


**APLICAÇÕES DE MODELOS HIDRODINÂMICOS UNIDIMENSIONAIS DE
PROPAGAÇÃO DE ONDAS DE CHEIA E DE RUPTURA DE BARRAGEM**

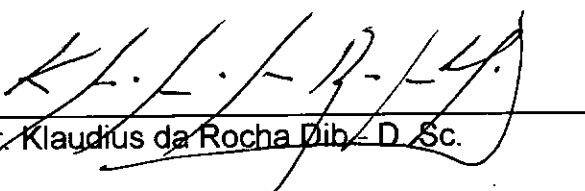
ENRIQUE EDUARDO LIZARDO HUARINGA AGUIRRE

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS
(M. Sc.) EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:


Prof. Flávio Cesar Borba Mascarenhas - D. Sc.
(Presidente)


Prof. Rui Carlos Vieira da Silva - D. Sc.


Dr. Klaudius da Rocha Dib - D. Sc.

**RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
AGOSTO DE 1997**

Aguirre, Enrique Eduardo Lizardo Huaringa

Aplicações de Modelos Hidrodinâmicos Unidimensionais de Propagação de Ondas de Cheia e de Ruptura de Barragem [Rio de Janeiro] 1997

XI, 125. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc, Engenharia Civil 1997)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Propagação de Ondas de cheia e de Ruptura de Barragem
2. Modelos Hidrodinâmicos Unidimensionais
3. Método Implícito de Diferenças Finitas

I. COPPE/UFRJ

II. Título (série)

**Aos meus pais:
Mesias e Julia
e
a meus irmãos:
Milagros e Mario**

AGRADECIMENTOS

A Deus em quem acredito e confio plenamente.

Ao Professor Orientador Flávio Cesar Borba Mascarenhas, pela sugestão do tema, orientação, dedicação, ajuda e apoio permanente, indispensável para a conclusão deste trabalho.

Ao Professor José Paulo Soares de Azevedo, que permitiu meu ingresso ao Curso de Mestrado em Recursos Hídricos.

Ao Professor Otto por seu apoio e colaboração.

Aos professores de Recursos Hídricos, pelos ensinamentos transmitidos durante o curso.

Ao Dr. Engenheiro Klaudius da Rocha Dib pelo fornecimento gentil do programa FLOOD e dados utilizados neste trabalho.

Aos meus colegas brasileiros de Mestrado e Doutorado pela cooperação e companheirismo, à Cynara, Martha, Jacqueline, Marcelo Miguez, Elson, Durval, Antônio Humberto, André, João, Damião, Glória, Marissa, Júlio, Cristina, Otávio, Jonatan e Fátima.

Aos meus colegas peruanos de Mestrado e Doutorado pela cooperação e companheirismo, à Julio, Franklin, Bernardino, Rigoberto, Liliana, Wilma, Jaime, Angelo, Guillermo, Rosa Mercedes e Luis Cherre.

A CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo da tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc)

APLICAÇÕES DE MODELOS HIDRODINÂMICOS UNIDIMENSIONAIS DE PROPAGAÇÃO DE ONDAS DE CHEIA E DE RUPTURA DE BARRAGEM

Enrique Eduardo Lizardo Huaranga Aguirre

Agosto/1997

Orientador: Prof. Flávio Cesar Borba Mascarenhas

Programa: Engenharia Civil

Modelos Numéricos para a solução das equações de Saint-Venant no cálculo da propagação das ondas de enchentes em rios têm sido largamente empregados na Engenharia de Recursos Hídricos. Recentemente tais modelos foram adaptados, sob diversas formas, para a simulação matemática de ondas provocadas pela ruptura de barragens. Em ambas as situações, diferentes variáveis dependentes do escoamento podem ser escolhidas para terem seus valores calculados na modelação computacional. Aparentemente, essa escolha parece estar ligada à experiência pessoal de engenheiros e pesquisadores, já que pelo menos no caso das cheias naturais não se observam mudanças sensíveis nos comportamentos dos modelos para diferentes pares de variáveis dependentes adotadas, desde que formas já consagradas pelo seu uso para as equações de Saint-Venant sejam o ponto de partida nas modelações.

Neste trabalho são empregados dois modelos computacionais, baseados na solução implícita em diferenças finitas das equações que descrevem o movimento transiente e variado das ondas de cheia em rios. Ambos os modelos utilizam a vazão e a cota da superfície livre como variáveis dependentes, porém o algoritmo para a resolução dos sistemas de equações discretas é diferente em cada modelo.

Aspectos relacionados com os termos das equações adotadas, bem como a forma pela qual as condições de contorno são introduzidas nos modelos são discutidos, tanto para ondas de cheia naturais como para ondas provocadas por ruptura de barragem.

Os resultados apresentados mostram que, dependendo do comportamento não linear das equações adotadas, o uso da curva-chave como condição de contorno de jusante pode impedir a convergência do modelo numérico associado. Em tal situação o artifício do domínio virtual estendido pode constituir-se em uma alternativa razoável para a obtenção de soluções satisfatórias, desde que os transientes a serem simulados não sejam excessivamente abruptos.

As aplicações dos modelos são efetuadas para cheias naturais nos rios Paraná e Uruguai, e para as ondas provocadas pela ruptura hipotética de barragem de Serra de Mesa, em fase final de construção no rio Tocantins

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

**APLICACIONES OF ONE-DIMENSIONAL HYDRODINAMIC MODELS TO FLOOD
ROUTING AND DAM-BREAK WAVES**

Enrique Eduardo Lizardo Huaranga Aguirre

Agosto/1997

Supervisor: Prof. Flávio Cesar Borba Mascarenhas

Department: Civil Engineering

Numerical models for the solution of Saint-Venant equations in river flood routing have been widely employed in water resources engineering. Recently such models were adapted, under several ways, for the mathematical simulation of waves generated by dam failure. In both situations different dependent variables of the flow can be chosen to have their values computed in the computational modeling.

In a first sight this choice seems to be related to personal preference of researchers and engineers, since that at least in the case of natural floods one can not detect remarkable changes in the models behavior for different couples of employed dependent variables, assuming that sanctioned well used types of the Saint-Venant equations are the starting point in the modelings.

In this work two computational models are used, both of them based on the implicit finite difference solution of the equations that describe the unsteady and varied flood waves movement in rivers. In both models the water discharge and water surface elevation are used as dependent variables but the solution algorithm for the discrete equations is different in each model.

Features related to the employed equations terms, as well the way the boundary conditions are introduced into the models are discussed, either for natural flood waves and dam-break waves. The presented results show that, depending on non-linear properties of the employed equations, the use of a rating curve as downstream boundary condition may disable the convergence of the associated computational model. In such situations the artifice of the extended virtual domain can constitute a reasonable alternative for obtaining satisfactory solutions, since the transients to be simulated are not excessively steep.

The models applications are made for natural floods in Parana and Uruguai rivers and for the waves generated by the hypothetical failure of Serra da Mesa dam which is presently in final stage of construction, in the Tocantins river.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - Conceitos referentes a Propagação de Cheias.....	1
1.2 - Conceitos referentes a Ondas de Ruptura da Barragem.....	2
1.3 - Objetivos do Trabalho.....	5
CAPITULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.2 Principais Trabalhos sobre cheias naturais.....	6
2.3 Principais trabalhos sobre cheias de Ruptura da Barragem.....	9
CAPÍTULO 3 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS	13
3.1 Introdução.....	13
3.2 Hipóteses Básicas.....	14
3.3 Equações Fundamentais.....	15
3.4 Seleção das variáveis dependentes.....	19
3.4.1 Vazão e Profundidade.....	21
3.4.2 Vazão e Cota.....	21
3.4.3 Velocidade e Profundidade Média.....	22
3.4.4 Velocidade Média e Cota.....	23
3.5 Métodos Numéricos de Resolução das Equações de Saint-Venant.....	24
CAPITULO 4 - MÉTODO IMPLÍCITO DE DIFERENÇAS FINITAS (MALHA FIXA)	26
4.1 Introdução.....	26
4.2 Discretização das Equações de Saint-Venant: Esquema Geral com dupla ponderação ψ e θ	27
4.3 Resolução dos Sistemas Discretizados pelo Método Generalizado de Newton-Raphson.....	35

da Barragem Construída.	104
6.6.6 Ruptura Hipotética com Altura Total Construída.....	110
6.6.7 Comentários Finais.....	115
CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	117
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	119

4.4 Resolução dos Sistemas Discretizados por Linearização com o uso de incrementos.....	37
4.5 Fases de Calibração e de Validação / Previsão: Condições de Contorno e Matrizes.....	45
4.5.1 Método Generalizado de Newton-Raphson. Fase de Calibração.....	47
4.5.2 Método Generalizado de Newton-Raphson. Fase de Validação/Previsão.....	50
4.6 Influência das Condições de Contorno a Montante.....	54
4.7 Influência das Condições de Contorno a Jusante.....	55
CAPÍTULO 5 - O USO DE DOMÍNIO VIRTUAL ESTENDIDO.....	58
5.1 Introdução.....	58
5.2 O Método das Características.....	58
5.3 Região Perturbada e Não Perturbada de Escoamentos. Domínio Virtual Estendido.....	65
CAPITULO 6 - MODELOS ADOTADOS, CASOS DE APLICAÇÕES E RESULTADOS	68
6.1 Introdução.....	68
6.2 Modelo PROPAG.....	68
6.3 Modelo FLOOD.....	72
6.4 Aplicação ao rio Paraná.....	74
6.5 Aplicação ao rio Uruguai.....	76
6.5.1 Calibração da Onda de Cheia e Teste do Modelo FLOOD....	76
6.5.2 Validação/Previsão no Modelo PROPAG.....	80
6.6 Aplicação ao rio Tocantins.Onda de Ruptura da Barragem.....	87
6.6.1 Introdução	87
6.6.2 Metodologias para a Composição dos Hidrogramas de Ruptura	89
6.6.3 Ruptura Hipotética na Primeira Etapa de Construção	93
6.6.4 Ruptura Hipotética na Segunda Etapa de Construção	98
6.6.5 Ruptura Hipotética Etapa de Construção com 80 m de Altura	

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - Conceitos referentes a Propagação de Cheias

Uma das linhas de pesquisa com grande aplicação prática em Hidráulica Fluvial e de Canais é a associada ao cálculo de propagação de ondas de cheia ("Flood Routing"). Historicamente, os estudos que podem ser considerados pioneiros em relação à propagação de enchentes devem-se aos matemáticos franceses Laplace e Lagrange, que analisaram determinadas propriedades das ondas líquidas em geral.

Posteriormente o estudo foi aprimorado por Barré de Saint-Venant, que formulou o conjunto de equações diferenciais parciais que governam o movimento transiente gradualmente variado em rios e canais. As equações de Saint-Venant, na maioria dos casos, não admitem soluções analíticas, a menos que sejam efetuadas diversas simplificações, o que por vezes pode descaracterizar o processo físico real.

As equações de Saint-Venant, que encontram aplicação em um número considerável de problemas no âmbito da Engenharia Civil, descrevem, a partir da abordagem unidimensional de análise, o movimento não permanente de um fluido incompressível, sujeito apenas ao campo gravitacional terrestre. Essa situação acha-se presente no escoamento variável no tempo e no espaço (não permanente e variado), em canais e cursos de água naturais, com direção bem definida e preponderante de fluxo.

