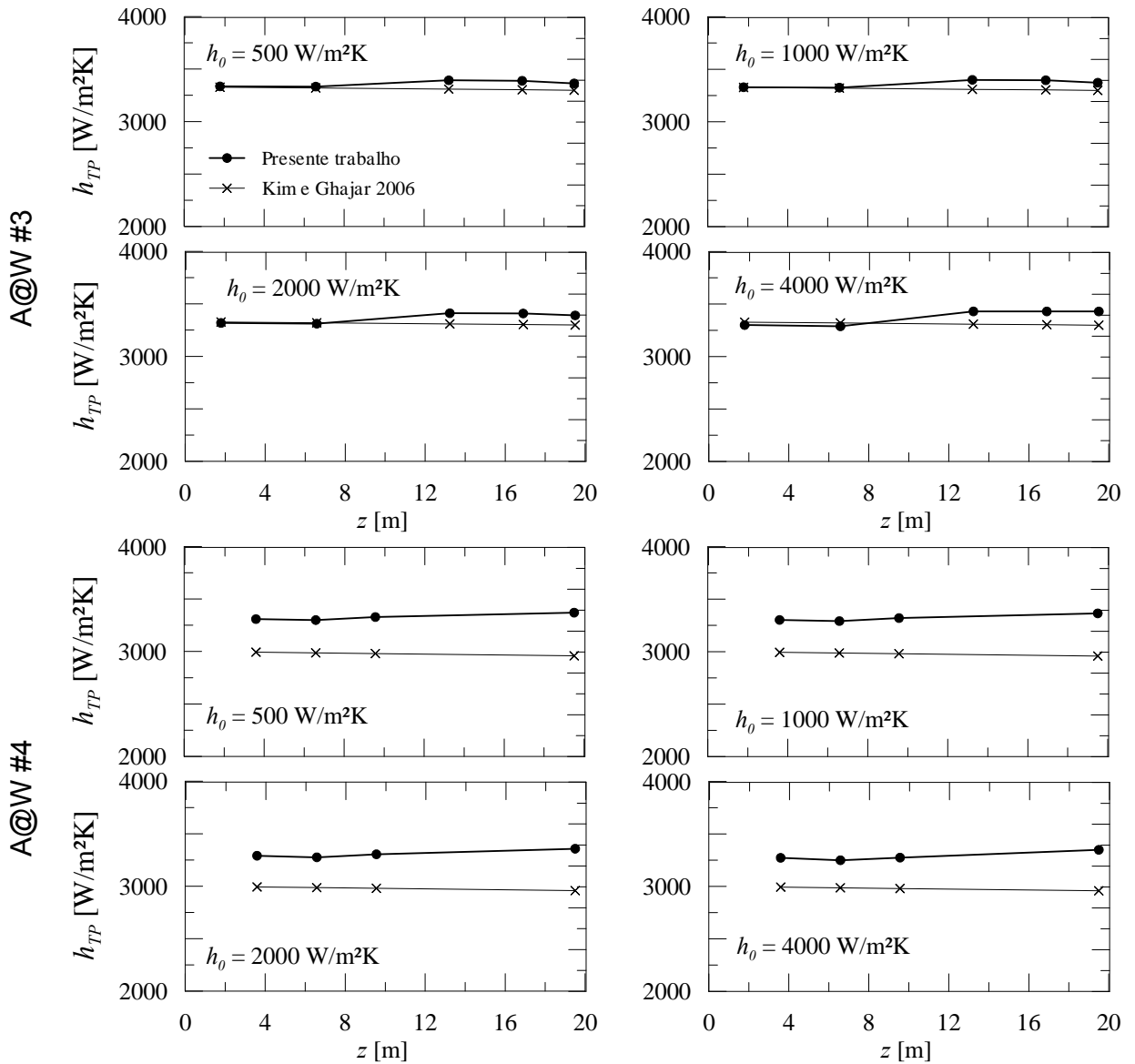


Figura 6-13 – Coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP} ao longo do duto para os testes A@W#3-4 com temperatura externa constante.

6.2.2 Fluxo de calor constante na parede (FCC)

Nesta seção são apresentados os resultados das simulações para a condição de fluxo de calor constante na parede externa (FCC). Da mesma forma que com os resultados para TEC são apresentados os resultados para uma sonda lagrangeana e para um instante de tempo. As simulações são realizadas para as condições de aquecimento e resfriamento, representadas por fluxos de calor positivos e negativos, respectivamente.

As condições para a simulação são colocadas a seguir. A temperatura de entrada é fixada em 293,15 K, como no caso de TEC. Os fluxos de calor utilizados seguem o mesmo critério de escolha para h_0 e T_0 : um fluxo de calor suficientemente alto para ocasionar variações perceptíveis na temperatura, mas afastado da região de saturação.

Na Figura 6-14 são observadas as distribuições de temperatura média temporal ao longo do duto para as condições de aquecimento e resfriamento. De forma geral, é observada uma tendência linear da temperatura para todos os casos, típico da condição de fluxo de calor constante. Nota-se que existe uma simetria ao redor da temperatura de entrada para fluxos de calor com valores numéricos opostos.

Para os testes A@W#1-2-3 (Figura 6-14) são observadas certas oscilações uniformes, mas conservando a tendência linear. As oscilações tornam-se desorganizadas e maiores no teste A@W#4, onde existe uma alta velocidade superficial do gás ($j_G = 1,1$ m/s). Isto evidencia instabilidades numéricas mais intensas para uma alta vazão de gás. Porém, o modelo consegue reproduzir as tendências.

Na Figura 6-15 e Figura 6-16 são apresentadas as distribuições do coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP} ao longo da tubulação para os quatro testes A@W#1-2-3-4. Para todos os perfis, pode-se observar que o h_{TP} não muda ao longo da tubulação, mantendo um valor constante. É notável também que os valores do h_{TP} obtidos na condição FCC são muito próximos aos obtidos na condição TEC, portanto pode-se afirmar que existe um único valor para o h_{TP} para cada combinação de vazões, independente da distribuição de temperaturas.

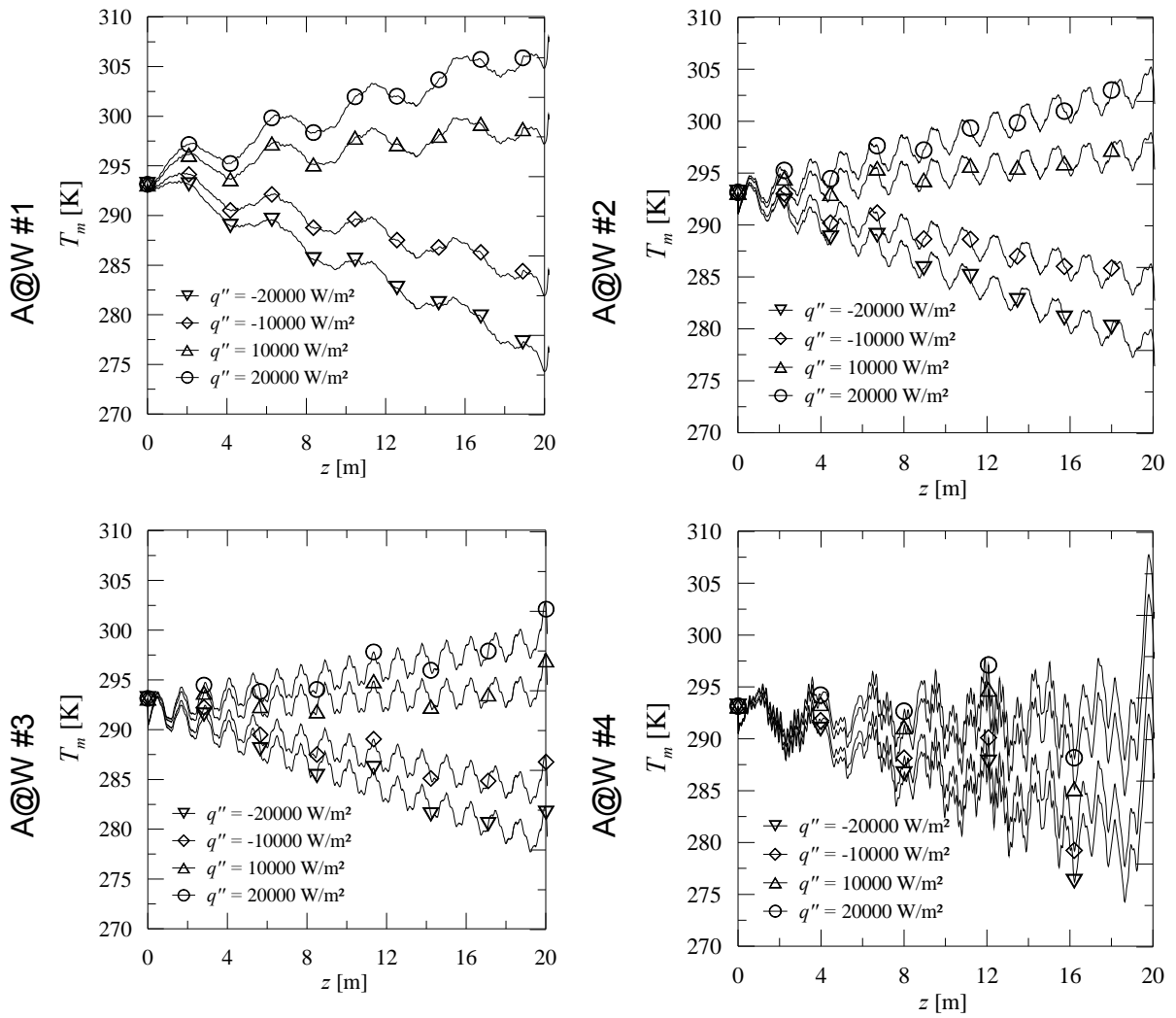


Figura 6-14 – Distribuição de temperaturas da mistura ao longo do duto para a condição de fluxo de calor constante.

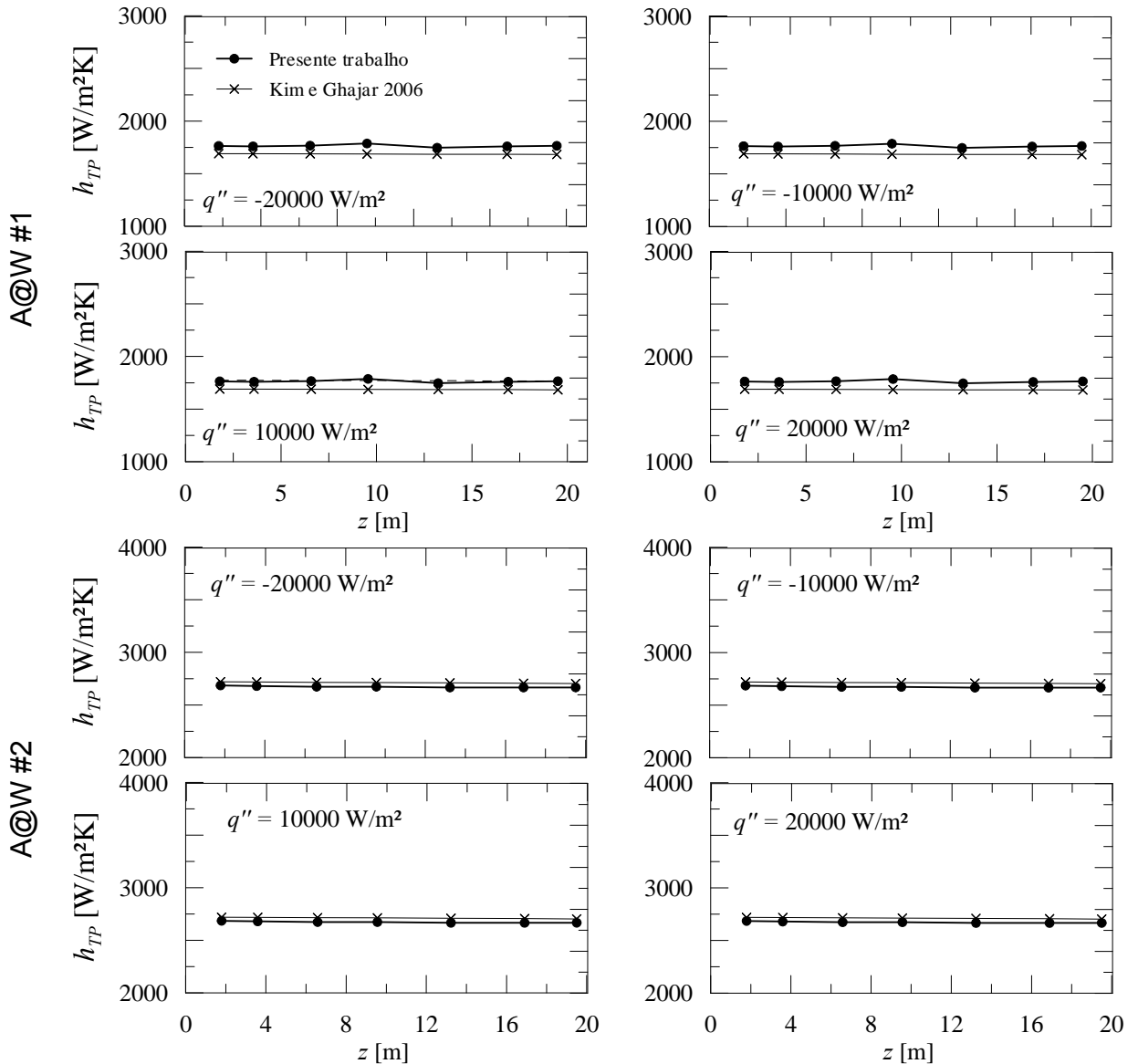


Figura 6-15 – Coeficiente de transferência de calor bifásico ao longo do duto para os testes A@W1-2 com fluxo de calor constante.