As equações de Saint-Venant, que exprimem os princípios físicos da conservação de massa e de quantidade de movimento, podem ser escritas adotando-se, por exemplo, como variáveis dependentes a vazão (Q) e a cota (Y) da superfície livre, desprezando-se a ação do vento, e incluindo ou não a planície de inundação, a contribuição lateral de vazão unitária, a quantidade de movimento dos fluxos laterais e podendo englobar perdas contínuas e localizadas.

O cálculo da propagação de enchentes consiste essencialmente em acompanhar o movimento da onda associada ao longo de um ou mais trechos do rio, determinando valores de descargas líquidas e tirantes de água, no tempo e no

espaço. O conhecimento de tais valores tem grande importância para a construção de obras de proteção tais como diques, etc.

Matematicamente, o movimento das ondas de enchente pode ser representado pelas equações de Saint-Venant, que compõem um sistema a derivadas parciais, do tipo hiperbólico caracterizando assim um modelo matemático que traduz o comportamento físico do fenômeno. Como já frisado, essas equações não admitem solução analítica exata, sendo atualmente comum o emprego de métodos numéricos para a obtenção de soluções aproximadas.

Como cada método aproximado de solução conduz a um determinado tipo de modelo, surgem dificuldades adicionais relacionadas com os valores dos parâmetros do modelo, cujo conhecimento é fundamental para que sejam reproduzidos os resultados do sistema físico que se deseja simular.

A equação da continuidade, representa a conservação de massa em um volume de controle do canal. A outra, a equação da quantidade de movimento ou dinâmica, baseada na segunda lei de Newton do movimento, representa a influência de forças externas sobre o escoamento e os consequentes termos locais, advectivos, de pressão e de perda de carga do mesmo.

O problema clássico que requer a solução destas equações é o movimento de onda de cheia ao longo de canais, naturais ou artificiais, e reservatórios. A importância destes estudos na Engenharia de Recursos Hídricos se faz sentir na previsão e nos projetos de obras de controle de enchentes.

1.2 - Conceitos referentes a Ondas de Ruptura da Barragem

Um dos fenômenos muito estudados na área de Engenharia Hidráulica nos últimos trinta anos é conhecido como onda de ruptura de barragens. Dentro dessa área de estudo concentram-se não só as catástrofes, como o próprio nome sugere, mas também a rápida abertura de comportas em vertedouros de usinas hidrelétricas, o que as caracterizam como ondas de cheia não naturais. Ambos os fatos geram em geral uma onda abrupta no leito do rio (ou canal) a jusante com grandes alturas e velocidades de deslocamento, e muitas vezes com frentes de onda que comportam-se como ressaltos hidráulicos móveis (Mascarenhas, 1990).

A ruptura de uma barragem pode ocorrer, na maioria das vezes, em uma velocidade muito alta (ou seja, em escala de tempo reduzida), sendo por muitos autores assumida como instantânea, o que pode simplificar a abordagem matemática e, em geral, maximizar os efeitos danosos. As barragens de concreto rompem-se quase instantaneamente enquanto nas de terra a ruptura pode ser menos rápida ou mais gradual. O estudo da onda gerada pela ruptura de uma barragem busca, dentre outros fatores, obter as cotas de inundação e os tempos decorridos entre a ruptura e a chegada dos picos dos valores máximos associados à onda.

Nesta dissertação a modelação de ondas de ruptura corresponde ao enfoque preventivo, procurando avaliar as características da onda de cheia gerada após a ruptura hipotética de uma barragem.

Para a onda de ruptura, uma das abordagens teóricas denominada "Shock Fitting" é do tipo lagrangeana, ou seja, isola-se o choque e analisa-se o seu deslocamento ao longo do tempo. A região próxima ao choque (onda abrupta gerada na ruptura e que caminha para jusante pelo canal) pode ser tratada sob o enfoque euleriano (a análise da variação das propriedades do escoamento é realizada em posições fixas no espaço, mas variáveis em cada intervalo de tempo). Nessa abordagem, após a dissipação do choque, o enfoque transforma-se em euleriano puro, com a análise das variações das propriedades em seções fixas no espaço, para todos os intervalos de tempo.

A outra abordagem é denominada captura de choque ou cálculo continuado ("shock capturing" ou "through computation") e procura, através do uso de intervalos de discretização espacial um pouco superiores ao comprimento do choque e outros mecanismos, enquadrar todo o escoamento sob o ponto de vista euleriano em todos os instantes de tempo. Essa é a abordagem utilizada no presente trabalho.

A onda gerada pela ruptura de uma barragem é uma onda do tipo aproximadamente solitária de grandes magnitudes: celeridade, velocidade e profundidade. O estudo da sua formação e desenvolvimento pode ser realizado através de métodos analíticos (em casos especiais) ou numéricos (em casos reais). A ocorrência de choques em escoamentos de fluidos é descrita matematicamente em Cunge et al (1980), e resulta por analogia com escoamentos supersônicos

compressíveis, nas denominadas equações de Hugoniot-Rankine. A demonstração provém das mesmas leis físicas de conservação que conduzem às equações diferenciais hiperbólicas (as equações de Saint-Venant). Na região do espaço e do tempo onde ocorre o choque, as equações não mais admitem uma solução única. Assim, na região do choque, as hipóteses básicas utilizadas na dedução das equações de Saint-Venant não são mais válidas (principalmente a hipótese de distribuição hidrostática de pressões), e deve-se utilizar outras equações que melhor representem o fenômeno e que façam a conexão entre as soluções descontínuas no espaço, obtidas pelas equações de Saint-Venant aplicadas separadamente a montante e a jusante do choque .

Entretanto, como já frisado, neste trabalho a abordagem adotada é denominada "shock capturing", euleriana onde a discretização espacial é superior ao comprimento do ressalto hidráulico móvel do choque.

Em termos objetivos, o que se questiona é: uma vez ocorrida a ruptura da barragem, com a formação ou não da brecha na estrutura, qual será a evolução do pico da onda em termos de vazão, nível e tempo de viagem em relação a seções transversais de jusante pré-definidas?.

O problema mais simples consiste em seguir, através de cálculo, o curso de uma onda de cheia, à medida em que ela se move ao longo de um certo trecho de rio ou canal. O processo utilizado na solução de tal problema, como já foi dito, é comumente denominado "flood routing" (ou propagação de cheia).

Há basicamente dois enfoques para tratar do problema da frente de onda originada pela ruptura de barragens:

- Método cálculo continuado ou captura de choque.
- Ajuste matemático de onda de choque.

No primeiro enfoque, os métodos procuram criar artifícios numéricos para representar a perda de energia no choque. Podem-se dar sob três formas:

- a) Através da introdução de uma rugosidade artificial.
- b) Através da introdução de uma perda de carga localizada.

c) Utilizando as chamadas “soluções fracas” das equações de Saint - Venant, que são neste caso escritas na denominada “forma conservativa”. Como será visto oportunamente, quando são usadas como variáveis dependentes a vazão e a cota, a forma conservativa apresenta termos de difícil avaliação e discretização.

De modo geral, a propagação de onda de cheia proveniente da ruptura de barragem é um exemplo clássico de escoamento não permanente muito rapidamente variado, com o avanço de uma frente de onda caracterizada sobretudo por um forte gradiente de pressão vertical.

1.3 - Objetivos do Trabalho

Os objetivos principais deste trabalho são os seguintes:

- i) Implementação do Modelo Hidrodinâmico FLOOD em ambiente de microcomputador e teste com aplicação ao rio Paraná, para cheia natural.
- ii) Desenvolvimento do Modelo Hidrodinâmico PROPAG com termos não lineares e aplicação ao rio Uruguai, para cheia natural, Fase de Calibração.
- iii) Aplicação do Modelo PROPAG para a Fase de Previsão no rio Uruguai, no rio Uruguai, com utilização do domínio virtual e condições de contorno constantes na última seção fictícia.
- iv) Aplicação dos Modelos FLOOD e PROPAG para o cálculo da propagação de ondas provocadas pela ruptura hipotética da barragem de Serra da Mesa.

CAPITULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 - Principais trabalhos sobre Cheias Naturais.

Strelkoff (1969), apresenta as equações unidimensionais do escoamento com superfície livre em um canal, para escoamento não permanente, e incompressível, de líquido homogêneo, com fundo fixo, e com seção arbitrária. Mostra claramente que as considerações e restrições usadas para desenvolver as equações de Saint-Venant, que são geralmente utilizadas para calcular o escoamento não permanente em canais, permitem modificações em circunstâncias especiais.

As equações de Saint-Venant possuem algumas vantagens sobre as equações gerais do tipo Navier-Stokes, pois por exemplo podem ser escritas apenas como dependentes de duas variáveis: profundidade e velocidade médias (assumindo que a geometria do canal e descargas laterais são conhecidas). Além disso são desprezados efeitos de viscosidade, que costumam complicar a obtenção das soluções das equações de Navier-Stokes. Essas equações resultam em um sistema que em princípio pode ser resolvido, desde que sejam estabelecidas apropriadas condições iniciais e de contorno.

Mozayeny e Song (1969), utilizam o método das características para resolver as equações de continuidade e de quantidade de movimento em um canal retangular semi-infinito. Os resultados numéricos são examinados cuidadosamente quanto aos efeitos da altura da cheia inicial, taludes do canal e o coeficiente de rugosidade de Manning. A cota e descarga máxima são estabelecidas de modo a serem funções da amplitude da cheia e os pesquisadores concluem que o movimento da onda de cheia é um fenômeno não linear.

Amein e Fang (1970), apresentam a solução numérica das equações do escoamento não permanente em canais naturais utilizando o método implícito de diferenças finitas. Os resultados são obtidos através da solução de sistemas de equações não lineares que requerem um razoável esforço para a elaboração do código computacional, se comparado com aquele exigido nos métodos explícitos. Dois fatores podem ser considerados favoráveis: o método é estável para maiores valores dos passos de tempo do que os impostos por restrições de estabilidade numérica nos esquemas explícitos e os sistemas de equações, apesar de conterem à

primeira vista um grande número de incógnitas, apresentam de fato em cada equação discreta no máximo quatro incógnitas. Devido a estes dois fatores consideram que este método é superior ao método das características e ao explícito.

Silva (1972), apresenta um método implícito para a solução do problema de ondas de cheia em junção de rios com aplicação do modelo de Thomas e do modelo de Stoker no rio Ohio e sua junção com o rio Mississipi.

Amein e Chu (1975), apresentam uma modelagem numérica implícita dos escoamentos não permanentes.

Ponce e Simons (1977), apresentam as características da propagação de vários tipos de ondas de água superficiais em escoamento num canal. Para o caso mais geral, no modelo de onda dinâmica, as características de propagação estão expressas como uma função do número de Froude.

Ponce, Indlekofer e Simons (1978), apresentam um compreensivo tratamento teórico da convergência do modelo numérico implícito de quatro pontos para ondas de água superficiais. O sistema por eles linearizado serve, se não como uma descrição quantitativa, ao menos como uma qualitativa descrição do fenômeno não linear.

Fread e Smith (1978), apresentam uma técnica de calibração para modelos do escoamento não permanente unidimensional, de modo a determinar o valor ótimo de uma função coeficiente de rugosidade versus vazão, em uma extensão de rio limitado por estações de medição. A técnica usa um tipo modificado do algoritmo de Newton-Raphson para aprimorar o valor inicial de modo que a diferença entre valores observados e computados seja minimizada. As cotas computadas são obtidas por uma solução de diferenças finitas unidimensional implícita de quatro pontos das equações do escoamento não permanente.

Huang (1978), apresenta um método de diferenças finitas com abordagem cinemática para o acompanhamento do escoamento através de canais e rios naturais. O método é simples e pode ser facilmente incorporado dentro de um modelo de bacia, embora possa apresentar imprecisões se os efeitos dinâmicos do escoamento forem importantes.

Cirilo (1979), apresenta a solução das equações do escoamento não permanente em canais, utilizando o método implícito de Preissmann aplicado à identificação de parâmetros nas equações de propagação de onda de cheia, e com aplicação ao rio Capibaribe na região Nordeste do Brasil, no estado de Pernambuco.

Mascarenhas (1980), apresenta uma metodologia para a estimativa de parâmetros no cálculo da propagação de enchentes com aplicação ao Rio Uruguai, utilizando o esquema implícito de Preissmann de diferenças finitas.

Jarret (1984), apresenta os cálculos hidráulicos dos escoamentos em canais e áreas com extravazamento dos escoamentos naturais, onde é necessária uma avaliação das características da rugosidade. Mais comumente, o coeficiente de rugosidade de Manning é utilizado para descrever a resistência do escoamento ou rugosidade relativa de um canal, ou áreas com extravazamento.

Dib e Braga (1985), apresentam um estudo de propagação de vazões em rios e reservatórios através de um modelo hidrodinâmico, com aplicação ao rio Paraná, no trecho a jusante da barragem de Itaipu.

Aparicio, Aldama e Espinosa (1988), apresentam um esquema de diferenças finitas implícito com fatoração de segunda ordem no tempo, que não requer iterações para a solução das equações que descrevem o escoamento unidimensional em superfície livre.

Zevallos e Zúñiga (1988), apresentam a solução das equações de Saint-Venant para a modelação matemática da onda de cheia em um rio com a simplificação dos termos de inércia na equação do movimento. Para a solução das equações diferenciais desenvolve-se o respectivo algoritmo de cálculo, utilizando o método das diferenças finitas e o esquema de Preissmann.

Samuels e Skeels (1990), apresentam os limites de estabilidade do esquema de Preissmann. A estabilidade linear do esquema de Preissmann aplicado a um escoamento em canal foi pesquisada utilizando a técnica de análise de Fourier. Os limites de estabilidade indicam que o coeficiente de ponderação no tempo deve ser superior a $1/2$.

Carvalho (1993), apresenta uma maneira alternativa para a obtenção dos dados necessários à aferição ou calibração de um modelo hidrodinâmico, baseado em um esquema de diferenças finitas implícito, com ponderação no espaço e no tempo.

2.2 - Principais trabalhos sobre Cheias de Ruptura da Barragem.

Sakkas e Strelkoff (1976), apresentam um modelo matemático para a simulação de uma onda de cheia depois de uma falha instantânea da barragem e o subsequente esvaziamento do reservatório.

Rajar (1978), apresenta uma simulação matemática do escoamento de ruptura da barragem (Dam-Break). Em muitos países, a determinação dos parâmetros de ondas resultantes do colapso de grandes barragens é regulamentada por leis, com a finalidade de organizar a defesa de habitantes e proteger as estruturas no vale a jusante. Como as obras defensivas em relação a essas ondas não são econômicas e como para alguns casos, por exemplo as barragens de terra, o colapso instantâneo é pouco provável, a pesquisa tem-se, em muitos casos, concentrado no escoamento devido ao colapso gradual e parcial. O pesquisador apresenta o modelo matemático para este escoamento, além de analisar a influência da magnitude e a duração do colapso sobre os parâmetros da onda de ruptura. Vários modelos matemáticos são desenvolvidos para simular este escoamento. Como é impossível prever-se exatamente a extensão e a duração do colapso, muitos deles tratam apenas de ruptura total e instantânea, como o caso mais perigoso.

Rose (1978), apresenta os riscos das falhas catastróficas de grandes barragens, e sugere também que o provável custo das falhas das principais estruturas pode ser incluído no projeto como uma relação do tipo custo -benefício.

Fread (1971, 1973a, 1976b e 1989d); Fread e Harbough (1973), e Fread e Smith (1978), apresentam o modelo DAMBRK, com a última versão publicada em 1988 (Fread, 1988c). Este modelo, o DAMBRK, é o mais difundido a nível mundial para análise de ruptura de barragens com acumulação de água ou detritos, em canais com escoamentos subcríticos ou supercríticos. Sua abordagem é euleriana, ou seja, preocupa-se com as condições em seções pré-definidas, não se importando com o que ocorre na frente de onda de choque.

Zovne e Martin (1979), apresentam os problemas significativos associados com o regime do escoamento transiente supercrítico, podendo ser simulado com adaptações a partir das técnicas desenvolvidas para o escoamento subcrítico.

Chen (1980), apresenta uma verificação em laboratório de um modelo de cheia de ruptura da barragem (Dam-Break). A ocorrência de uma série de rápidas cheias originadas a partir de falhas de barragens concentrou a atenção sobre a necessidade de desenvolver um modelo geralmente aplicável para simular tais fenômenos, através de áreas potencialmente perigosas a jusante de uma barragem. Um modelo numérico foi desenvolvido baseado em um esquema explícito do método das características com intervalos especificados de tempo.

Lou (1981), apresenta um estudo com a finalidade de estabelecer um método racional para a estimativa de um hidrograma de ruptura a partir dos parâmetros hidráulicos e geométricos observados em uma ruptura gradual da barragem de terra.

Amein (1983), apresenta um método para cálculo direto da onda gerada pela ruptura de uma barragem, aplicando-o a um canal horizontal e a um canal com escoamento supercrítico, comparando os resultados com dados obtidos em laboratório.

Katopodes e Schamber (1983), apresentam critérios de aplicabilidade dos modelos de onda de cheia de ruptura da barragem.

Nogueira (1984), procurou estabelecer o mecanismo de erosão do maciço das barragens de terra durante a ruptura, e obter o hidrograma efluente pela brecha.

Hunt (1984), apresenta uma forma de solução do tipo fechada obtida a partir de uma onda de cheia de ruptura da barragem onde o reservatório, a brecha da barragem e todo o canal a jusante possuem diferentes larguras.

Mascarenhas e Vieira da Silva (1987), apresentam resultados através da introdução da perda de carga localizada ao invés da introdução de rugosidade artificial, apesar de ambos os casos enquadrarem-se na abordagem da captura de choque.

Costa (1988), apresenta uma estimativa de onda de cheia proveniente da ruptura hipotética da barragem e sua propagação, com aplicação à barragem do aproveitamento hidrelétrico de Três Marias, situado no rio São Francisco. Foi aplicado o modelo SMPDBK (modelo DAMBRK simplificado), procurando quantificar os danos provenientes da ruptura hipotética da barragem.

Mascarenhas e Vieira da Silva (1988), apresentam uma metodologia de cálculo da propagação de uma onda causada por ruptura instantânea de uma barragem de concreto. Neste caso pode ocorrer uma frente de onda com choque, definindo uma região onde não são válidas as equações de Saint-Venant. Utilizam o esquema explícito de diferenças finitas com pseudo - viscosidade.

Mascarenhas (em seu trabalho isolado e nos trabalhos em co-autoria com Vieira da Silva) apresentou os métodos de solução do problema, utilizando os pontos de vista euleriano e/ou lagrangeano. Os modelos apresentados por Mascarenhas são aplicáveis a canais retangulares ou trapezoidais.

Singh e Scarlatos (1988), apresentam uma análise da falha gradual da barragem de terra. Cinco modelos analíticos são desenvolvidos para a simulação dos processos de falha da barragem. Os modelos são baseados em um balanço de massa aplicado a um esvaziamento de um reservatório.

Miller e Chaudhry (1989), desenvolveram um modelo matemático unidimensional para simular a propagação, em um canal a jusante, de uma onda de cheia produzida por uma falha da barragem simulada. Níveis de água são comparados aos resultados experimentais. A altura e celeridade de uma onda de cheia de ruptura da barragem, são satisfatoriamente obtidas se as equações de Saint-Venant são utilizadas em uma forma conservativa.

Basco (1989), apresenta algumas limitações das equações de Saint-Venant quando aplicadas à ruptura de barragens, e propõe a adoção das equações de Boussinesq, que contêm uma derivada cruzada no espaço e no tempo (derivada segunda neste caso). A onda de cheia resultante a partir de uma liberação abrupta d'água produzida pelo rompimento da barragem é modelada pelas equações de Saint-Venant para um escoamento gradualmente variado, de superfície livre não permanente.

Mascarenhas (1990), apresenta uma modelação matemática de ondas provocadas por ruptura de barragens com aplicação à ruptura hipotética da barragem de Serra da Mesa, em fase final de construção no estado de Goiás, represando um grande volume d'água no rio Tocantins.

Pasinato e Tucci (1992), apresentam uma forma de resolução do problema da onda de ruptura e a aplicaram a canais retangulares com rugosidade, declividade e largura constantes.

Chao Wu, Guang e Wu (1993), apresentam um modelo de propagação de cheias de ruptura da barragem para canais de seção transversal arbitrária.

Fabiani (1995), apresenta uma contribuição ao estudo das ondas geradas pela ruptura de barragens com aplicação a um caso experimental de laboratório.

CAPÍTULO 3 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 - Introdução

Em termos matemáticos, as equações de Saint-Venant constituem um sistema a derivadas parciais de primeira ordem, quase linear e do tipo hiperbólico. Tal sistema não admite solução analítica geral e então costuma-se recorrer a métodos aproximados ou numéricos para a sua solução.

A natureza hiperbólica das equações de Saint-Venant enquadra o problema de solução das mesmas como um problema de valor inicial e de contorno.

Existe uma grande diferença entre o comportamento de uma onda simples, ou proveniente de uma enchente natural, e das particularidades inerentes aos fenômenos enquadrados na categoria de transientes rápidos, como as ondas resultantes da ruptura de barragens.

As características principais de um hidrograma de ruptura, basicamente residem na rápida ascensão até um valor elevado na descarga líquida e na subsequente depleção mais lenta até que valores reduzidos na descarga sejam alcançados (Mascarenhas, 1990).

O cálculo da propagação de uma onda, no caso deste trabalho tanto uma onda de cheia natural como uma onda gerada pela ruptura de uma barragem, consiste assim na determinação de descargas líquidas, velocidades, níveis de água e alturas de água em função do espaço e do tempo (Mascarenhas, 1990).

Dentro da Engenharia Hidráulica, a modelação matemática em geral já comprovou ser indispensável nos campos específicos da Hidráulica Fluvial e Drenagem Urbana, principalmente quando o estudo das situações transitórias do escoamento é necessário.

3.2 - Hipóteses Básicas

Para a dedução das equações fundamentais descritoras do movimento da onda de enchente, algumas hipóteses são geralmente formuladas. A modelação matemática do movimento d'água em rios e canais é baseada nas equações do

escoamento não permanente e gradualmente variado. A dedução destas equações baseia-se em um conjunto de hipóteses que consideram os aspectos mais importantes do fenômeno físico, com simplificações que não modificam sensivelmente as características do mesmo (Mascarenhas, 1980).