Em relação às faixas de erro, é obtido o mesmo valor que com a condição TEC. Assim, o máximo erro para os testes A@W#1-2-3 é de 5% e para o teste A@W#4 é de 15%. Nota-se que não existe diferença significativa entre o h_{TP} com aquecimento e com resfriamento. A tendência em relação à correlação de K&G é mantida, de tal forma que quando o modelo subestima o h_{TP} de K&G em TEC, também faz o mesmo com FCC.

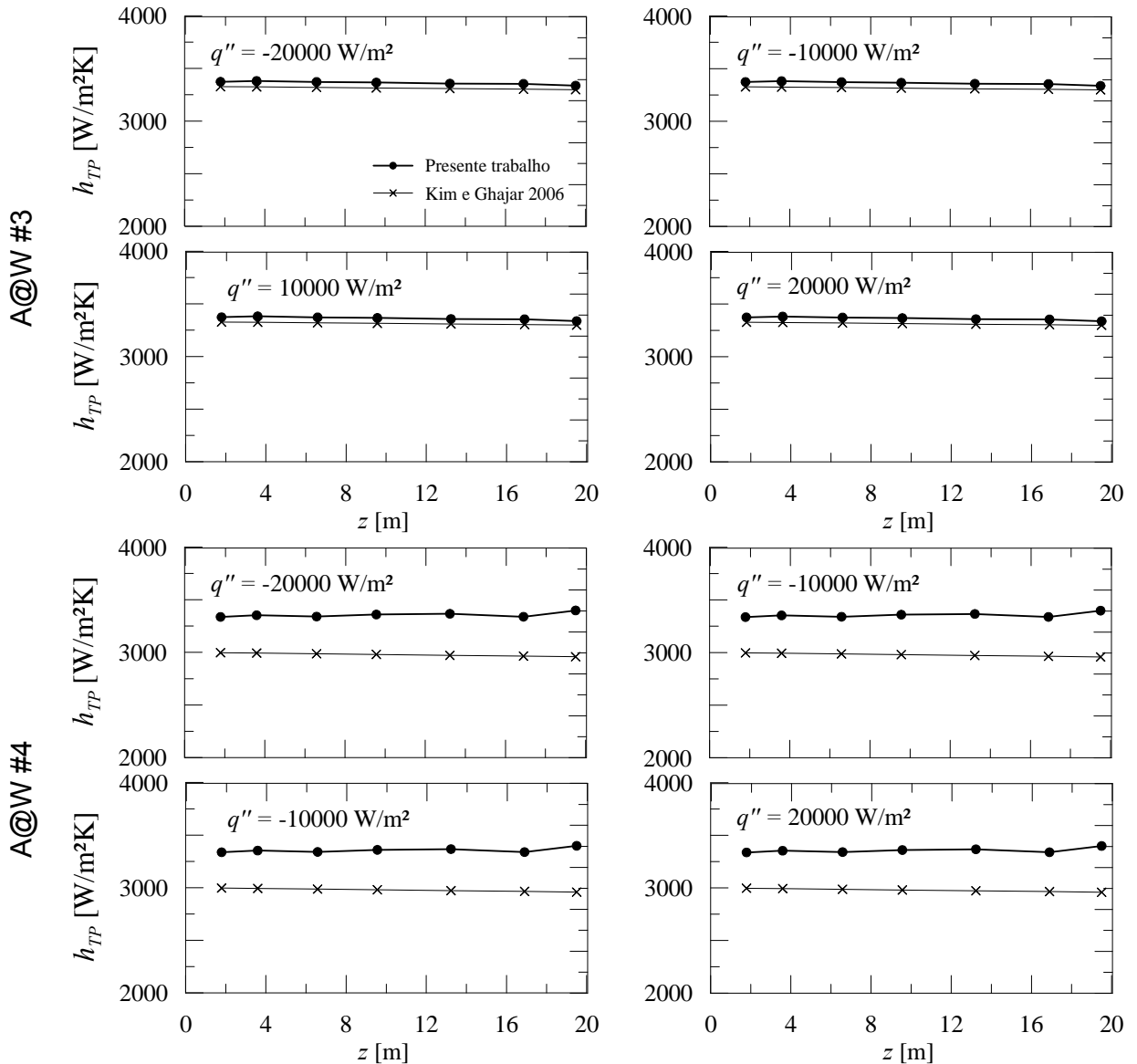


Figura 6-16 – Coeficiente de transferência de calor bifásico ao longo do duto para os testes A@W3-4 com fluxo de calor constante.

6.3 Análise dos parâmetros influentes na transferência de calor

Nesta seção serão analisados os parâmetros próprios do escoamento em golfadas que influenciam a transferência de calor. Serão considerados os resultados da simulação junto com os dados de Lima (2009) para avaliar quais são os parâmetros que afetam o coeficiente de transferência de calor. De forma geral, os coeficientes de transferência de calor monofásicos dependem do número de Reynolds e do número de Prandtl. Com essa idéia, tentará se estender o conceito

para escoamento bifásico analisando esses números adimensionais avaliados no líquido e no gás. Além disso, será analisado como os parâmetros próprios do escoamento em golfadas afetam a transferência de calor.

A Figura 6-17 representa a variação do h_{TP} com o número de Reynolds do líquido e do gás para os dados experimentais e para as simulações. Os números de Re são avaliados com as velocidades superficiais j_L e j_G . Pode-se observar que o h_{TP} tende a aumentar quando Re_{jL} cresce, mostrando inclusive uma tendência linear nos resultados das simulações. Porém, não existe uma tendência definida do h_{TP} em relação ao Re_{jG} , já que os dados encontram-se dispersos tanto para os resultados de Lima quanto para as simulações. Assim pode-se deduzir que h_{TP} está dominado pela velocidade superficial do líquido j_L (diretamente relacionado a Re_{jL}). Porém para afirmar que o j_G não afeta consideravelmente o h_{TP} , teria que se estudar uma faixa de Re_{jG} maior.

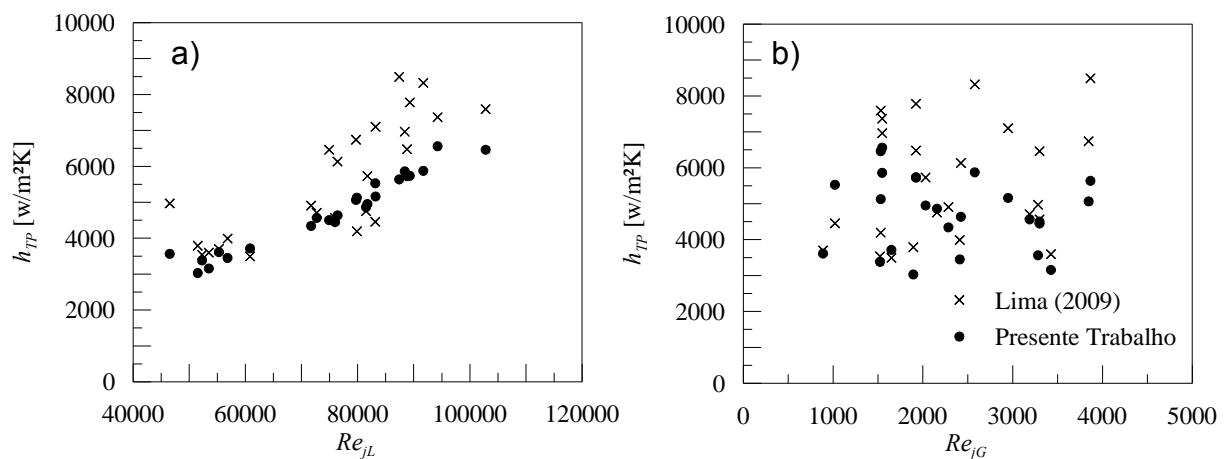


Figura 6-17 – Relação entre o número de Reynolds do líquido (a) e do gás (b) com o coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP} .

Na Figura 6-18 é mostrada a relação entre o número de Prandtl e o coeficiente de transferência de calor bifásico. Note-se que o número de Prandtl depende do tipo de fluido, independente das características do escoamento. Esse número adimensional quantifica a difusividade de momentum em relação à difusividade térmica para um tipo de fluido. Como para todas as simulações foi utilizado ar-água, as diferenças não são muito grandes. Porém, devido à variação da temperatura, as propriedades mudam de forma que pode ser estabelecida uma tendência.

Para o líquido pode-se observar altos números de Prandtl ($Pr > 3,5$). Assim como o número de Reynolds, uma tendência ascendente é observada do h_{TP} em relação ao número de Prandtl. Por outro lado, o gás apresenta baixos números de Prandtl ($Pr < 0,75$). Além disso, observam-se muitos valores de h_{TP} para um determinado valor de Pr_G mostrando uma alta dispersão que não permite avaliar uma tendência definida do h_{TP} em relação ao Pr_G .

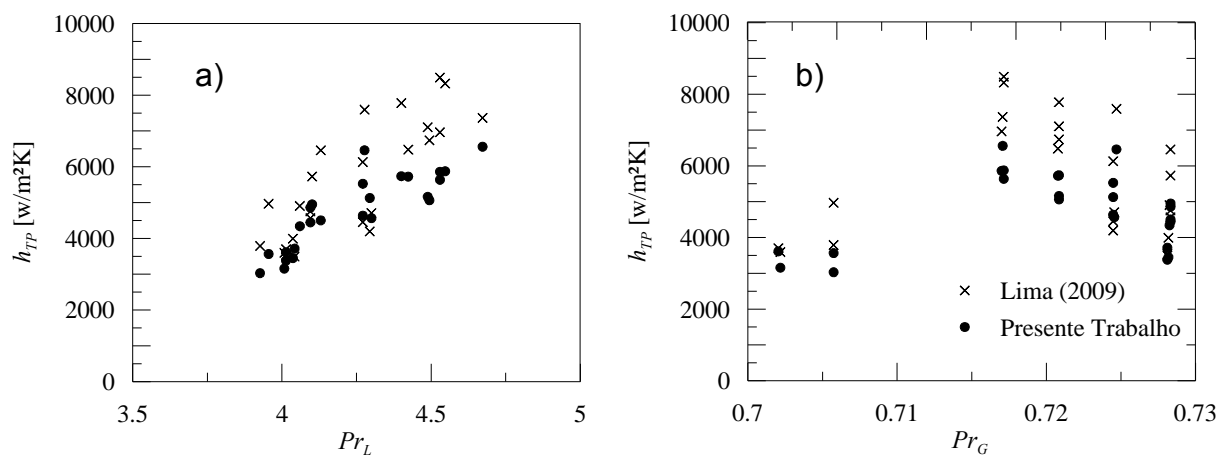


Figura 6-18 – Relação entre o número de Prandtl do líquido (a) e do gás (b) com o coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP} .