1. O escoamento é suposto ser unidimensional.
2. A superfície da onda varia gradualmente, de maneira que a distribuição vertical das pressões é considerada hidrostática. Isto implica que o efeito centrífugo da curvatura do canal e o efeito de Coriolis são desprezíveis.
3. A declividade média do leito do rio é considerada suficientemente pequena, de modo que o $\sin \gamma$ do ângulo do fundo do canal possa ser considerado igual à tangente ($\tan \gamma$) do mesmo e o seu coseno ($\cos \gamma$) igual à unidade. (Figura 3.1)

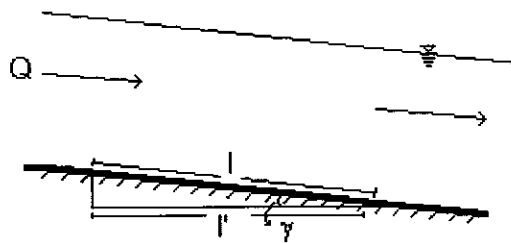


Figura 3.1 - Esquemática longitudinal para declividades baixas

Onde:

$$l \cong l'$$

para

$$\gamma \cong 0$$

$$\cos \gamma \cong 1$$

\therefore

$$\sin \gamma \cong \tan \gamma \cong \gamma$$

4. As perdas por atrito podem ser levadas em conta por meio de expressões empíricas, como Manning (Manning-Strickler), ou Chézy.
5. O fenômeno refere-se a transientes de ondas longas, para os quais a relação entre profundidade e comprimento de onda é menor do que a unidade.

6. O fluido é incompressível e homogêneo, o que significa que a massa específica do mesmo é considerada constante no tempo e no espaço.
7. Efeitos termodinâmicos desprezíveis.
8. Efeito dos ventos sobre a superfície livre desprezível.

A partir das hipóteses anteriormente citadas e com base nas leis da Mecânica Clássica, faz-se o desenvolvimento das equações governantes, as quais devem ser aplicadas levando-se em conta os aspectos físicos considerados e as restrições decorrentes das simplificações adotadas.

3.3 - Equações Fundamentais

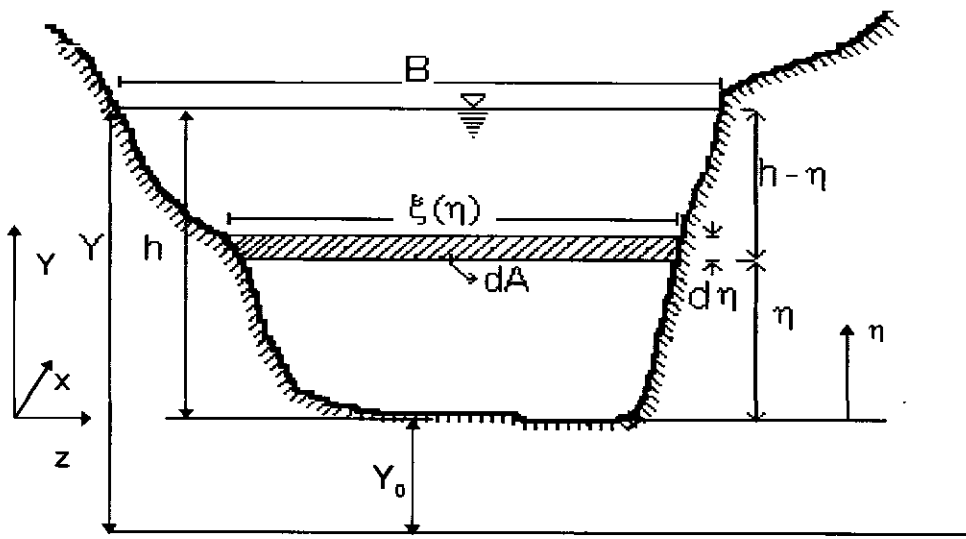
A representação do escoamento não permanente gradualmente variado em canais naturais ou artificiais e reservatórios é feita por duas equações diferenciais não lineares a derivadas parciais, apresentadas em 1871 por Barré de Saint-Venant à Academia Francesa de Ciências. Tais equações representam a conservação da massa e da quantidade de movimento no escoamento ao longo do canal.

A seguir são apresentadas as equações na sua forma mais geral, partindo-se das leis integrais de conservação (Cunge, Holly e Verwey, 1980).

A equação geral da continuidade (conservação de massa) é dada por :

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q \quad (3.1)$$

Para a Equação Dinâmica (Conservação da Quantidade de Movimento), consideremos a Figura 3.2 onde uma seção transversal genérica do escoamento é mostrada :



Nível de Referência

Figura 3.2 - Seção Transversal Genérica do Escoamento

Definindo-se as relações integrais auxiliares para a força de pressão resultante entre duas seções devido à diferença de profundidade do escoamento, e para uma força de pressão, normal às paredes do canal, devido à diferença de áreas molhadas na direção transversal ao escoamento, tem-se (Cunge, Holly e Verwey, 1980):

$$I_1 = \int_0^{h(x)} [h(x) - \eta] \xi(x, \eta) d\eta \quad (3.2)$$

$$I_2 = \int_0^{h(x)} (h(x) - \eta) \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} \right]_{h=\text{const}} d\eta \quad (3.3)$$

A equação de conservação de quantidade de movimento ou equação dinâmica, baseada em leis de conservação, apresenta-se na forma:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} + gI_1 \right) = gA(S_0 - S_f) + gI_2 - \frac{Qq}{A} \quad (3.4)$$

Se os termos do lado direito da equação de continuidade (3.1) e da equação dinâmica (3.4) são nulos, essas equações exprimem divergência nula das funções escalar de massa e vetorial de quantidade de movimento em qualquer contorno fechado no plano espaço-tempo.

Dessa forma, as equações de continuidade e dinâmica encontram-se escritas sob a chamada forma divergente ou conservativa, que são as mais gerais possíveis, podendo todas as outras formas destas equações serem derivadas desta forma básica divergente. Cabe notar que sob esta forma, as equações preservam inteiramente quaisquer eventuais não-linearidades do processo físico, sem implicar em amplificação ou atenuamentos artificiais de suas soluções.

Nas equações (3.1) a (3.4) têm-se as seguintes variáveis:

x = variável independente espacial, relativa à distância na direção do escoamento; caracteriza a não uniformidade do escoamento (L);

t = variável independente relativa ao tempo; caracteriza o regime não-permanente do escoamento (T);

Q = vazão d'água na seção transversal ($L^3 T^{-1}$);

h = profundidade média do escoamento na seção transversal (L);

A = área molhada da seção transversal (L^2);

g = aceleração da gravidade ($L T^{-2}$);

S_f = perda de carga por unidade de comprimento do canal ou declividade da linha de energia do escoamento (adimensional);

S_o = declividade média adimensional do fundo do leito (adimensional);

q = contribuição lateral de vazão por unidade de comprimento ($L^2 T^{-1}$).

A declividade da linha de energia, S_f é considerada como representativa de diversas leis empíricas de resistência, sendo a maioria dessas leis baseadas na seguinte forma geral:

$$Q = K\sqrt{S_f} \quad (3.5)$$

onde $K=K(h)$ é o chamado fator de condutância da seção e S_f corresponde à situação de regime permanente.

Se for utilizada a relação de Chézy, teremos:

$$S_f = \frac{1}{C} \frac{Q^2}{A^2 R} \quad (3.6)$$

onde:

C: é o coeficiente de Chézy ($L^{1/2} T^{-1}$);

$R = \frac{A}{P}$ é o raio hidráulico da seção (L)

P: perímetro molhado da seção (L)

Uma forma alternativa é a relação de Strickler:

$$S_f = \frac{Q^2}{K_{st}^2 A^2 R^{4/3}} \quad (3.7)$$

onde:

K_{st} , é o coeficiente de Strickler ($L^{1/3} T^{-1}$)

A fórmula mais usualmente empregada em hidráulica fluvial é a conhecida fórmula de Manning para S_f :

$$S_f = \frac{n^2 Q^2}{A^2 R^{4/3}} \quad (3.8)$$

onde n é o coeficiente de rugosidade de Manning ($L^{-1/3} T$)

Evidentemente, comparando-se as três expressões para S_f , são obtidas as inter-relações entre C, K_{st} e n:

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} \quad (3.9)$$

$$K_{st} = \frac{1}{n} \quad (3.10)$$

Conforme será visto, em alguns modelos é comum a utilização da condutância para a avaliação da declividade da linha da energia, o que pode suavizar o efeito de não-linearidades fortes em S_f , para regimes transitórios, juntamente com formas alternativas dos demais termos da equação dinâmica.

3.4 - Seleção das Variáveis Dependentes

As equações de Saint-Venant podem ser escritas sob várias formas, dependendo da natureza do problema a ser estudado e da forma de resolução das mesmas. As equações podem ser expressas através das duas variáveis dependentes mais usadas na prática: elevação do nível d'água ou cota ou profundidade, e vazão ou velocidade. O uso do nível, ao invés da profundidade elimina a necessidade de utilizar-se a declividade do fundo do canal (S_o), que pode ser de difícil avaliação no caso de cursos d'água naturais. O emprego da vazão, ao invés da velocidade, tem como vantagem o fato daquela esta variar mais suavemente no espaço e no tempo (Amein e Chu, 1975).

Dentre as diversas formas particulares, as equações de Saint-Venant podem ser escritas utilizando-se outras grandezas do escoamento como variáveis dependentes.

Em particular, se na equação dinâmica anteriormente apresentada (3.4), for efetuada a avaliação da derivada do termo gl_1 em relação a x , teremos:

$$\frac{\partial}{\partial x}(gl_1) = g \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{h(x)} [h(x) - \eta] \xi(x, \eta) d\eta \quad (3.11)$$

Aplicando-se o teorema de Leibnitz para a derivada da integral e levando em conta que :

$$\xi(x, h) = B(x) \quad (3.12)$$

$$\int_0^h \xi \, d\eta = A \quad (3.13)$$

obtem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x}(gl_1) = g \frac{\partial h}{\partial x} \int_0^{h(x)} \xi(x, \eta) d\eta + g \int_0^{h(x)} [h(x) - \eta] \left[\frac{\partial B}{\partial x} \right]_{h=\text{const}} d\eta \quad (3.14)$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial x}(gl_1) = gA(x) \frac{\partial h}{\partial x} + gl_2 \quad (3.15)$$

levando em conta que

$$Q = v A$$

a equação dinâmica fica:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(v^2 A) + gA \frac{\partial h}{\partial x} + gl_2 = gA(S_0 - S_f) + gl_2 - \frac{Qq}{A} \quad (3.16)$$

Resultando em :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(vQ) + gA \left(\frac{\partial h}{\partial x} - S_0 \right) + gAS_f + \frac{Qq}{A} = 0 \quad (3.17)$$

Apesar de ser bastante utilizada em engenharia de recursos hídricos a expressão (3.17) não é uma forma conservativa de equação dinâmica.

A partir então das equações (3.1) da continuidade e (3.17) da equação dinâmica, podem ser deduzidas as formas mais freqüentemente utilizadas para as equações de Saint-Venant; em termos das variáveis dependentes adotadas.

3.4.1 Vazão e Profundidade

Q(x, t) e h(x, t), como variáveis dependentes.

A área A da equação (3.1) pode ser eliminada como se segue :

$$\frac{\partial A(h)}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial t} = B \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.18)$$

E a equação da continuidade alternativa fica:

$$B \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (3.19)$$

onde $B = B(h)$, e
 $A = A(h)$

Na equação dinâmica (3.17), fazendo-se :

$$v = \frac{Q}{A}, \text{ fica:}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial h}{\partial x} + gA(S_r - S_o) + \frac{Qq}{A} = 0 \quad (3.20)$$

3.4.2 Vazão e Cota

$Q(x, t)$ e $Y(x, t)$, como variáveis dependentes

Sendo $Y_0(x)$ a cota do fundo da seção :

$$h = Y - Y_0 \quad (3.21)$$

então :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial t} \quad (\text{fundo fixo}) \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial Y_0}{\partial x} = \frac{\partial Y}{\partial x} + S_o \quad (3.23)$$

Substituindo-se nas equações (3.19) e (3.20), obtêm-se:

$$B \frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial Y}{\partial x} + gAS_f + \frac{Qq}{A} = 0 \quad (3.25)$$

Onde : $B = B(Y)$

e

$A = A(Y)$

3.4.3 Velocidade e Profundidade Médias

$v(x, t)$ e $h(x, t)$, como variáveis dependentes

Fazendo-se na equação da continuidade $Q = vA(h)$, teremos:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = A \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial A}{\partial x} = A \frac{\partial v}{\partial x} + v \left[\frac{\partial A}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial x} + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{h=\text{const}} \right] \quad (3.26)$$

onde:

$$\frac{\partial A}{\partial h} = B$$

e
$$\left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{h=\text{const}}$$
,

é a taxa de variação de A para um valor fixo de h

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial(Av)}{\partial t} = v \frac{\partial A}{\partial t} + A \frac{\partial v}{\partial t} = -v \frac{\partial Q}{\partial x} + A \frac{\partial v}{\partial t} \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) = \frac{2Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} = 2 \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q^2}{A^2} \left[B \frac{\partial h}{\partial x} + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{h=\text{const}} \right] \quad (3.28)$$

Substituindo-se (3.26) a (3.28) no sistema de equações (3.19) e (3.20) e manipulando, vem:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{A}{B} \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{v}{B} \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{h=\text{const}} = \frac{q}{B} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g(S_f - S_0) + \frac{vq}{A} = 0 \quad (3.30)$$

Onde:

$$A = A(h)$$

3.4.4 Velocidade Média e Cota

v (x, t) e Y (x, t) como variáveis dependentes

A derivada parcial no espaço da vazão: $Q = v A (Y)$, agora fica:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = A \frac{\partial v}{\partial x} + v \left[B \frac{\partial Y}{\partial x} + \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{Y=\text{const}} \right] \quad (3.31)$$

Considerando-se as derivadas (3.22) e (3.23) e a expressão (3.31), o sistema de equações (3.29) e (3.30) transforma-se em:

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{A}{B} \frac{\partial v}{\partial x} + v \left(\frac{\partial Y}{\partial x} + S_0 \right) + \frac{v}{B} \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right)_{Y=\text{const}} = \frac{q}{B} \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial Y}{\partial x} + gS_f + \frac{vq}{A} = 0 \quad (3.33)$$

As manipulações algébricas apresentadas não se constituem apenas em simples transformações matemáticas, e são de importância prática desde que

determinadas técnicas numéricas mostram-se mais bem adaptáveis a algumas formas apresentadas das equações de Saint-Venant.

A integração numérica livre de erros não desprezíveis, aliada às características físicas do curso d'água em estudo pode sugerir qual a forma mais adequada a ser utilizada para as equações da continuidade e dinâmica.

Por exemplo se o curso d'água possui declividade forte e se as variações das seções transversais são pequenas, o uso de $h(x, t)$ ao invés de $Y(x, t)$ como variável dependente é recomendável, uma vez que h e $\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_{h=\text{const}}$, variam mais suavemente de uma abscissa para outra na direção do escoamento. Por outro lado, pequenas declividades de fundo e grandes variações de seção transversal favorecem o uso de $Y(x, t)$ como variável dependente.

Maiores comentários a respeito serão feitos na apresentação das equações utilizadas em cada um dos modelos desenvolvidos neste trabalho e suas aplicações.

3.5 - Métodos Numéricos de Resolução das Equações de Saint-Venant

Os métodos numéricos em geral resultam de discretizações realizadas em meios contínuos, de modo que as soluções são conhecidas passo a passo, através de cálculos iterativos no domínio discreto.

Em particular os métodos de diferenças finitas consistem basicamente na representação das derivadas, parciais ou totais, por meio de expressões em diferenças finitas. Além disso, uma variável dependente qualquer é função de seus valores nos pontos discretos vizinhos, bem como suas derivadas parciais.

Desta forma, as variáveis são discretizadas sobre uma malha no plano espaço-tempo (plano $x-t$). As dimensões da malha, Δx e Δt , são os incrementos a serem adotados no modelo numérico.

Estas dimensões da malha estão associadas à distância entre duas seções consecutivas do rio e ao intervalo entre dois passos consecutivos no tempo.

Os valores das variáveis dependentes são calculados nos nós formados pelos pontos da malha, como mostra a Figura 3.3.

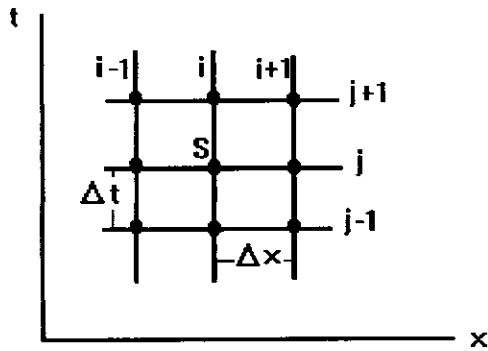


Figura 3.3 - Malha para a solução numérica

Assim, por exemplo, os valores de Q ou v , e h ou Y são calculados para o nó "S", representando os valores das variáveis no instante "j", na seção de ordem "i" do rio.

Conforme será visto oportunamente, os valores dos incrementos Δx e Δt irão determinar a ordem de grandeza do tempo de cálculo necessário, devendo assim o engenheiro fazer uma escolha criteriosa para aqueles valores (Mascarenhas, 1980).

CAPÍTULO 4 - MÉTODO IMPLÍCITO DE DIFERENÇAS FINITAS (MALHA FIXA)

4.1 - Introdução

Os métodos de diferenças finitas têm tido um grande emprego em problemas de engenharia, bem como em engenharia de Recursos Hídricos que é o caso deste trabalho. Em problemas transientes, isto é, onde a(s) grandeza(s) de interesse varia (m) no tempo, a aplicação do método de diferenças finitas permite, a partir do estabelecimento de condições iniciais e de contorno, a obtenção de valores discretos das grandezas em uma linha de tempo posterior ou tempo incógnito em função de valores da grandeza na linha de tempo anterior e/ou daqueles valores na própria linha de tempo atual. Nestes tipos de problema, a discretização em diferenças finitas pode ser efetuada na forma explícita ou na forma implícita.

Nos esquemas explícitos, apesar da simplicidade na obtenção das soluções no tempo posterior em função exclusivamente de seus valores na linha de tempo anterior, há a restrição de estabilidade numérica imposta aos incrementos espacial e temporal do esquema, resultante do Critério de Courant, Frederichs e Lewy (1948). Para contornar essa dificuldade, foram desenvolvidos e aprimorados os métodos implícitos de diferenças finitas.

A primeira descrição detalhada de esquemas implícitos foi publicada por Richtmyer (1957), aplicada a problemas de propagação de calor. Posteriormente tais esquemas foram desenvolvidos para a aplicação no cálculo da propagação de ondas de enchente em rios e canais. Atualmente, três principais esquemas implícitos são conhecidos, a saber:

- Esquema de Preissmann
- Esquema de Vasiliev
- Esquema de Abbott

A grande diferença em relação aos esquemas explícitos reside, como será visto, na formulação computacional do método. As expressões para os esquemas implícitos são de tamanho bem maior, e a dificuldade na programação do método contrasta nitidamente com a simplicidade do equacionamento para os esquemas explícitos (Mascarenhas, 1980).

Ao contrário dos métodos explícitos, em um método implícito as soluções em uma linha de tempo posterior envolvem valores das incógnitas tanto na linha de tempo anterior como na linha de tempo sob análise. Isto implica em uma formulação bem mais complexa, tendo em vista a introdução de não-linearidades no sistema de equações discretizadas. No entanto, a adoção de esquemas implícitos de diferenças finitas possui a vantagem, em relação aos métodos explícitos, de não apresentar limitações fortes de estabilidade numérica quanto ao incremento temporal utilizado na solução numérica (Mascarenhas, 1990).

Como em outros métodos numéricos, a solução numérica das equações do escoamento transiente e variado pelo método implícito é executada em dois passos básicos. O primeiro passo consiste em representar as equações diferenciais por um correspondente conjunto de equações de diferenças finitas. O segundo passo é a solução do sistema das equações algébricas em conformidade com as condições iniciais e de contorno (Amein, 1969).

4.2 - Discretização das equações de Saint-Venant: Esquema Geral com dupla ponderação ψ e θ

Para a solução numérica das equações de Saint-Venant é necessário discretizar o espaço e o tempo através de uma malha em geral regular de dimensões finitas fixas, porém não arbitrárias no espaço e no tempo. No esquema geral implícito duplamente ponderado, a discretização de uma variável dependente qualquer é efetuada para um ponto M da malha, como pode ser visto na Figura 4.1 :

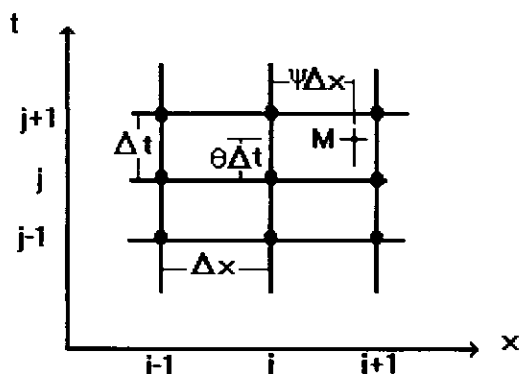


Figura 4.1 Malha de diferenças finitas e o ponto de avaliação da variável dependente

Com isto, podem-se calcular os valores das variáveis dependentes nos pontos discretos da malha, para cada instante de tempo desejado, como será detalhado mais adiante.

Segundo Lyn e Goodwin (1987), os valores de θ e ψ devem estar entre 0,5 e 1,0 para garantir a estabilidade do método, com melhores resultados com o valor de θ superior a 0,60 (Liggett e Cunge, 1975). No caso da propagação de ondas de ruptura de barragens, Muskatirovik e Kapor (1985), propõem a utilização de um valor mais elevado de θ (em torno de 0,80), nos primeiros instantes de tempo após a ruptura.

A solução de um problema de escoamento não permanente em canais com a utilização de um método de diferenças finitas implícito é realizada a cada passo de tempo, em todo o domínio discreto, através de um sistema de equações não lineares em princípio $2N \times 2N$, onde N é o número de seções discretizadas no espaço. Os resultados não são, portanto independentes, pois dependem das propriedades em todos os pontos da malha, na linha de tempo anterior e, também na linha de tempo atual ou sob análise (Fabiani, 1995).

No método das diferenças finitas, as funções que descrevem o escoamento e que possuem argumentos contínuos são substituídas por funções definidas em um número finito de pontos de uma malha que representa o domínio discretizado. As derivadas são substituídas por expressões em diferenças finitas, ou seja, as equações diferenciais são representadas por equações algébricas de diferenças finitas. A forma como as variáveis e suas derivadas são expressas em termos dos valores discretos caracterizam os diferentes esquemas de diferenças finitas mais usualmente empregados.