Na Figura 6-19a mostra-se a relação entre o h_{TP} e a velocidade da mistura. Uma tendência ascendente é observada, mas de forma mais dispersa do que com o número de Prandtl ou o número de Reynolds. No caso da frequência, Figura 6-19b, a tendência também é positiva. Isto é coerente já que uma frequência alta significa um menor tempo de residência, o qual implica velocidades grandes da célula unitária e seus componentes. Altas velocidades provocam altos números de Reynolds que, como foi verificado anteriormente, têm uma relação proporcional com o h_{TP} .

Na Figura 6-20 é mostrada a relação entre a razão L_B/L_U e o h_{TP} . Apesar de apresentar um alto grau de dispersão, é possível apreciar uma tendência negativa em relação à razão L_B/L_U , portanto, o incremento de L_B/L_U ocasiona um decréscimo no h_{TP} . Esse fato está relacionado com o comprimento da bolha, evidenciando que para comprimentos de bolha altos o h_{TP} diminui. Para razões L_B/L_U altas, a quantidade de líquido que está em contato com a tubulação é menor já que uma maior porção de tubulação está em contato com a bolha de gás. Sendo que a principal contribuição para o h_{TP} vem da fase líquida, uma menor área de contato

ocasiona o decréscimo da transferência de calor. Os comprimentos de bolha e pistão são calculados através de modelo, portanto os erros no cálculo ocasionam um alto grau de dispersão. Supõe-se que se os comprimentos fossem medidos experimentalmente, a dispersão na Figura 6-20 seria menor, mas a tendência seria mantida.

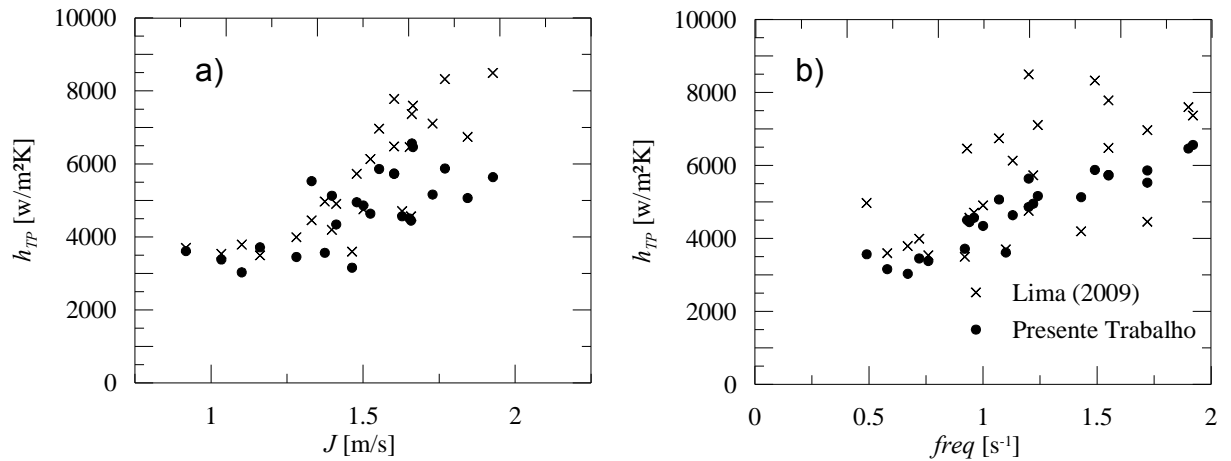


Figura 6-19 – Relação entre a velocidade de mistura J (a) e a frequência $freq$ (b) com o coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP} .

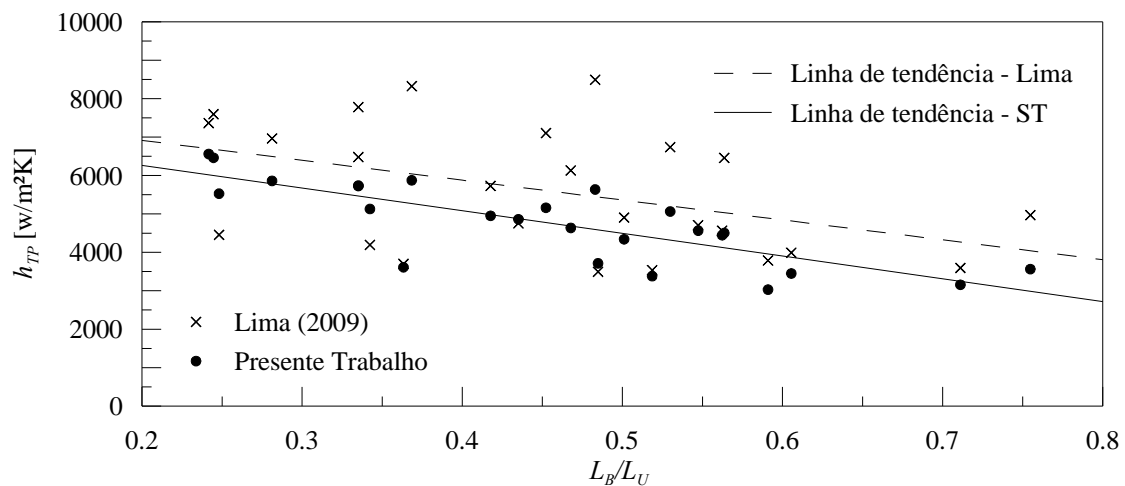


Figura 6-20 – Relação entre a relação de comprimentos L_B/L_U com o coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP} .

Nesta seção foram determinados os parâmetros influentes no coeficiente de transferência de calor. Foi encontrado que propriedades da fase líquida como o número de Reynolds e o número de Prandtl afetam o h_{TP} significativamente. Por outro lado, não foi possível definir uma tendência em relação às propriedades do gás

devido ao alto grau de dispersão em relação a esses parâmetros. Finalmente, constatou-se que parâmetros próprios do escoamento em golfadas como a frequência e a relação entre comprimento da bolha e comprimento total da célula unitária L_B/L_U também influem na transferência de calor, fato que foi verificado também por outros autores como Deshpande *et al* (1991) e Hetsroni *et al* (1998).

6.4 Influência da transferência de calor nos parâmetros hidrodinâmicos

Para encontrar a influência da temperatura nos parâmetros hidrodinâmicos, são realizadas simulações com diferentes fluxos de calor para três combinações de velocidades superficiais: alta velocidade superficial do líquido j_L , alta velocidade superficial do gás j_G e velocidades superficiais equilibradas $j_L=j_G$. São simulados os casos de aquecimento, resfriamento e isotérmico com a condição de fluxo de calor constante em um duto de 26 mm de diâmetro. A temperatura de entrada de todos os casos é a mesma: 290 K. O fluxo de calor escolhido (± 10000 W/m²) é o maior possível para fazer perceptíveis as variações, sem fazer com que as temperaturas cheguem na região de saturação. São avaliados o comprimento de bolha, o comprimento de pistão, a velocidade do pistão e a velocidade de translação da bolha.

No presente modelo, não é considerada nem a mudança de fase nem altas pressões, portanto, os efeitos da troca de calor na hidrodinâmica estarão relacionados à compressão do gás e à variação das propriedades físicas dos fluidos. Os principais parâmetros afetados são os comprimentos do pistão e bolha e as velocidades do pistão e de translação, portanto suas variações ao longo do duto são apresentadas nas Figura 6-21 e Figura 6-22.

A alteração dos comprimentos de bolhas e pistões está relacionada a dois efeitos: a expansão do gás e a coalescência de bolhas. A expansão do gás está relacionada à queda de pressão e à variação da temperatura ao longo da linha, enquanto a coalescência está relacionada à intermitência do escoamento. Devido à periodicidade da condição de entrada, a coalescência é muito baixa e não será abordada nesta seção.

Quando somente o efeito da pressão está presente, o volume de gás nas bolhas aumenta de forma gradual, e, conseqüentemente, também aumentam seus comprimentos. Como os comprimentos dos filmes de líquido abaixo das bolhas também aumentam, os comprimentos dos pistões diminuem, pois os pistões perdem parte do líquido para o filme. Com a presença da troca de calor, existem diferentes conseqüências dependendo se existe aquecimento ou resfriamento. No caso de aquecimento, o efeito de expansão da bolha e redução do pistão é maior. Isto deve-se à expansão do gás ocasionado pelo incremento da temperatura. Como o fluido utilizado é ar, que por sua parte comporta-se como gás ideal, o volume do gás é diretamente proporcional à temperatura.

Para o caso de resfriamento, observa-se que existe um conflito: a bolha expande-se pela queda de pressão mas se comprime pela redução de temperaturas. Mesmo que a bolha tenha que se expandir devido à queda de pressão, ela tende a ser comprimida no caso de resfriamento. O efeito depende da razão entre as vazões volumétricas de líquido e gás: nota-se que para altas vazões de líquido predomina a expansão por perda de pressão. Para vazões volumétricas da mesma ordem, os dois efeitos se cancelam. Para vazões volumétricas maiores de gás, a influência da temperatura é maior e a bolha diminui seu volume apesar da perda de pressão.

No caso do comprimento do pistão, a tendência sempre é diminuir. Para resfriamento, praticamente é mantido um comprimento constante ao longo do duto. No aquecimento, o pistão diminui seu comprimento, o qual pode ser explicado da seguinte forma. No aquecimento, a bolha cresce mais, em conseqüência o filme também deverá crescer. Esse filme líquido está crescendo à custa da massa do pistão, o que ocasiona sua redução.

Observa-se que para diferentes combinações de vazão, a tendência é mantida mas a intensidade das variações muda. Por exemplo, para vazões maiores de gás, as bolhas tendem a se expandir (ou comprimir) em menor grau que quando tem vazão menor de gás. No caso do comprimento do pistão, para nenhum dos casos a variação é significativa, mas em todos eles o pistão tende a diminuir, devido ao crescimento do filme líquido.

A velocidade do pistão e a velocidade de translação da bolha são afetadas em menor escala pela transferência de calor. Para vazões volumétricas de líquido grandes e médias, as variações nas velocidades são pequenas. As variações nestas

velocidades estão relacionadas à velocidade da mistura, que por sua vez depende da velocidade superficial do gás, que muda segundo a expansão ou compressão do gás. Para aquecimento em altas vazões de gás, observa-se que as velocidades aumentam notavelmente devido ao incremento da velocidade da mistura, que por sua vez aumenta pela expansão do gás.