Os esquemas implícitos, como já mencionado, utilizam simultaneamente as informações dos tempos t e $t + \Delta t$, para calcular as variáveis no tempo $t + \Delta t$ através da resolução de um sistema de equações. Estes esquemas podem ser incondicionalmente estáveis, permitindo a adoção de intervalos de cálculo maiores que os permitidos nos esquemas explícitos, embora intervalos de tempo, bem como de espaço, muito elevados não sejam aconselháveis por questões associadas ao comportamento das soluções numéricas.

A solução do problema é feita em duas etapas. Inicialmente as equações diferenciais são representadas por um conjunto de equações de diferenças finitas.

Posteriormente, efetua-se a resolução sucessiva, para cada instante de cálculo, dos sistemas de equações de diferenças finitas não lineares, levando-se em consideração as condições iniciais e de contorno, para a garantia de unicidade da solução.

Definido o esquema, pode-se representar as equações diferenciais pelas correspondentes equações de diferenças finitas. É importante salientar que as equações particularizadas apresentadas no Capítulo 3, estão expressas em formas não conservativas, não podendo a priori ser utilizadas para simular fortes discontinuidades. No caso de serem empregadas e os resultados se apresentarem satisfatórios, isto se deverá à pequena variação de alguns termos (Cunge, Holly e Verwey, 1980) ou à introdução de mecanismos numericamente artificiais (Carvalho, 1993), como perda de carga localizada ou pseudo-viscosidade. Quanto ao esquema numérico, adotou-se, como já mostrado graficamente, uma generalização do esquema implícito de Preissmann (1960), que consistiu na inclusão de um coeficiente de ponderação tanto no tempo como no espaço (Lyn e Goodwin, 1987).

Neste esquema, uma variável f qualquer e suas derivadas, em relação ao tempo t e ao espaço x , são dadas pelas seguintes expressões: (Figura 4.2)

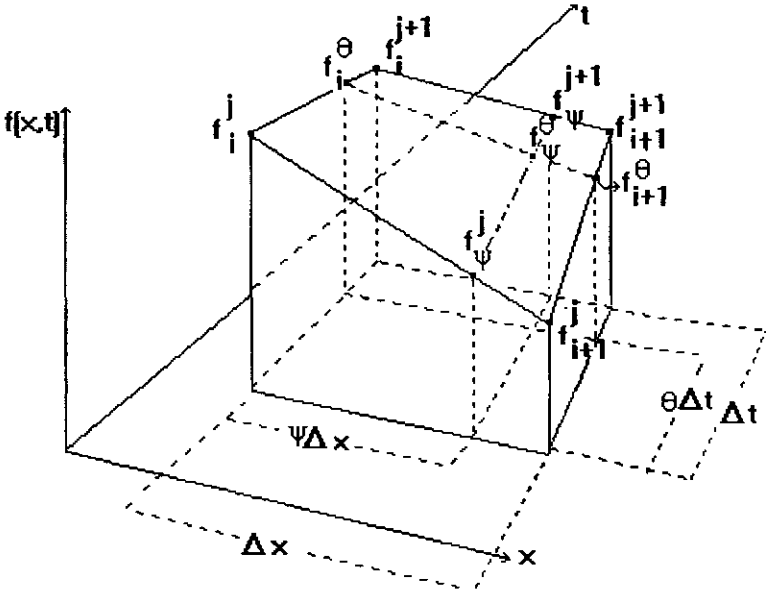


Figura 4.2 Representação gráfica do esquema implícito ponderado no tempo e no espaço

$$f = \theta \left[\psi f_{i+1}^{j+1} + (1 - \psi) f_i^{j+1} \right] + (1 - \theta) \left[\psi f_{i+1}^j + (1 - \psi) f_i^j \right] \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} \left[\psi (f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^j) + (1 - \psi) (f_i^{j+1} - f_i^j) \right] \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \left[\theta (f_{i+1}^{j+1} - f_i^{j+1}) + (1 - \theta) (f_{i+1}^j - f_i^j) \right] \quad (4.3)$$

O valor do parâmetro de peso θ deve situar-se em uma determinada faixa de variação, de forma a garantir a estabilidade numérica do esquema, como já mencionado.

Quando θ assume valores maiores do que 0,5 é dado maior peso às variáveis da linha de tempo "j+1" do que às variáveis da linha de tempo "j", e vice-versa.

O parâmetro θ é portanto um parâmetro de peso nas discretizações, devendo ser ajustado até que sejam conseguidas boas aproximações para os resultados (Mascarenhas, 1990).

Assim, o parâmetro θ representa o grau de ponderação do esquema em relação à duas linhas de tempo adjacentes, e o valor de uma função ou variável dependente f é obtido pela interseção, a partir de um plano situado na metade da distância do incremento espacial Δx , para o esquema tradicional de Preissmann, com a superfície genérica de soluções. Dessa maneira se $\psi=1/2$, o esquema é centrado no espaço e ponderado no tempo, de forma implícita.

Portanto para $\psi=1/2$, teremos o esquema tradicional de Preissmann

$$f = \frac{\theta}{2} \left[f_{i+1}^{j+1} + f_i^{j+1} \right] + \frac{(1 - \theta)}{2} \left[f_{i+1}^j + f_i^j \right] \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{2\Delta t} \left[(f_{i+1}^{j+1} - f_{i+1}^j) + (f_i^{j+1} - f_i^j) \right] \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \left[\theta (f_{i+1}^{j+1} - f_i^{j+1}) + (1-\theta) (f_{i+1}^j - f_i^j) \right] \quad (4.6)$$

Onde :

i = índice associado ao espaço x

j = índice associado ao tempo t

θ = fator de ponderação no tempo ($0 \leq \theta \leq 1$)

ψ = fator de ponderação no espaço ($0 \leq \psi \leq 1$)

O esquema foi escolhido devido aos seguintes aspectos vantajosos:

Os intervalos de tempo de cálculo podem ser selecionados de acordo com as necessidades físicas do problema (Amein e Chu, 1975).

Calcula ambas as variáveis desconhecidas nos mesmos pontos.

Acopla as variáveis somente em seções adjacentes de modo que os intervalos no espaço podem ser variáveis sem afetar a precisão da aproximação.

É adequado para tratar canais irregulares com geometria das seções transversais e elevação do fundo variando de seção para seção.

Permite a elaboração de programas genéricos, associando rapidez e precisão (Amein e Fang, 1970a).

A precisão da solução numérica é função da velocidade da onda cinemática, que é menor que a gravitacional (Tucci, 1986).

Permite utilizar diferentes valores da ponderação temporal nas equações da continuidade e dinâmica e fatores de ponderação espacial distintos para cada trecho, no caso do esquema generalizado com dupla ponderação (Carvalho, 1993).

Como o problema enquadra-se na categoria de problema de valor inicial e de contorno, as incógnitas do sistema discretizado são as variáveis dependentes com índice superior (tempo) igual a "j+1". Assim, a partir de um conjunto de condições iniciais na linha de tempo, t_j ($j=1$), e de condições de contorno apropriadas, a metodologia computacional deve ser capaz de para cada instante de cálculo $j > 1$, determinar os valores das variáveis dependentes para todo o trecho de propagação, ou seja, para:

$i = 1, \dots, N$, sendo N o número de seções discretizadas, dado pela expressão:

$$N = \frac{L}{\Delta x} + 1, \text{ onde } L \text{ é o comprimento do trecho.}$$

É importante salientar que este número de seções de cálculo, N , depende evidentemente do tamanho do incremento espacial Δx , e é o principal responsável pelo tempo computacional requerido pelo modelo associado (Mascarenhas, 1980).

Para ilustrar o processo de discretização do esquema de Preissmann, que é o empregado neste trabalho, consideremos as equações de continuidade (3.29) e dinâmica (3.30), admitindo-se contribuição lateral de vazão q desprezível e canal com seção retangular e aproximadamente prismático, para o qual o termo $\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_{h=\text{const}}$ é

nulo:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g \left(\frac{n^2 v^2}{h^p} - S_0 \right) = 0 \quad (4.8)$$

Nessas equações foram utilizadas as simplificações

$$A = Bh$$

e

$$R \cong h$$

Na fórmula de Manning para S_f , p é o expoente do raio hidráulico, podendo ser diferente de 4/3 para regime não permanente (Mascarenhas, 1980).

Discretizando-se as equações de acordo com o esquema de Preissmann e escrevendo-se as incógnitas (tempo $j+1$) em **negrito** para facilitar a visualização do sistema, teremos:

$$\begin{aligned} & \frac{\mathbf{h}_{i+1}^{j+1} - h_{i+1}^j + \mathbf{h}_i^{j+1} - h_i^j}{2\Delta t} + \left[\frac{\theta}{2} (\mathbf{h}_{i+1}^{j+1} + \mathbf{h}_i^{j+1}) + \frac{(1-\theta)}{2} (h_{i+1}^j + h_i^j) \right] \cdot \\ & \left[\frac{\theta}{\Delta x} (\mathbf{v}_{i+1}^{j+1} - \mathbf{v}_i^{j+1}) + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} (v_{i+1}^j - v_i^j) \right] + \left[\frac{\theta}{2} (\mathbf{v}_{i+1}^{j+1} + \mathbf{v}_i^{j+1}) + \frac{(1-\theta)}{2} (v_{i+1}^j + v_i^j) \right] \cdot \\ & \cdot \left[\frac{\theta}{\Delta x} (\mathbf{h}_{i+1}^{j+1} - \mathbf{h}_i^{j+1}) + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} (h_{i+1}^j - h_i^j) \right] = 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\mathbf{v}_{i+1}^{j+1} - v_{i+1}^j + \mathbf{v}_i^{j+1} - v_i^j}{2\Delta t} + \left[\frac{\theta}{2} (\mathbf{v}_{i+1}^{j+1} + \mathbf{v}_i^{j+1}) + \frac{(1-\theta)}{2} (v_{i+1}^j + v_i^j) \right] \cdot \\ & \cdot \left[\frac{\theta}{\Delta x} (\mathbf{v}_{i+1}^{j+1} - \mathbf{v}_i^{j+1}) + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} (v_{i+1}^j - v_i^j) \right] + g \left[\frac{\theta}{\Delta x} (\mathbf{h}_{i+1}^{j+1} - \mathbf{h}_i^{j+1}) + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} (h_{i+1}^j - h_i^j) \right] + \\ & + g(\langle S_f \rangle - S_0) = 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

onde

$$\langle S_f \rangle = \frac{\theta}{2} \left[\frac{n^2 (\mathbf{v}_{i+1}^{j+1})^2}{(\mathbf{h}_{i+1}^{j+1})^p} + \frac{n^2 (\mathbf{v}_i^{j+1})^2}{(\mathbf{h}_i^{j+1})^p} \right] + \frac{(1-\theta)}{2} \left[\frac{n^2 (v_{i+1}^j)^2}{(h_{i+1}^j)^p} + \frac{n^2 (v_i^j)^2}{(h_i^j)^p} \right] \quad (4.11)$$

Note-se que, na discretização mostrada, a perda de carga S_f foi tratada como uma variável f qualquer, o que preserva propriedades conservativas e que não aconteceria se em $\langle S_f \rangle$ fizessemos:

$$\langle S_f \rangle = \frac{n^2 \langle v \rangle^2}{\langle h \rangle^p} \quad (4.12)$$

onde $\langle v \rangle$ e $\langle h \rangle$ seriam discretizados usando-se a expressão (4.4).