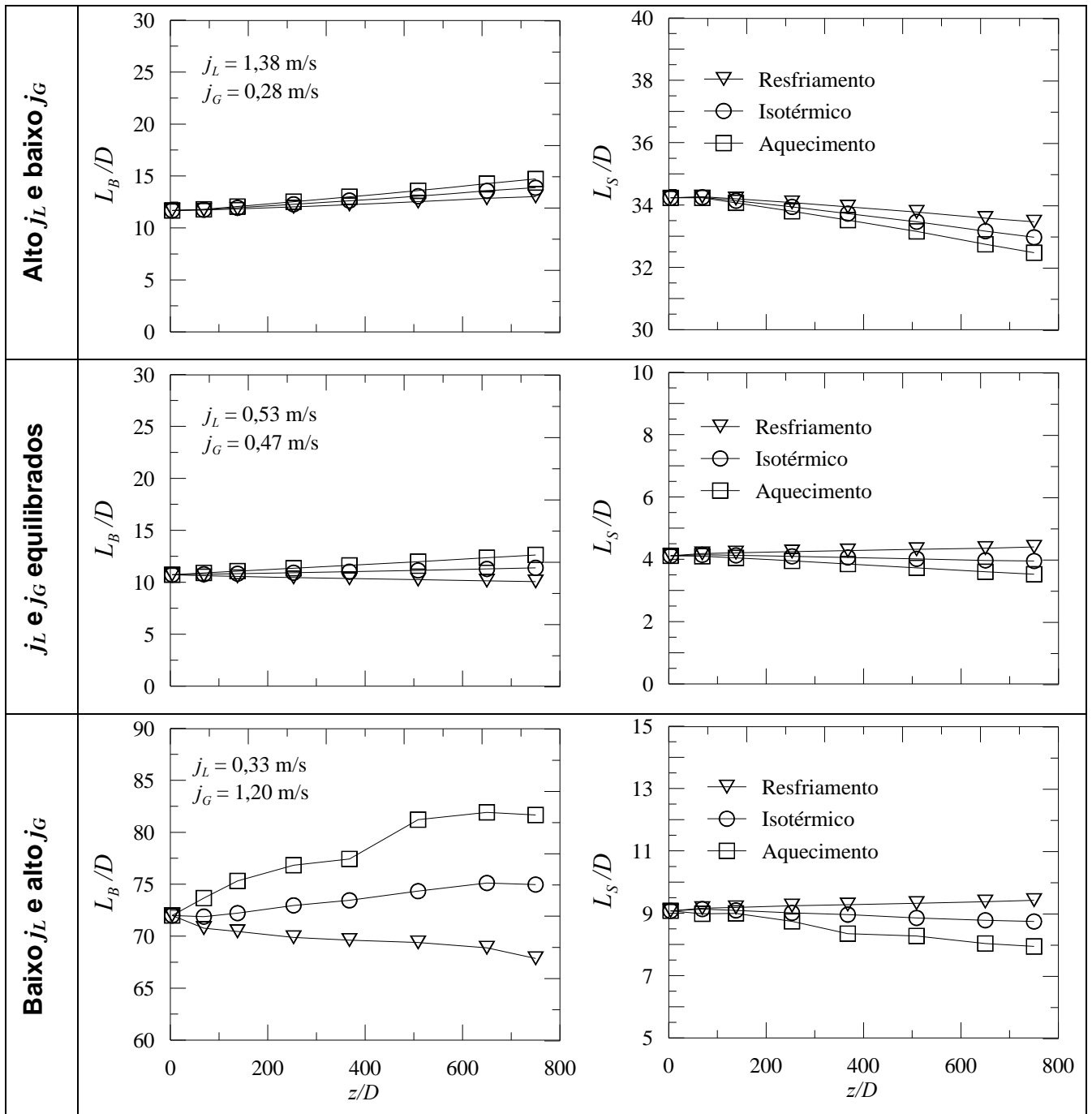


Figura 6-21 – Influência da temperatura nos comprimentos L_B e L_S para diferentes velocidades superficiais.

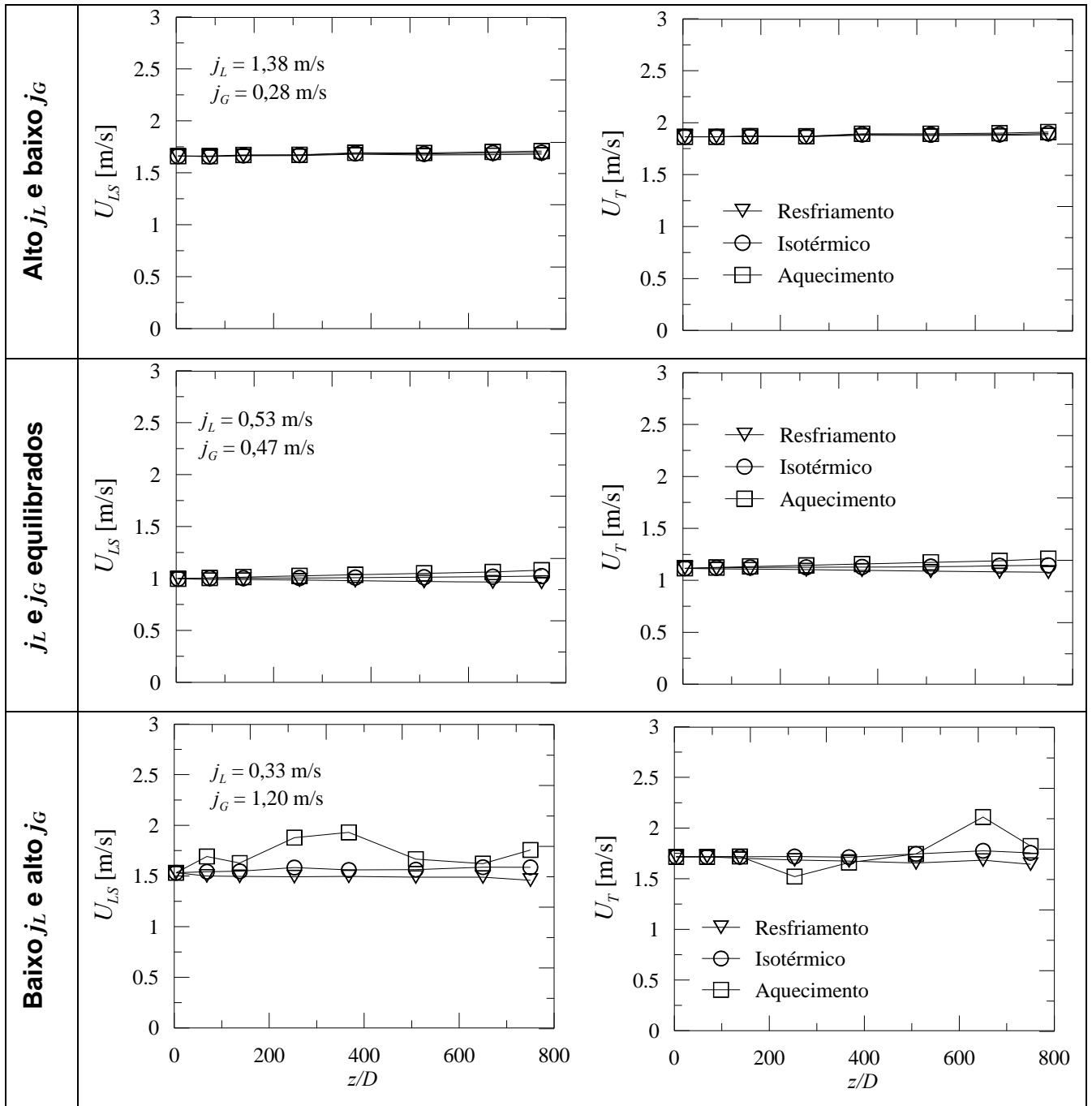


Figura 6-22 – Influência da temperatura nas velocidades do pistão U_{LS} e de translação U_T para diferentes velocidades superficiais.

7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

No presente trabalho, foi apresentado um modelo de seguimento de pistões em regime transitório para simular escoamento bifásico em golfadas com transferência de calor. O modelo considera a compressão do gás devido às variações de pressão e temperatura, ocasionando uma interação entre as variáveis térmicas e hidrodinâmicas. Assim, é possível analisar a influência da transferência de calor na física do escoamento em golfadas.

As equações governantes foram encontradas a partir de balanços de massa, quantidade de movimento e energia em cada um dos elementos da célula unitária. O balanço de massa evidencia que a velocidade do pistão é afetada pela interação das bolhas dispersas no seu interior e à expansão da bolha alongada. O balanço de quantidade de movimento mostra que a queda de pressão em uma célula unitária deve-se principalmente às forças de atrito e à aceleração local do pistão. O balanço de energia evidencia que o calor fornecido aumenta a energia interna dos fluidos, e portanto sua temperatura, mas também ocasiona deformações nos volumes de controle.

A fim de dar solução às equações obtidas na modelagem matemática, uma solução numérica foi proposta. A discretização das equações do modelo resultou em dois sistemas de equações a serem resolvidos para cada instante de tempo. O primeiro sistema, chamado de sistema pressão-velocidade, é constituído pela discretização dos balanços de massa e quantidade de movimento. O segundo sistema é produto da discretização do balanço de energia e sua solução é obtida depois de resolver o sistema pressão-velocidade. O modelo é implementado em um programa em linguagem Fortran com orientação a objetos.

Com o objetivo de validar o modelo proposto, os resultados numéricos são comparados com a solução analítica de escoamento monofásico e com um modelo estacionário. Os resultados mostram coerência, portanto a consistência do modelo é comprovada. Adicionalmente, os resultados do modelo foram comparados com dados experimentais de temperatura. Nesse caso, pode-se observar que apesar de ter aproximado muitas das variáveis de entrada, o modelo consegue reproduzir a

tendência de temperaturas. Por fim, os resultados também foram comparados com correlações da literatura para coeficiente de transferência de calor bifásico. O modelo mostrou uma excelente concordância com as correlações de Kim e Ghajar (2006), Shah (1981) e Camargo (1991).

É observado que os resultados para a temperatura da mistura apresentam oscilações, mas apresentam um comportamento coerente: uma tendência exponencial no caso de temperatura externa constante (TEC) e uma tendência linear no caso de fluxo de calor constante (FCC). Assim, também foi observado que o coeficiente de transferência de calor bifásico h_{TP} não varia significativamente para as condições de TEC e FCC para um determinado j_L e j_G . Os resultados também mostram que o h_{TP} tem uma alta dependência com os parâmetros próprios do escoamento em golfadas, como são a frequência, o comprimento de bolha e a velocidade da mistura. Essas afirmações concordam com os resultados obtidos por outros pesquisadores como Deshpande *et al* (1991), Hetsroni *et al* (1998), Shoham *et al* (1982) e Kim e Ghajar (2006).

Foi analisada também a influência da transferência de calor nos parâmetros hidrodinâmicos. Mostrou-se que para altas vazões de líquido, as variações são menores em parâmetros relevantes como a velocidade de translação da bolha e os comprimentos de bolha e pistão. Apesar da expansão da bolha devido à queda de pressão, o resfriamento da bolha ocasiona sua compressão, o qual evidencia que o volume da bolha é também suscetível a variações de temperatura, mas a intensidade dependerá da relação entre a vazão volumétrica de líquido e gás.

Por fim, o modelo de seguimento de pistões se apresenta como uma ferramenta útil para a simulação do escoamento em golfadas com transferência de calor. O presente trabalho constitui uma referência para futuros modelos com maior complexidade onde poderão ser incluídos fenômenos como a mudança de fase.

7.1 Sugestões para trabalhos futuros

Como sugestão para trabalhos futuros, o modelo apresentado poderia ser validado com uma quantidade maior de dados. É necessário contar com uma ampla base de dados experimentais com hidrodinâmica corretamente descrita, ou seja com

condições de entrada conhecidas para as frações volumétricas e comprimentos característicos. A organização de tais dados experimentais também é importante. Assim, ter vários j_G para cada j_L fornece uma melhor idéia da influência da vazão de gás em cada vazão líquida, tanto nos parâmetros hidrodinâmicos quanto nos térmicos. Visando isto, é conveniente a realização de um estudo experimental.

Em relação ao modelo apresentado, as seguintes sugestões são propostas para trabalhos futuros:

- Analisar a estabilidade numérica do modelo de transferência de calor a fim de reduzir as oscilações obtidas na temperatura da mistura.
- Testar com condição de entrada intermitente a fim de verificar a variação das médias em relação à condição periódica.
- Testar o modelo para outros fluidos. Por exemplo, com líquidos mais viscosos e com gases com equação de estado diferente à de gás ideal.
- Incluir na modelagem os termos de dissipação viscosa e a modelagem para escoamentos em altas pressões.
- Estudar a transferência de calor em dutos com outras inclinações, considerando a energia potencial.
- Implementar o modelo em função da entalpia a fim de evitar a hipótese de líquido incompressível e gás ideal.
- Incluir os termos de mudança de fase. Variações simultâneas de pressão e temperatura podem ocasionar evaporação ou condensação, portanto é interessante a consideração deste fenômeno.

PRODUÇÃO CIENTÍFICA NO PERÍODO 2009-2011

ARTIGOS EM CONGRESSOS

Título: *Numerical Simulation of Gas-Liquid Slug Flow along vertical pipes using the Slug Tracking Model*

Autores: A. A. Pachas N., César D. Perea M., R. E. M. Morales, C. Cozin, E. S. Rosa, R. A. Mazza.

Publicado: Proceedings of ASME-JSME-KSME Joint Fluids Engineering Conference 2011.

Local: Hamamatsu, Shizuoka, Japão.

Data: 24 a 29 de julho de 2011

Resumo: *The intermittent gas-liquid flow, or slug flow, in vertical tubes occurs over a wide range of gas and liquid flow rates, with many applications, such as oil industry. Predicting the properties of this kind of flow is important to design properly pumps, risers and other components involved. In the present work, vertical upward slug flow is studied through a one-dimensional and lagrangian frame referenced model called slug tracking. In this model, the mass and the momentum balance equations are applied in control volumes constituted by the gas bubble and the liquid slug, which are propagated along the pipe. The flow intermittency is reproduced through the conditions at the entrance of the pipe, which are analyzed in statistical terms. These entrance conditions are given by a sequence of flow properties for each unit cell. The objective of the present work is to simulate the slug flow and its intermittency through the slug tracking model. The numerical results are compared with experimental data obtained by 2PFG/FEM/UNICAMP for air-water flow and good agreement is observed.*

Título: *Hydrodynamics and heat transfer simulation for two-phase intermittent flow in horizontal pipes.*

Autores: C. D. Perea M., C. Cozin, R. E. M. Morales, S. L. M. Junqueira.

Publicado: 13th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering.

Local: Uberlândia, MG, Brasil.

Data: 5 a 10 de dezembro de 2010

Resumo: *Two-phase flows with heat transfer are found in many engineering applications. One of them is the conduction of oil and gas in the deep ocean, where exists a temperature gradient due to the difference between the temperature in the source and that from the surrounding environment. In liquid-gas two-phase flows, one of the most frequent patterns is the slug flow. This flow pattern is*

characterized by the alternate succession of two structures: an aerated slug and an elongated gas bubble, which constitutes a unit cell. In spite of the unit cell properties variation with time, it can be modeled as stationary if mean time values are used. In that context, the present work presents a mechanistic one-dimensional stationary model for the calculation of the main hydrodynamical and heat transfer parameters of slug flow. Based on mass, momentum and energy balances on the unit cell, an implicit algebraic equation system will be obtained. The solution for a unit cell is found through an iterative process and then propagated along the pipe, assuming that the pressure and temperature gradients are linear. As a result, geometric characteristics, phase velocities, pressure and temperature along the pipe can be known. From the temperature profile, the two-phase heat transfer coefficient can be calculated, which can be compared with some correlations found in the literature. Results show good agreement with the reported data in the literature.

Título: *Influence of the initial conditions for the numerical simulation of two-phase slug flow.*

Autores: A. A. Pachas N., C. D. Perea M., C. Cozin, R. E. M. Morales, R. A. Mazza, E. S. Rosa.

Publicado: 13th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering.

Local: Uberlândia, MG, Brasil.

Data: 5 a 10 de dezembro de 2010

Resumo: *Multiphase flows in pipelines commonly show several patterns depending on the flow rate, geometry and physical properties of the phases. In oil production, the slug flow pattern is the most common among the others. This flow pattern is characterized by an intermittent succession in space and time of an aerated liquid slug and an elongated gas bubble with a liquid film. Slug flow is studied through the slug tracking model described as one-dimensional and lagrangian frame referenced. In the model, the mass and the momentum balance equations are applied in control volumes constituted by the gas bubble and the liquid slug. Initial conditions must be determined, which need to reproduce the intermittence of the flow pattern. These initial conditions are given by a sequence of flow properties for each unit cell. Properties of the unit cell in initial conditions should reflect the intermittence, for which they can be analyzed in statistical terms. Therefore, statistical distributions should be obtained for the slug flow variables. Distributions are complemented with the mass balance and the bubble design model. The objective of the present work is to obtain initial conditions for the slug tracking model that reproduce a better adjustment of the fluctuating properties for different pipe inclinations (horizontal, vertical or inclined). The numerical results are compared with experimental data obtained by 2PFG/FEM/UNICAMP for air-water flow at 0°, 45° and 90° and good agreement is observed.*

Título: *Numerical Analysis of slug flow for slight changes of direction using slug tracking model (submetido)*

Autores: M. G. Conte, C. L. Bassani, C. D. Perea M., O. B. S. Scorsim, C. E. F. do Amaral, R. E. M. Morales.

Publicado: XXXII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering.

Local: Ouro Preto, MG, Brasil.

Data: 13 a 16 de novembro de 2011.

Resumo: *Slug flow is the most common flow pattern of gas-liquid flow in petroleum industry. Hilly-terrain pipelines change flow parameter and there's a need to predict the behavior of the phases for the production lines design. The present work aims the implementation of this phenomenon in a slug tracking program. The numerical analysis is developed for two-phase slug flow in horizontal duct with slight change of directions in 3°, 5° e 7°. The liquid mass accumulation at the low elbow is calculated from a mass balance equation, which generates a new slug or can be scooped by the next slug. The Kelvin-Helmholtz stability criterion is implemented for the case of slug generation. A numerical compensation of the pressure at the elbow is developed during the passage of a slug in the elbow. The entrance parameters for the program are the liquid and gas flow rates and mean length of the slugs and the bubbles. The simulation results are the mean values and the distribution (pdf) of the bubble velocity, the pressure drop and the slug and bubble length. The Numerical results are compared with experimental data.*

Título: *Numerical analysis of slug flow in inclined ducts using slug tracking model (submetido)*

Autores: M. G. Conte, C. L. Bassani, C. Cozin, A. E. Nakayama, C. D. Perea M., R. E. M. Morales.

Publicado: XXXII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering.

Local: Ouro Preto, MG, Brasil.

Data: 13 a 16 de novembro de 2011.

Resumo: *Slug flow is the most frequently flow pattern in gas-liquid transportation at the petroleum industry, and the prediction of its parameters is important for pipeline and equipment design and operation. This pattern is characterized by the intermittent (in space and time) repetition of liquid masses called slugs (which may contain dispersed bubbles) and elongated gas bubbles, which occupy almost all pipe cross section. This work presents the numerical analysis of slug flow in inclined lines using slug tracking model. The mass and momentum conservation equations are applied for each bubble and slug. The differential equations obtained in the mathematical model are discretized using*

the finite difference method and the resulting linear system is solved with the TDMA algorithm. Typical parameters of slug flow are calculated, such as the bubbles and slugs lengths and velocities and pressure drop. These variables are monitored through its mean values or distributions in determined locations along the pipe, or by the following of one bubble passage through the pipe. Numerical results are compared with the experimental results from 2PFG/FEM/UNICAMP for air-water and air-glycerin flows in with inclinations of 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75° and 90°.

REFERÊNCIAS

- Barnea D. e Taitel Y., (1993) "A model for slug length distribution in gas-liquid slug flow" *Int. J. Multiphase Flow*, 19 (5): 829-838.
- Bejan, A. (1995), "Convection Heat Transfer", 2a ed., John Wiley & Sons, Inc.
- Bendiksen, K. H. (1984) "An Experimental Investigation of the Motion of Long Bubbles in Inclined Tubes". *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 10, No. 4, pp. 467-483.
- Camargo, R. M. T. (1991) "Hidrodinâmica e Transferência de calor no escoamento Intermitente Horizontal", Universidade Estadual de Campinas, 142 pp. Dissertação de mestrado.
- Çengel, Y. e Boles, M. (1997) "Termodinâmica", 2ª Ed. Tomo 1, Ed. McGraw Hill.
- Deshpande, S., Bishop, A., e Karandikar, B. (1991) "Heat transfer to air-water plug-slug flow in horizontal pipes", *Ind. Eng. Chem Res*, Vol 30, No. 9.
- Dukler A. E. e Hubbard M. G., (1975) "A model for gas-liquid slug flow in horizontal and near horizontal tubes". *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, 14 (4), 337-347.
- Fagundes Netto, J. R., Fabre, J. e Peresson, L., 1999, "Shape of horizontal bubbles in horizontal slug flow", *International Journal of multiphase flow* 25 (1999) 1129-1160.
- Fernandes, R. C., Semiat, R., Dukler, A. E., (1983) "Hydrodynamic model for gas-liquid slug flow in vertical tubes", *American Institute for Chemical Engineers Journal* Vol. 29, No. 6, pp 981-989.
- Fore, L., Witte, L., McQuillen, J. (1997) "Heat transfer to two phase slug flows under reduced-gravity conditions", *International Journal of Multiphase Flow* Vol. 23, No. 2, pp 301-311
- Fox, R. W. e McDonald, A. T., (2006) "Introdução à Mecânica dos Fluidos", 6a ed., Editora LTC, 2006.
- França, F., Bannwart, A. C., Camargo, R. M. T., Gonçalves, M. (2008) "Mechanistic Modeling of the Convective Heat Transfer Coefficient in Gas-Liquid Intermittent Flows", *Heat Transfer Engineering*, 29(12) pp. 984-998.

- Franklin, E. (2004), "Modelagem numérica para seguimento dinâmico de bolhas em escoamento intermitente horizontal gás-líquido", Universidade Estadual de Campinas, 231 pp. Dissertação de mestrado.
- Freitas, F. G. (2008) "Modelo algébrico para seguimento de bolhas em escoamento líquido-gás padrão golfadas" Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 55p. Projeto Final de Curso.
- Freitas, F. G., Rodrigues, H. T., Morales R. E. M., Mazza R., Rosa, E. (2008) "Algebraic Model for Bubble Tracking in Horizontal Gas-Liquid Slug Flow" Heat 2008, Fifth International Conference on Transport Phenomena in Multiphase Systems.
- Guo, L., Bai, B., Zhao, L., Wang, X., Gu, H. (2009) "Online recognition of the multiphase flow regime and study of slug flow in pipeline" 6th International Symposium on Measurement Techniques for Multiphase Flows. Journal of Physics: Conference Series 147 (2009) 012047.
- Hall, N. A., (1957) "Thermodynamics of fluid flow", Longmans, Green, New York.
- He, Q., Hasegawa, Y. e Kasagi, N. (2008) "Numerical Study on convective heat transfer of gas-liquid slug flow in a micro tube", ECI International Conference on Heat Transfer and Fluid Flow in Microscale.
- Hetsroni, G., Hu, B., Yi, J., Mosyak, A., Yarin, L., Ziskind, G. (1998) "Heat transfer in intermittent air-water flows – Part I" International Journal of Multiphase Flow, Vol. 24, No. 2, pp. 165-188.
- Incropera, F., DeWitt, D., Bergman, T., Lavine, A. (2008) "Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa", 6a Ed., Livros Técnicos e Científicos Editora S.A.
- Ishii, M. e Hibiki, T. (2006) "Thermo-fluid dynamic of two-phase flow", Springer Science+Business Media, Inc.
- Kim, D. (2002) "Improved convective heat transfer correlations for two-phase two-component pipe flow", KSME International Journal, Vol. 16 No 3, pp. 403-422.
- Kim, D. e Ghajar, A. (2002) "Heat transfer measurements and correlations for air-water flow of different flow patterns in a horizontal pipe", Experimental Thermal and Fluid Science 25 pp 659-676.