A não linearidade do sistema discretizado (4.9) e (4.10) é evidente, o que impõe a necessidade do uso de linearização do mesmo, seja por processo iterativo baseado no algoritmo de Newton-Raphson ou através de método alternativo usando incrementos, como será apresentado no item (4.3). No caso de ondas de cheia natural, ambos os processos de linearização costumam conduzir aos mesmos resultados numéricos e o emprego de cada processo parece estar relacionado apenas à preferência particular de cada pesquisador, embora cada processo conduza a um código computacional com estruturação própria e diferenciada.

Para compactar a notação, a equação da continuidade discretizada (4.9) será designada por "F" e a equação dinâmica discretizada (4.10) por "G". Evidentemente cada uma dessas equações é aplicada a sub-trechos do domínio espacial, e como o problema é transiente os sistemas discretos para todo o domínio devem ser resolvidos a cada passo discreto de tempo "j", partindo-se da linha de condições iniciais $j=1$. Dessa forma, o sistema para um passo de tempo "j" qualquer, escrito exclusivamente em função das incógnitas em cada sub-trecho, e considerando-se que o escoamento é sub-crítico, pode genericamente ser escrito como se segue:

$$\begin{aligned}
 C_M(h_1^{j+1}, v_1^{j+1}) &= 0 \\
 F_1(h_1^{j+1}, v_1^{j+1}, h_2^{j+1}, v_2^{j+1}) &= 0 \\
 G_1(h_1^{j+1}, v_1^{j+1}, h_2^{j+1}, v_2^{j+1}) &= 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 F_i(h_i^{j+1}, v_i^{j+1}, h_{i+1}^{j+1}, v_{i+1}^{j+1}) &= 0 \\
 G_i(h_i^{j+1}, v_i^{j+1}, h_{i+1}^{j+1}, v_{i+1}^{j+1}) &= 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 F_{N-1}(h_{N-1}^{j+1}, v_{N-1}^{j+1}, h_N^{j+1}, v_N^{j+1}) &= 0 \\
 G_{N-1}(h_{N-1}^{j+1}, v_{N-1}^{j+1}, h_N^{j+1}, v_N^{j+1}) &= 0 \\
 C_J(h_N^{j+1}, v_N^{j+1}) &= 0
 \end{aligned} \quad (4.13)$$

Onde :

C_M - condição de contorno do extremo de montante

C_J - condição de contorno do extremo de jusante

Na fase de calibração do modelo computacional em geral são especificados ou prescritos os valores discretos ao longo do tempo de uma das variáveis dependentes, h por exemplo, em ambas as seções extremas de montante e de jusante. Na fase de validação ou previsão, a condição de contorno de jusante é usualmente uma relação matemática entre as duas variáveis dependentes naquela seção extrema.

4.3 - Resolução dos Sistemas Discretizados pelo Método Generalizado de Newton-Raphson

O método generalizado de Newton-Raphson (Ralston, 1965) pode ser empregado para a resolução das equações de Saint-Venant discretizadas, para o trecho de rio ou canal em estudo, uma vez que, como foi visto, trata-se de um sistema não-linear em relação às suas incógnitas em um passo de tempo discreto qualquer "j".

Seja um sistema de equações não lineares de ordem n:

$$\begin{aligned}
U_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\
U_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\
\dots\dots\dots & \\
\dots\dots\dots & \\
\dots\dots\dots & \\
U_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0
\end{aligned}
\tag{4.14}$$

De acordo com o método iterativo, o vetor das incógnitas \underline{x} na iteração "k+1", pode ser obtido resolvendo-se o seguinte sistema linear:

$$\underline{J}^{(k)} \underline{dx} = - \underline{U}^{(k)}
\tag{4.15}$$

onde \underline{J} é a matriz jacobiana do sistema:

$$\underline{J}^{(k)} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \dots & \left(\frac{\partial U_1}{\partial x_n}\right)^{(k)} \\ \left(\frac{\partial U_2}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial U_2}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \dots & \left(\frac{\partial U_2}{\partial x_n}\right)^{(k)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left(\frac{\partial U_n}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial U_n}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \dots & \left(\frac{\partial U_n}{\partial x_n}\right)^{(k)} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

e

$$\underline{dx} = \left\{ \left[x_1^{(k+1)} - x_1^{(k)} \right], \left[x_2^{(k+1)} - x_2^{(k)} \right], \dots, \left[x_n^{(k+1)} - x_n^{(k)} \right] \right\}^T \quad (4.17)$$

$$\underline{U}^{(k)} = \left\{ U_1 \left[\underline{x}^{(k)} \right], U_2 \left[\underline{x}^{(k)} \right], \dots, U_n \left[\underline{x}^{(k)} \right] \right\}^T \quad (4.18)$$

Dessa forma, partindo-se de um conjunto arbitrado de valores das incógnitas \underline{x} no ciclo inicial $k = 1$, o sistema (4.15) possui a matriz \underline{J} e o vetor \underline{U} (vetor de resíduos) com valores numéricos determinados, restando resolver o sistema para o vetor \underline{dx} . Pela expressão (4.17) pode-se notar que tal vetor representa a “correção” que deve ser efetuada nas incógnitas para o próximo ciclo “k+1” de iteração. Reavalia-se \underline{J} e \underline{U} para as incógnitas “corrigidas” e repete-se o procedimento em tantas iterações “k” quantas forem necessárias para que os elementos do vetor \underline{dx} sejam inferiores à uma tolerância pré-estabelecida.

A principal limitação do algoritmo é que para haver convergência aos valores reais das incógnitas, os valores iniciais arbitrados para as mesmas não devem estar muito distantes das soluções reais.

No caso do cálculo da propagação de enchentes, se para um instante t^{i+1} forem adotados para as incógnitas os seus valores no instante anterior t^i , seus valores estarão razoavelmente próximos das soluções na razão inversamente

proporcional ao grau de transitoriedade do fenômeno. Isso significa que, para escoamentos mais lentamente variados a convergência será alcançada com um número relativamente pequeno de ciclos de iteração, enquanto que nos escoamentos mais rapidamente variados pode ser necessário um número maior de ciclos de iteração para a convergência.

4.4 - Resolução dos Sistemas Discretizados por Linearização com uso de Incrementos.

Para ilustrar este tipo de solução, serão feitas algumas modificações e manipulações nas equações de Saint - Venant, conforme visto em Tucci (1986), Dib e Braga (1985) e Liggett e Cunge (1975).

Relembrando a forma das equações utilizando vazão e cota da superfície livre como variáveis dependentes (3.24) e (3.25):

$$B \frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \left(\frac{\partial Y}{\partial x} \right) + gA S_f + \frac{Qq}{A} = 0 \quad (3.25)$$

Supondo-se desprezível a contribuição lateral de vazão q , vem:

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \left(\frac{\partial Y}{\partial x} + S_f \right) = 0 \quad (4.20)$$

Desenvolvendo-se o segundo termo de (4.20):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) = \frac{2Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} \quad (4.21)$$

Substituindo em (4.20):

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} + gA \frac{\partial Y}{\partial x} + gAS_f = 0 \quad (4.22)$$

De (4.19) tem-se:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = -B \frac{\partial Y}{\partial t} \quad (4.23)$$

Substituindo no segundo termo de (4.22) :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{QB}{A} \frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} + gA \frac{\partial Y}{\partial x} + gAS_f = 0 \quad (4.24)$$

Utilizando-se a forma geral de S_f com a condutância K , a partir da equação (3.5), pode-se escrever

$$S_f = \frac{Q|Q|}{K^2} \quad (4.25)$$

Então a equação dinâmica (4.24) fica da forma:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{QB}{A} \frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} + gA \frac{\partial Y}{\partial x} + gA \frac{Q|Q|}{K^2} = 0 \quad (4.26)$$

Juntamente com a equação da continuidade (4.19), a expressão (4.26) será utilizada para ilustrar o processo de linearização neste item.

Define-se o incremento ou variação de uma variável dependente qualquer f entre dois passos discretos consecutivos de tempo como:

$$\Delta f_i = f_i^{j+1} - f_i^j \quad (4.27)$$

para qualquer abcissa discreta "i", e:

$$f_{i+1} = f_{i+1}^j, \quad f_i = f_i^j \quad (4.28)$$

Assim, as expressões do método implícito de Preissmann podem agora ser reescritas, sem os sobrescritos de tempos discretos (Tucci, 1986; Dib e Braga, 1985):

$$f = \frac{\theta}{2}(\Delta f_{i+1} + \Delta f_i) + \frac{1}{2}(f_{i+1} + f_i) \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\theta}{\Delta x}(\Delta f_{i+1} - \Delta f_i) + \frac{1}{\Delta x}(f_{i+1} - f_i) \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{2\Delta t}(\Delta f_{i+1} + \Delta f_i) \quad (4.31)$$

Discretizando-se a equação da continuidade (4.19) com as aproximações (4.29) a (4.31), obtêm-se:

$$\frac{\Delta Y_{i+1} + \Delta Y_i}{2\Delta t} + \frac{2}{\theta(\Delta B_{i+1} + \Delta B_i) + (B_{i+1} + B_i)} \left[\frac{\theta}{\Delta x}(\Delta Q_{i+1} - Q_i) + \frac{(Q_{i+1} - Q_i)}{\Delta x} \right] = 0 \quad (4.32)$$

Esta expressão pode ser linearizada (Liggett e Cunge, 1975) desenvolvendo-se o denominador do segundo termo em série de potências e mantendo-se apenas o termo de primeira ordem:

$$\frac{2}{\theta(\Delta B_{i+1} + \Delta B_i) + (B_{i+1} + B_i)} = \frac{2}{(B_{i+1} + B_i)} \left[1 + \theta \frac{(\Delta B_{i+1} + \Delta B_i)}{(B_{i+1} + B_i)} \right]^{-1} \cong \frac{2}{B_{i+1} + B_i} \left[1 - \theta \frac{(\Delta B_{i+1} + \Delta B_i)}{(B_{i+1} + B_i)} \right] \quad (4.33)$$

Substituindo-se (4.33) em (4.32), desprezando-se o termo de segunda ordem, $(\Delta f)^2 \cong 0$, observando que $\Delta B = \frac{dB}{dY} \Delta Y$ e multiplicando-se toda a expressão resultante por $2\Delta t$, a equação da continuidade (4.32) agora fica:

$$\begin{aligned} & \Delta Y_{i+1} + \Delta Y_i + \frac{4\theta \Delta t}{\Delta x} \frac{1}{(B_{i+1} + B_i)} (\Delta Q_{i+1} - \Delta Q_i) + \frac{4\Delta t (Q_{i+1} - Q_i)}{\Delta x (B_{i+1} + B_i)} - \\ & - \frac{4\theta \Delta t}{\Delta x} \frac{1}{(B_{i+1} + B_i)^2} (Q_{i+1} - Q_i) \frac{dB_{i+1}}{dY} \Delta Y_{i+1} - \frac{4\theta \Delta t}{\Delta x} \frac{1}{(B_{i+1} + B_i)^2} \cdot \\ & \cdot (Q_{i+1} - Q_i) \frac{dB_i}{dY} \Delta Y_i = 0 \end{aligned} \quad (4.34)$$