- Kim, J. e Ghajar, A. (2006) "A general heat transfer correlation for non-boiling gas-liquid flow with different flow patterns in horizontal pipes", *International Journal of Multiphase flow* 32 pp 447-465.
- Kreyszig, E. "Advanced Engineering Mathematics", 9na Ed., John Wiley & Sons, Inc.
- Lima, I. N. R. C. (2009) "Estudo Experimental da Transferência de Calor no escoamento Bifásico Intermitente Horizontal" São Paulo: Universidade Estadual de Campinas, 135p. Dissertação de mestrado.
- Mazza, R. A., Rosa, E. S., Yoshizawa, C. J. (2010) "Analyses of liquid film models applied to horizontal and near horizontal gas-liquid slug flows", *Chemical Engineering Science* 65 3876-3892.
- Moran, M. e Shapiro, H. (2006) "Fundamentals of Engineering Thermodynamics", 5th Ed. John Wiley & Sons, Inc.
- Nicklin, D. J., Wilkes, J. O. e Davidson, J. F. (1962) "Two-phase flow in vertical tubes", *Trans. Instn. Chem. Engrs.* Vol. 40 pp 61-68.
- Nydal, O. J., Banerjee, S. (1995) "Dynamic Slug Tracking Simulations for Gas-Liquid Flow in Pipelines". University of California Santa Barbara, United States
- Ongba, C. (2004) "Numerical Modelling of Transient Gás-Liquid Flow (Application for Stratified & Slug Flows Regimes)" Cranfield University, PhD Thesis.
- Orel, A. (2005) "Experimental validation of a simple model for gas-liquid slug flow in horizontal pipes" *Chemical Engineering Science* 60 pp 1371-1381.
- Pachas, A. (2011) "Influência das condições iniciais e relações de fechamento para a simulação do escoamento bifásico em golfadas" Curitiba, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Dissertação de mestrado.
- Papanastasiou, T., Georgiou, G., Alexandrou, A. (2000) "Viscous Fluid Flow", CRC Press.
- Patankar, S.V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow". Philadelphia: Taylor & Francis.
- Perea, C., Cozin, C., Morales, R., Junqueira, S. (2010) "Hydrodynamics and heat transfer simulation for two-phase intermittent flow in horizontal pipes" 13th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, Uberlândia, Brasil.
- Rodrigues, H. T. (2009) "Simulação numérica do escoamento bifásico gás-líquido no padrão de golfadas utilizando um modelo lagrangeano de seguimento de pistões"

- Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 192p. Dissertação de mestrado.
- Rodrigues, H. T. (2006) “Simulação do escoamento bifásico líquido-gás intermitente em golfadas utilizando o modelo de seguimento dinâmico de pistões” Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 155 p, Projeto Final de Curso.
- Rosa, E. S e Altemani, C. A. C., (2006) “Análise de Escoamentos em Golfadas de Óleos Pesados e de Emulsões Óleo-água” Quarto Relatório de Atividades e Resultados alcançados, Projeto UNICAMP / CENPES – PETROBRAS, Campinas, SP.
- Shoham, O. (2006) “Mechanistic Modeling of Gas-Liquid Two-phase Flow In Pipes” Society of Petroleum Engineers, Richardson, TX, 396p.
- Shoham, O., Dukler, A. E., e Taitel, Y., (1982) “Heat transfer during intermittent/Slug flow in horizontal tubes”, *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, 21, 312-319.
- Sripattrapan, W. e Wongwises, S. (2005) “Two-phase flow refrigerants during evaporation under constant heat flux in a horizontal pipe” *Fluid Mechanics, Thermal Engineering and Multiphase Flow Research Lab*, King Mongkut’s University of Technology Thonburi, Bangkok, 10140, Thailand.
- Sun, G., Hewitt, G.F. e Wadekar, V. (2003) “A heat transfer model for slug flow in a horizontal tube” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47 (2004) 2807-2816.
- Taitel, Y. e Barnea, D. (1990a) "Two phase slug flow", *Advances in Heat Transfer*, Hartnett J.P. and Irvine Jr. T.F. ed., vol. 20, 83-132, Academic Press (1990).
- Taitel, Y. e Barnea, D. (1990b), “A consistent approach for calculating pressure drop in inclined slug flow”, *Chemical Engineering Science*, Vol 45, No 5, pp. 1199 – 1206.
- Taitel, Y. e Barnea, D. (1998) "Effect of gas compressibility on a slug tracking model", *Chemical Engineering Science*, Vol. 53, No. 11 2089-2097.
- Thome, J. R. (2010) “Engineering Data book III” Wolverine Tube Inc, Suíça
- Versteeg, H. K. e Malalasekera, W. (1995) “An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method” Longman Pub Group, 257p., 1995.
- Wallace, F, e Linning, W. (1970) “Basic Engineering Thermodynamics”, 1st Ed. Pitman Paperbacks.
- Wallis G. B., (1969) “One dimensional two-phase flow”. New York, McGraw-Hill.

- White, F. M. (2001) "Fluid Mechanics" 4th edition, McGraw-Hill.
- Yoshizawa, C. J. (2005) "Estudos de modelos para a forma das bolhas em um escoamento intermitente padrão golfadas" Curitiba: Universidade Federal de Paraná, 100p. Dissertação de mestrado.
- Zhang, H., Wang, Q., Sarica, C. e Brill, J. P. (2006) "Unified Model of Heat Transfer in Gas-Liquid Pipe Flow" Society of Petroleum Engineers - Production & Operation.
- Zheng, G., Brill, J. P. e Taitel, Y. (1994) "Slug flow behavior in a hilly terrain pipeline" Int. J. Multiphase

APÊNDICE A – CORRELAÇÕES PARA O COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR BIFÁSICO

Nesta seção, algumas correlações para o cálculo do coeficiente de transferência de calor bifásico são apresentadas.

A.1 Correlação de Kim e Ghajar (2006)

A correlação de Kim e Ghajar (2006) é uma correlação robusta em função de vários parâmetros do escoamento bifásico. Portanto, é tratada com detalhe porque requer cálculos prévios. Essa correlação é dada pela seguinte expressão:

$$\overline{h_{TP}} = F_p \overline{h_L} \left\{ 1 + C \left[\left(\frac{X}{1-X} \right)^m \left(\frac{1-F_p}{F_p} \right)^n \left(\frac{\text{Pr}_G}{\text{Pr}_L} \right)^p \left(\frac{\mu_G}{\mu_L} \right)^q \right] \right\} \quad (\text{A.1})$$

onde as constantes são $C = 0,7$, $m = 0,08$, $n = 0,06$, $p = 0,03$ e $q = -0,14$. O coeficiente h_L é calculado da correlação para escoamento monofásico turbulento de Sieder e Tate (1936):

$$h_L = 0,027 \text{Re}_L^{4/5} \text{Pr}_L^{1/3} \left(\frac{k_L}{D} \right) \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,14} \quad (\text{A.2})$$

onde μ_{wL} é a viscosidade do líquido na parede. O número de Reynolds para avaliar esse coeficiente é calculado através da seguinte expressão:

$$\text{Re}_L = \frac{\rho_L U_L D}{\mu_L} = \frac{4 \dot{m}_L}{\mu_L D \pi \sqrt{1-\varepsilon}} \quad (\text{A.3})$$

A fração de vazio ε é calculada pela correlação de Chisholm (1983)

$$\varepsilon = \left[1 + \left(\frac{\rho_L}{\rho_m} \right)^{0,5} \left(\frac{1-X}{X} \right) \left(\frac{\rho_G}{\rho_L} \right) \right]^{-1} \quad (\text{A.4})$$

sendo $1/\rho_m = (1-X)/\rho_L + (X/\rho_G)$. O título X é a relação entre as vazões de gás e vazão total, como visto na Eq. (2.21).

A variável F_P representa o fator de padrão de escoamento que é um parâmetro que quantifica o perímetro molhado efetivo. Esse parâmetro é encontrado a partir das configurações geométricas de cada padrão. Para capturar a forma real da interface líquido-gás, o fator de padrão tem contribuições da fração de vazão e de um fator de forma F_S :

$$F_P = (1-\varepsilon) + \varepsilon F_S^2 \quad (\text{A.5})$$

Por sua vez o fator de forma é encontrado:

$$F_S = \frac{2}{\pi} \operatorname{atan} \left(\sqrt{\frac{\rho_G (U_G - U_L)^2}{gD(\rho_L - \rho_G)}} \right) \quad (\text{A.6})$$

As velocidades de fase são calculadas:

$$U_L = \frac{\dot{m}_L}{\rho_L (1-\varepsilon) A} \quad ; \quad U_G = \frac{\dot{m}_G}{\rho_L \varepsilon A} \quad (\text{A.7})$$

A.2 Modelo Mecanicista de Camargo (1991)

Camargo propõe um modelo mecanicista para o coeficiente de transferência de calor bifásico exclusivamente para o padrão de golfadas. Assumindo transferência de calor unidimensional na direção radial, o h_{TP} pode ser obtido através de uma média:

$$h_{TP} = \left(\int_0^{t_U} \frac{Q}{S} \frac{dt}{t_U} \right) / \left(\int_0^{t_U} (T - T_w) \frac{dt}{t_U} \right) \quad (\text{A.8})$$

t_U representa a inversa da frequência $freq$ que é calculada com a seguinte expressão:

$$t_U = t_s + t_b = \frac{L_S}{U_T} + \frac{L_B}{U_T} \quad (\text{A.9})$$

Assim, a expressão em (A.8) também pode ser escrita:

$$h_{TP} = \frac{\int_0^{t_s} \frac{Q_{LS}}{\pi D} \frac{dt}{t_U} + \int_{t_s}^{t_b} \frac{Q_{FG}}{\pi D} \frac{dt}{t_U}}{\int_0^{t_s} (T_{LS} - T_{wiLS}) \frac{dt}{t_U} + \int_{t_s}^{t_b} (T_{LB} - T_{wiLB}) \frac{dt}{t_U}} \quad (\text{A.10})$$

É assumido que $T_{wiLB} \cong T_{wiGB}$ e $T_{LB} \cong T_{GB}$, de tal forma que as taxas de calor podem ser expressas como:

$$\begin{aligned} Q_{LS} &= h_{LS} S_{LS} (T_{LS} - T_{wiLS}) \\ Q_{FG} &= h_{LB} S_{LB} (T_{LB} - T_{wiLB}) + h_{GB} S_{GB} (T_{GB} - T_{wiGB}) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Supondo que a variação tangencial da temperatura em uma seção transversal é uniforme, as temperaturas nas paredes e nos fluidos do filme e da bolha são iguais $T_{wiLB} \cong T_{wiGB}$, $T_{LB} \cong T_{GB}$. A Eq. (A.10) é rescrita:

$$h_{TP} = \frac{h_{LS} \int_0^{t_s} (T_{LS} - T_{wiLS}) dt + \left(\frac{h_{LB} S_{LB} + h_{GB} S_{GB}}{\pi D} \right) \int_{t_s}^{t_U} (T_{LB} - T_{wiLB}) dt}{\int_0^{t_s} (T_{LS} - T_{wiLS}) dt + \int_{t_s}^{t_U} (T_{LB} - T_{wiLB}) dt} \quad (\text{A.12})$$

A Eq. (A.12) pode ser resolvida para as duas condições de contorno comumente encontradas nas aplicações de transferência de calor.

Tabela A. 1 – Correlações para o modelo mecanicista de Camargo.

Temperatura constante na parede	$\overline{h_{TP}} = \overline{h_{LS}} \frac{L_S}{L_U} + \left(\frac{\overline{h_{LB}} S_{LB} + \overline{h_{GB}} S_{GB}}{\pi D} \right) \frac{L_B}{L_U}$
Fluxo de calor constante	$\frac{1}{h_{TP}} = \frac{1}{h_{LS}} \frac{L_S}{L_U} + \left(\frac{\pi D}{h_{LB} S_{LB} + h_{GB} S_{GB}} \right) \frac{L_B}{L_U}$

Para os cálculos individuais dos coeficientes h_{LS} , h_{LB} e h_{GB} , Camargo. propõe utilizar uma correlação da forma de Dittus e Boelter:

$$h_F = a_F \left(\frac{\rho_F U_F D_F}{\mu_F} \right)^{0,8} \left(\frac{Cp_F \mu_F}{k_F} \right)^{0,3} \quad F = LS, LB, GB \quad (A.13)$$

onde Shoham (2006) propõe $a_{LS} = 0,03$ e $a_{LB} = 0,037$.

Por outro lado, Lima sugere utilizar a correlação de Gnielinski (1976) na expressão (2.24), a qual é utilizada na validação deste trabalho.

A.3 Outras correlações

O cálculo do coeficiente de transferência de calor bifásico tem sido estudado por muitos autores. Kim (2002) fez uma recompilação das principais correlações encontradas na literatura, a qual é reportada a seguir:

Tabela A. 2 – Recompilação de correlações para o cálculo do h_{TP} (Kim, 2002)

Autor	Correlação	
Agour (1978)	<p style="text-align: center;">Laminar</p> $h_{TP} = h_L (1 - R_G)^{-1/3}$ $Nu_L = 1,615 \left(Re_{jL} Pr_L \frac{D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,14}$	<p style="text-align: center;">Turbulento</p> $h_{TP} = h_L (1 - R_G)^{-0,83}$ $Nu_L = 0,0155 Re_{jL}^{0,83} Pr_L^{0,5} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,33}$
Chu & Jones (1980)	$\frac{h_{TP} D}{k_L} = 0,43 Re_{TP}^{0,83} Pr_L^{0,5} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,14} \left(\frac{P_{atm}}{P} \right)^{0,17}$	
Davis & David (1964)	$\frac{h_{TP} D}{k_L} = 0,060 \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{0,28} \left(\frac{D(\dot{m}_L + \dot{m}_G) X}{A \mu_L} \right)^{0,87} Pr_L^{0,4}$	
Dorresteiijn (1970)	<p style="text-align: center;">Laminar</p> $h_{TP} = h_L (1 - R_G)^{-1/3}$ $Nu_L = 0,0123 Re_{jL}^{0,9} Pr_L^{0,33} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,14}$	<p style="text-align: center;">Turbulento</p> $h_{TP} = h_L (1 - R_G)^{-0,8}$ $Nu_L = 0,0123 Re_{jL}^{0,9} Pr_L^{0,33} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,14}$

Dusseau (1968)	$\frac{h_{TP}D}{k_L} = 0,029 \text{Re}_{TP}^{0,87} \text{Pr}_L^{0,4}$	
Elamvaluthi & Srinivas (1984)	$\frac{h_{TP}D}{k_L} = 0,5 \left(\frac{\mu_G}{\mu_L} \right)^{1/4} \text{Re}_{TP}^{0,7} \text{Pr}_L^{1/3} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,14}$	
Groosthuis & Hendal (1959)	Para ar-água $\frac{h_{TP}D}{k_L} = 0,029 \text{Re}_{TP}^{0,87} \text{Pr}_L^{1/3} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,14}$	Para ar-óleo $\frac{h_{TP}D}{k_L} = 2,6 \text{Re}_{TP}^{0,39} \text{Pr}_L^{1/3} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,14}$
Hughmark (1965)	$\frac{h_{TP}D}{k_L} = 1,75 R_L^{-1/2} \left(\frac{\dot{m}_L C_L}{R_L k_L L} \right) \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,14}$	
Khooze et al. (1976)	$\frac{h_{TP}D}{k_L} = 0,26 \text{Re}_{jG}^{0,2} \text{Re}_{jL}^{0,55} \text{Pr}_L^{0,4}$	
King (1952)	$\frac{h_{TP}}{h_L} = \frac{R_L^{-0,52}}{1 + 0,025 \text{Re}_{jG}^{0,5} \left[\left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_{TP} / \left(\frac{\Delta P}{\Delta L} \right)_L \right]^{0,32}}$ $\text{Nu}_L = 0,023 \text{Re}_{jL}^{0,8} \text{Pr}_L^{0,4}$	
Knott et al. (1959)	$h_{TP} = h_L \left(1 + \frac{j_G}{j_L} \right)^{1/3}$	$h_L \text{ de Sieder \& Tate (1936)}$
Kudirka et al. (1965)	$\frac{h_{TP}D}{k_L} = 125 \left(\frac{j_G}{j_L} \right)^{1/8} \left(\frac{\mu_G}{\mu_L} \right)^{0,6} \text{Re}_{jL}^{1/4} \text{Pr}_L^{1/3} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,14}$	
Martin & Sims(1971)	$h_{TP} = h_L \left(1 + 0,64 \sqrt{\frac{j_G}{j_L}} \right)$	$h_L \text{ de Sieder \& Tate (1936)}$
Oliver & Wright (1964)	$\frac{h_{TP}D}{k_L} = \text{Nu}_L \left(\frac{1,2}{R_L^{0,36}} - \frac{0,2}{R_L} \right)$	$\text{Nu}_L = 1,615 \left[\frac{J \rho_m D^2}{\mu_m L} \text{Pr}_L \right]^{1/3} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,14}$
Ravipudi & Godbold (1978)	$\frac{h_{TP}D}{k_L} = 0,56 \left(\frac{j_G}{j_L} \right)^{0,3} \left(\frac{\mu_G}{\mu_L} \right)^{0,2} \text{Re}_{jL}^{0,6} \text{Pr}_L^{1/3} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,14}$	
Serizawa et al. (1975)	$h_{TP} = h_L \left(1 + 462 X_{TT}^{-1,27} \right)$	$h_L \text{ de Sieder \& Tate (1936)}$

<p>Ueda & Hanaoka (1967)</p>	$\frac{h_{TP}D}{k_L} = 0,075 \text{Re}_J^{0,6} \frac{\text{Pr}_L}{1 + 0,035(\text{Pr}_L - 1)}$	
<p>Vijay <i>et al.</i> (1982)</p>	<p style="text-align: center;">Laminar</p> $h_{TP} = h_L (\Delta P_{TPF} / \Delta P_L)^{0,451}$ $\frac{h_L D}{k_L} = 1,615 \left(\text{Re}_{jL} \text{Pr}_L \frac{D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,14}$	<p style="text-align: center;">Turbulento</p> $h_{TP} = h_L (\Delta P_{TPF} / \Delta P_L)^{0,451}$ $\frac{h_L D}{k_L} = 0,0155 \text{Re}_{jL}^{0,83} \text{Pr}_L^{0,5} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,33}$
<p>Sieder & Tate (1936) Monofásico</p>	<p style="text-align: center;">Laminar</p> $\frac{h_L D}{k_L} = 1,86 \left(\text{Re}_{jL} \text{Pr}_L \frac{D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,14}$	<p style="text-align: center;">Turbulento</p> $\frac{h_L D}{k_L} = 0,027 \text{Re}_{jL}^{4/5} \text{Pr}_L^{1/3} \left(\frac{\mu_L}{\mu_{wL}} \right)^{0,14}$

APÊNDICE B – DETALHES DOS RESULTADOS

B.1 Dados de entrada para Lima (2009)

Nesta seção, são apresentados os dados de entrada para o modelo de célula unitária utilizados para as simulações com dados de Lima (2009)

	j_L [m/s]	j_G [m/s]	P_{saida} [kPa]	T_{en} [K]	h_0 [W/m ² K]	T_0 [K]	q'' [W/m ²]
1	0,636	0,465	135,7	318,0	1525	287,25	18635
2	0,721	0,559	142,6	316,3	1925	288,05	19465
3	0,916	0,496	151,7	315,6	1945	288,10	22466
4	1,049	0,452	157,0	314,9	1624	286,35	20394
5	1,053	0,426	157,3	315,0	1910	286,05	24722
6	0,978	0,680	160,0	315,3	1911	286,55	21170
7	0,674	0,790	113,2	317,2	1942	287,50	18488
8	0,774	0,387	140,7	316,3	1922	286,80	18461
9	0,660	0,374	134,6	316,9	1923	287,65	18293
10	0,698	0,220	133,4	316,6	1923	287,60	18711
11	0,579	0,795	137,1	318,7	2312	286,35	24430
12	0,973	0,680	160,0	315,1	2415	286,50	26158
13	0,981	0,647	160,1	312,6	2145	286,15	20594
14	1,024	0,500	157,6	312,8	2110	286,80	21932
15	1,076	0,321	155,0	312,2	1853	286,60	19850
16	1,114	0,216	153,4	312,4	1884	287,30	19702
17	1,232	0,370	167,7	311,2	2620	284,10	28746
18	1,232	0,370	166,9	310,8	2414	285,60	25629
19	1,170	0,558	169,5	310,1	2279	284,45	24617
20	1,123	0,721	171,7	310,1	2279	284,30	22933
21	1,241	0,686	180,0	309,6	2378	285,60	24481
22	1,307	0,462	177,9	309,2	2396	285,60	24633
23	1,380	0,284	174,6	312,5	2212	284,85	27413
24	1,378	0,283	173,7	307,7	2463	284,85	24298
25	1,255	0,297	165,8	309,6	2458	283,75	25082

B.2 Dados obtidos do modelo de célula unitária

Com os dados da tabela anterior, foram geradas as células unitárias que servem como condição de entrada do modelo slug tracking. Essas células são mostradas a seguir.

	<i>freq</i> [1/s]	<i>L_B</i> [m]	<i>L_S</i> [m]	<i>R_{GB}</i>	<i>R_{LS}</i>
1	0,67	1,93	0,66	0,378	0,994
2	0,72	2,07	0,64	0,392	0,986
3	1,00	1,39	0,71	0,368	0,981
4	1,20	1,09	0,74	0,352	0,977
5	1,22	1,03	0,76	0,347	0,978
6	0,94	1,87	0,68	0,401	0,970
7	0,58	3,27	0,49	0,438	0,978
8	0,92	1,25	0,71	0,352	0,992
9	0,76	1,14	0,72	0,356	0,998
10	1,10	0,63	0,72	0,314	0,990
11	0,49	3,70	0,44	0,441	0,983
12	0,93	1,83	0,71	0,398	0,971
13	0,96	1,71	0,72	0,392	0,972
14	1,13	1,21	0,75	0,360	0,976
15	1,43	0,68	0,76	0,318	0,982
16	1,72	0,42	0,74	0,288	0,985
17	1,55	0,70	0,78	0,322	0,973
18	1,55	0,70	0,78	0,322	0,973
19	1,24	1,20	0,78	0,366	0,968
20	1,07	1,67	0,75	0,398	0,963
21	1,20	1,44	0,80	0,388	0,959
22	1,49	0,87	0,81	0,341	0,966
23	1,90	0,46	0,79	0,294	0,970
24	1,92	0,45	0,78	0,293	0,970
25	1,72	0,53	0,77	0,303	0,975

B.3 Coeficientes de transferência de calor bifásicos obtidos

	h_{TP} Lima (2009)	h_{TP} Presente Trabalho	h_{TP} K&G (2006)	h_{TP} Shah (1981)	h_{TP} Camargo (1991)
1	3788	3030	3314	3696	3663
2	3991	3450	3582	4062	4047
3	4905	4341	4526	4734	5098
4	4754	4861	5156	5158	5803
5	5728	4950	5200	5148	5838
6	4564	4446	4634	5087	5362
7	3595	3156	3223	4058	3780
8	3494	3714	3988	4116	4902
9	3537	3380	3463	3675	4266
10	3700	3612	3817	3678	4404
11	4969	3563	2783	3698	3285
12	6459	4503	4588	5050	5320
13	4706	4565	4560	4966	5279
14	6132	4636	4889	5015	5555
15	4194	5128	5282	5031	6348
16	4455	5527	5558	5078	6508
17	7778	5737	5833	5548	7123
18	6479	5725	5816	5535	7106
19	7103	5160	5332	5447	6175
20	6738	5063	4989	5408	5896
21	8492	5637	5501	5759	6487
22	8323	5875	5952	5791	6868
23	7593	6461	6645	6036	7749
24	7366	6560	6329	5795	7614
25	6964	5860	5911	5490	7105

ANEXO A – MODELO ESTACIONÁRIO PARA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NO ESCOAMENTO EM GOLFADAS

O escoamento em golfadas pode ser modelado como estacionário se são utilizados valores médios no tempo. Assim, assume-se um escoamento periódico, o qual representa fisicamente que uma célula unitária é repetida ao longo do espaço e do tempo. Os modelos estacionários fornecem uma boa aproximação para valores médios (Taitel e Barnea, 1990, Dukler e Hubbard, 1975 entre outros), mas ignoram efeitos transitórios como a coalescência.

No caso da transferência de calor, é desenvolvido um modelo estacionário de simulação de temperaturas a partir de balanço de energia nas regiões da célula unitária. O balanço de energia está baseado na primeira lei da termodinâmica aplicado a um volume de controle infinitesimal da célula unitária em regime estacionário.

$$\int_{\forall c} \rho V e dA = \dot{Q} - \dot{W} \quad (\text{AA.1})$$

A fim de obter um modelo com solução analítica, são aplicadas algumas hipóteses simplificadoras:

- Pressão constante ao longo da bolha alongada.
- Dissipação viscosa desprezível.
- Estado dos fluidos está afastado da região de saturação.
- Líquido incompressível e gás ideal.
- O termo de trabalho deve-se ao trabalho necessário para deslocar o volume de controle.
- Bolhas quadradas.

Como é um modelo unidimensional, a fonte de calor é o calor fornecido nas fronteiras laterais do volume de controle. Assim, o calor pode ser expresso pela lei de resfriamento de Newton. Além disso, a energia total do escoamento está composta pela energia interna a energia cinética e a energia potencial. A variação

da energia cinética é desprezível em relação à energia interna considerando a ordem de grandeza das velocidades no escoamento em golfadas. Como o escoamento é horizontal, a energia potencial é igual a zero se o sistema de referência encontra-se no mesmo nível do duto.

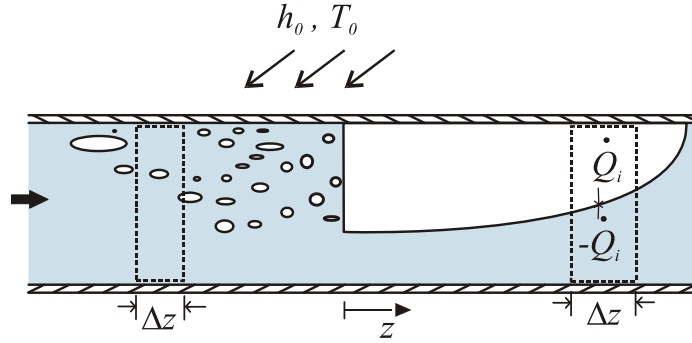


Figura AA. 1. Volumes de controle para o modelo estacionário.

Aplicando o balanço de massa estacionário aos volumes de controle infinitesimais na Figura AA. 1, é obtida a seguinte expressão:

$$\rho U \left(\hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right) A \Big|_{z+\frac{\Delta z}{2}} - \rho U \left(\hat{u} + \frac{U^2}{2} + gz \right) A \Big|_{z-\frac{\Delta z}{2}} = hS\Delta z(T_0 - T) - \left(UPA \Big|_{z+\frac{\Delta z}{2}} - UPA \Big|_{z-\frac{\Delta z}{2}} \right) \quad (\text{AA.2})$$

O termo da esquerda somado com o último termo da direita resulta em entalpia específica. Dividindo por Δz e fazendo $\Delta z \rightarrow 0$, é obtido:

$$\rho AU \frac{di}{dz} = hS(T_0 - T) \quad (\text{AA.3})$$

A entalpia específica pode ser expressa em função das expressões apresentadas na revisão bibliográfica para líquido incompressível e gás ideal. Aplicando a Eq. (AA.3) às regiões da célula unitária, o pistão, o filme líquido e a bolha alongada, obtém-se:

$$\rho_L C_L A R_{LS} U_{LS} \frac{dT_{LS(z)}}{dz} = h_{LS}^G S_{LS} (T_0 - T_{LS(z)}) \quad (\text{AA.4})$$

$$\rho_L C_L A R_{LB} U_{LB} \frac{dT_{LB(z)}}{dz} = h_{LB}^G S_{LB} (T_0 - T_{LB(z)}) + h_i S_i (T_{GB(z)} - T_{LB(z)}) \quad (\text{AA.5})$$

$$\rho_G C p_G A R_{GB} U_{GB} \frac{dT_{GB(z)}}{dz} = h_{GB}^G S_{GB} (T_0 - T_{GB(z)}) - h_i S_i (T_{GB(z)} - T_{LB(z)}) \quad (\text{AA.6})$$

Nota-se que para o caso do pistão, a fonte de calor é devido à troca térmica na parede. No caso do filme e da bolha existe um calor adicional trocado na região da interface. Essa troca de calor é causada pela diferença de temperaturas entre os fluidos.

Para dar solução às Eqs. (AA.4), (AA.5) e (AA.6) é necessário definir algumas condições de contorno. O sistema de referência z é colocado em zero na interface pistão e filme. Assim, a coordenada para o pistão é negativa e para o filme é positiva, como observado na Figura AA. 1. A temperatura nessa interface deve ser conhecida e é assumida igual à temperatura da mistura T_m .

- Pistão líquido: $-L_S \leq z \leq 0 \rightarrow T_{LS}(z=0) = T_m$
- Filme líquido: $0 \leq z \leq L_B \rightarrow T_{LB}(z=0) = T_m$
- Bolha alongada: $0 \leq z \leq L_B \rightarrow T_{GB}(z=0) = T_m$

A solução da Eq. (AA.4) é facilmente obtida por integração direta. Por outro lado, as Eqs. (AA.5) e (AA.6) constituem um sistema de equações diferenciais e sua solução é obtida através de análise matemática. Assim, finalmente são obtidas as seguintes expressões para a distribuição de temperaturas:

$$T_{LS(z)} = T_0 - (T_0 - T_m) \exp\left[\frac{h_{LS}^G S_{LS}}{\rho_L C_L A R_{LS} U_{LS}} z\right] \quad (\text{AA.7})$$

$$T_{LB(z)} = \varphi_{F1} \exp(r_1 z) + \varphi_{F2} \exp(r_2 z) + \varphi_{F3} \quad (\text{AA.8})$$

$$T_{GB(x)} = \varphi_{B1} \exp(r_1 z) + \varphi_{B2} \exp(r_2 z) + \varphi_{B3} \quad (\text{AA.9})$$

Onde as constantes são dadas por: $r_1 = -[a_1 + b_2 - ((a_1 + b_2)^2 - 4(a_1 b_2 - a_2 b_1))^{0.5}]/2$,

$r_2 = -[a_1 + b_2 + ((a_1 + b_2)^2 - 4(a_1 b_2 - a_2 b_1))^{0.5}]/2$, $\varphi_{B3} = (c_1 a_2 + c_2 a_1)/(a_1 b_2 - a_2 b_1)$,

$\varphi_{B1} = T - (a_2 T - (r_1 + b_2)(T - \varphi_{B3}) + c_2 - b_2 \varphi_{B3})/(r_2 - r_1) - \varphi_{B3}$,

Erro! Não é possível criar objetos a partir de códigos de campo de edição.,

$\varphi_{F1} = (\varphi_{B1} r_1 + b_2 \varphi_{B1})/a_2$, $\varphi_{F2} = (\varphi_{B2} r_2 + b_2 \varphi_{B2})/a_2$, $\varphi_{F3} = (b_2 \varphi_{B3} - c_2)/a_2$.

As soluções analíticas apresentadas permitem conhecer o perfil de temperaturas dentro de uma célula unitária. Para propagar esses resultados ao longo da tubulação, precisa-se outra metodologia, a qual será apresentada a seguir:

Define-se um gradiente de temperaturas linear para a temperatura da mistura:

$$\lambda_m^T = \frac{dT_m}{dz} = \frac{T_{LB}|_{z=L_B} - T_{LS}|_{z=-L_S}}{L_B + L_S} \quad (\text{AA.10})$$

Assim, a temperatura da mistura em qualquer ponto da tubulação pode ser conhecida através da seguinte expressão levando em conta que a temperatura da entrada da tubulação é conhecida:

$$T_{m(z)} = T_{m(z=0)} + \lambda_m^T z \quad (\text{AA.11})$$

Pode-se observar que para aplicar o modelo estacionário, é necessário conhecer todos os parâmetros hidrodinâmicos. Caso não sejam conhecidos os parâmetros L_B , L_S , R_{LS} , R_{GB} e as velocidades, pode-se utilizar o modelo de célula unitária apresentado no capítulo 5.

A seguir são apresentados alguns resultados de simulações realizadas com o modelo estacionário. As simulações são realizadas com os dados experimentais de Lima (2009) com as especificações apresentadas no capítulo 6.

Na Figura AA. 2 observa-se os resultados para $j_L = 1,38$ m/s e $j_G = 0,25$ m/s onde os parâmetros hidrodinâmicos são conhecidos. Na Figura AA. 3, observa-se os resultados para todos os experimentos de Lima (2009) comparados com o modelo estacionário. Como dados hidrodinâmicos de entrada, foram utilizados os parâmetros calculados pelo modelo de célula unitária apresentados no capítulo 5.

Os resultados mostram uma boa concordância com os dados experimentais para a estimativa das temperaturas e para o coeficiente de transferência de calor bifásico. Porém, nota-se que os resultados do modelo de seguimento de pistões (Figura 6-5) têm uma melhor aproximação devido a que considera os efeitos transitórios do escoamento em golfadas.

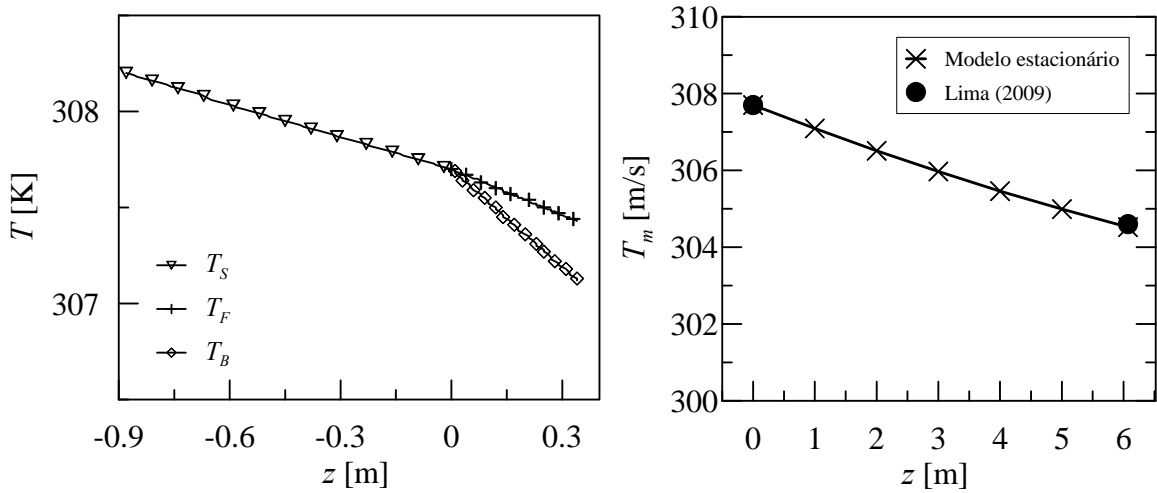


Figura AA. 2. (a) Perfil de temperaturas de uma célula unitária. (b) Temperatura da mistura ao longo do duto.

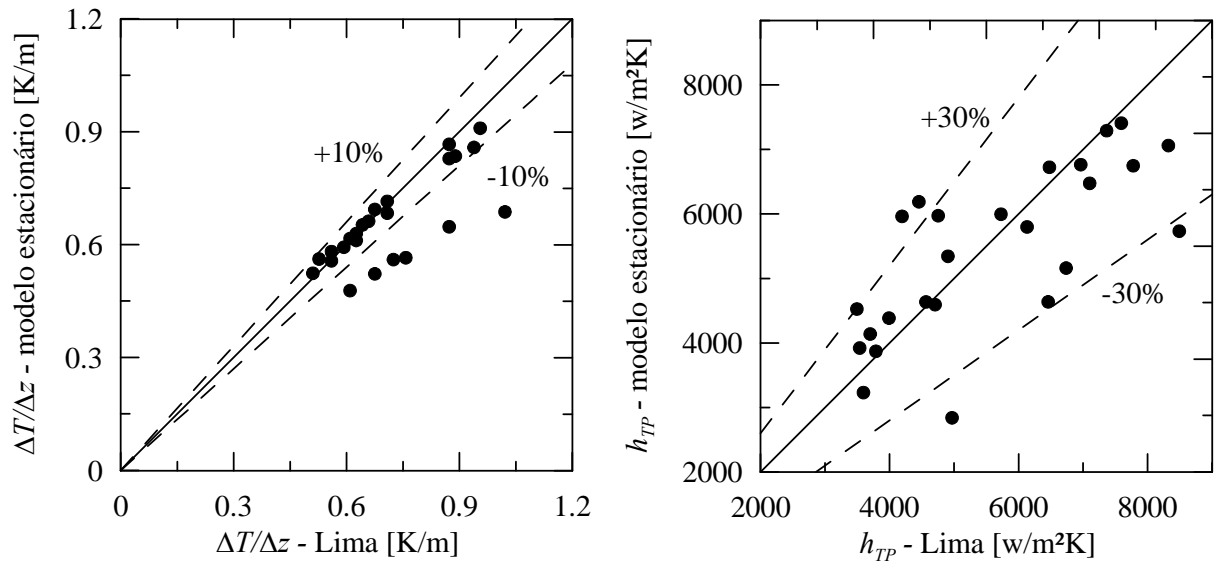


Figura AA. 3. Comparação do modelo estacionário com os resultados experimentais de Lima (2009).