Esta expressão representa a forma discretizada e linearizada em ΔQ e ΔY da equação de continuidade e pode ser escrita como:

$$C_1 \Delta Q_i + C_2 \Delta Y_i + C_3 \Delta Q_{i+1} + C_4 \Delta Y_{i+1} + C_5 = 0 \quad (4.35)$$

onde os coeficientes C_i , ($i=1, \dots, 5$) são dados por:

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{4\theta \Delta t}{\Delta x} \frac{1}{(B_{i+1} + B_i)} \\ C_2 &= 1 - \left[\frac{4\theta \Delta t (Q_{i+1} - Q_i)}{\Delta x (B_{i+1} + B_i)^2} \frac{dB_i}{dY} \right] \\ C_3 &= \frac{4\theta \Delta t}{\Delta x} \frac{1}{(B_{i+1} + B_i)} \\ C_4 &= 1 - \left[\frac{4\theta \Delta t (Q_{i+1} - Q_i)}{\Delta x (B_{i+1} + B_i)^2} \frac{dB_{i+1}}{dY} \right] \\ C_5 &= \frac{4\Delta t (Q_{i+1} - Q_i)}{\Delta x (B_{i+1} + B_i)} \end{aligned} \quad (4.36)$$

Para a equação dinâmica (4.26) a discretização e a linearização é efetuada termo a termo, de forma análoga, e utiliza as seguintes aproximações:

$$\frac{1}{A_i + \Delta A_i} = \frac{1}{A_i \left(1 + \frac{\Delta A_i}{A_i}\right)} \cong \frac{1}{A_i} \left(1 - \frac{\Delta A_i}{A_i}\right) \quad (4.37)$$

$$\frac{1}{(A_i + \Delta A_i)^2} \cong \frac{1}{A_i^2} \left(1 - 2 \frac{\Delta A_i}{A_i}\right) \quad (4.38)$$

$$(Q_i + \Delta Q_i)^2 \cong Q_i^2 + 2Q_i \Delta Q_i \quad (4.39)$$

$$(Q_i + \Delta Q_i) |Q_i + \Delta Q_i| \cong Q_i |Q_i| + 2|Q_i| \Delta Q_i \quad (4.40)$$

$$\Delta A_i \cong \frac{dA_i}{dY} \Delta Y_i \cong B_i \Delta Y_i \quad (4.41)$$

$$\Delta K_i \cong \frac{dK_i}{dY_i} \Delta Y_i \quad (4.42)$$

$$\Delta B_i \cong \frac{dB_i}{dY_i} \Delta Y_i \quad (4.43)$$

Considerando tais aproximações e multiplicando toda a equação dinâmica discretizada e linearizada por $2\Delta t$, os termos da mesma ficam:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \Delta Q_{i+1} + \Delta Q_i \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned} -\frac{Q}{A} B \frac{\partial Y}{\partial t} &= -\left\{ \frac{\theta}{2} \left[\frac{(Q_{i+1} + \Delta Q_{i+1})(B_{i+1} + \Delta B_{i+1})}{(A_{i+1} + \Delta A_{i+1})} + \frac{(Q_i + \Delta Q_i)(B_i + \Delta B_i)}{(A_i + \Delta A_i)} \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1-\theta)}{2} \left(\frac{Q_{i+1} B_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{Q_i B_i}{A_i} \right) \right\} (\Delta Y_{i+1} + \Delta Y_i) = \\ &= -\left\{ \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{A_{i+1}} (Q_{i+1} + \Delta Q_{i+1})(B_{i+1} + \Delta B_{i+1}) + \frac{1}{A_i} (Q_i + \Delta Q_i)(B_i + \Delta B_i) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1-\theta)}{2} \left(\frac{Q_{i+1} B_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{Q_i B_i}{A_i} \right) \right\} (\Delta Y_{i+1} + \Delta Y_i) = \end{aligned}$$

$$= - \left[\frac{1}{2} \left(\frac{Q_{i+1} B_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{Q_i B_i}{A_i} \right) \right] (\Delta Y_{i+1} + \Delta Y_i) \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned} \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} &= \left\{ \theta \left[\frac{(Q_{i+1} + \Delta Q_{i+1})}{(A_{i+1} + \Delta A_{i+1})} + \frac{(Q_i + \Delta Q_i)}{(A_i + \Delta A_i)} \right] + \frac{(1-\theta)}{2} \left(\frac{Q_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{Q_i}{A_i} \right) \right\} \\ &\cdot \left[\frac{\theta}{\Delta x} (\Delta Q_{i+1} - \Delta Q_i) + \frac{1}{\Delta x} (Q_{i+1} - Q_i) \right] 2\Delta t = \\ &= \left\{ \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{A_{i+1}} \left(1 - \frac{\Delta A_{i+1}}{A_{i+1}} \right) (Q_{i+1} + \Delta Q_{i+1}) + \frac{1}{A_i} \left(1 - \frac{\Delta A_i}{A_i} \right) (Q_i + \Delta Q_i) \right] + \right. \\ &\left. + \frac{(1-\theta)}{2} \left(\frac{Q_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{Q_i}{A_i} \right) \right\} \left[\frac{\theta}{\Delta x} (\Delta Q_{i+1} - \Delta Q_i) + \frac{1}{\Delta x} (Q_{i+1} - Q_i) \right] 2\Delta t = \\ &= \frac{\theta \Delta t}{\Delta x} \left[\left(\frac{2Q_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{Q_i}{A_i} - \frac{Q_i}{A_{i+1}} \right) \Delta Q_{i+1} + \left(\frac{Q_{i+1}}{A_i} - \frac{Q_{i+1}}{A_{i+1}} - \frac{2Q_i}{A_i} \right) \Delta Q_i + \right. \\ &\left. + \left(\frac{B_{i+1} Q_{i+1} Q_i}{A_{i+1}^2} - \frac{Q_{i+1}^2 B_{i+1}}{A_{i+1}^2} \right) \Delta Y_{i+1} + \left(\frac{B_i Q_i^2}{A_i^2} - \frac{B_i Q_i Q_{i+1}}{A_i^2} \right) \Delta Y_i \right] + \\ &\left. + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[\left(\frac{Q_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{Q_i}{A_i} \right) (Q_{i+1} - Q_i) \right] \quad (4.46) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} - \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} &= - \left\{ \theta \left[\frac{(Q_{i+1} + \Delta Q_{i+1})^2}{(A_{i+1} + \Delta A_{i+1})^2} + \frac{(Q_i + \Delta Q_i)^2}{(A_i + \Delta A_i)^2} \right] + \frac{(1-\theta)}{2} \left(\frac{Q_{i+1}^2}{A_{i+1}^2} + \frac{Q_i^2}{A_i^2} \right) \right\} \\ &\cdot \left[\frac{\theta (\Delta A_{i+1} - \Delta A_i) + (A_{i+1} - A_i)}{\Delta x} \right] 2\Delta t = \\ &= - \left\{ \frac{\theta}{2} \left[\left(\frac{2Q_{i+1} \Delta Q_{i+1}}{A_{i+1}^2} - \frac{2\Delta A_{i+1} Q_{i+1}^2}{A_{i+1}^3} \right) + \left(\frac{2Q_i \Delta Q_i}{A_i^2} - \frac{2\Delta A_i Q_i^2}{A_i^3} \right) \right] + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \left(\frac{Q_{i+1}^2}{A_{i+1}^2} + \frac{Q_i^2}{A_i^2} \right) \right\} \left[\frac{\theta (\Delta A_{i+1} - \Delta A_i) + (A_{i+1} - A_i)}{\Delta x} \right] 2\Delta t = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\left\{ \frac{\theta \Delta t}{\Delta x} \left[\left(\frac{Q_{i+1}^2}{A_{i+1}^2} + \frac{Q_i^2}{A_i^2} - \frac{2Q_{i+1}^2}{A_{i+1}^2} + \frac{2Q_{i+1}^2 A_i}{A_{i+1}^3} \right) B_{i+1} \Delta Y_{i+1} + \left(\frac{-Q_{i+1}^2}{A_{i+1}^2} - \frac{Q_i^2}{A_i^2} \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{2Q_i^2 A_{i+1}}{A_i^3} + \frac{2Q_i^2}{A_i^2} \right) B_i \Delta Y_i + \left(\frac{2Q_{i+1}}{A_{i+1}} - \frac{2Q_{i+1} A_i}{A_{i+1}^2} \right) \Delta Q_{i+1} + \left(\frac{2Q_i A_{i+1}}{A_i^2} - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{2Q_i}{A_i} \right) \Delta Q_i \right] + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[(A_{i+1} - A_i) \left(\frac{Q_{i+1}^2}{A_{i+1}^2} + \frac{Q_i^2}{A_i^2} \right) \right] \right\} \quad (4.47)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
gA \frac{\partial Y}{\partial x} &= \left[g \frac{\theta}{2} (\Delta A_{i+1} + \Delta A_i) + \frac{g}{2} (A_{i+1} + A_i) \right] \left[\frac{\theta (\Delta Y_{i+1} - \Delta Y_i) + (Y_{i+1} - Y_i)}{\Delta x} \right] 2\Delta t = \\
&= \frac{\theta \Delta t}{\Delta x} \left\{ \left[g(A_{i+1} + A_i) + gB_{i+1}(Y_{i+1} - Y_i) \right] \Delta Y_{i+1} - \left[g(A_{i+1} + A_i) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - gB_i(Y_{i+1} - Y_i) \right] \Delta Y_i \right\} + \frac{g \Delta t}{\Delta x} \left[(A_{i+1} + A_i) (Y_{i+1} + Y_i) \right] \quad (4.48)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{gAQ|Q|}{K^2} &= \left\{ g \frac{\theta}{2} \left[\frac{(A_{i+1} + \Delta A_{i+1})(Q_{i+1} + \Delta Q_{i+1})|Q_{i+1} + \Delta Q_{i+1}|}{(K_{i+1} + \Delta K_{i+1})^2} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{(A_i + \Delta A_i)(Q_i + \Delta Q_i)|Q_i + \Delta Q_i|}{(K_i + \Delta K_i)^2} \right] + g \frac{(1-\theta)}{2} \left[\frac{A_{i+1} Q_{i+1} |Q_{i+1}|}{K_{i+1}^2} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{A_i Q_i |Q_i|}{K_i^2} \right] \right\} 2\Delta t = \\
&= \left\{ g \frac{\theta}{2} \left[\frac{1}{K_{i+1}^2} \left(1 - \frac{2\Delta K_{i+1}}{K_{i+1}} \right) (A_{i+1} + \Delta A_{i+1}) (|Q_{i+1}| |Q_{i+1}| + 2|Q_{i+1}| \Delta Q_{i+1}) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1}{K_i^2} \left(1 - \frac{2\Delta K_i}{K_i} \right) (A_i + \Delta A_i) (|Q_i| |Q_i| + 2|Q_i| \Delta Q_i) \right] + \right. \\
&\quad \left. + g \frac{(1-\theta)}{2} \left(\frac{A_{i+1} Q_{i+1} |Q_{i+1}|}{K_{i+1}^2} + \frac{A_i Q_i |Q_i|}{K_i^2} \right) \right\} 2\Delta t =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= g\theta\Delta t \left\{ \frac{2A_{i+1}|Q_{i+1}|}{K_{i+1}^2} \Delta Q_{i+1} + 2 \frac{A_i |Q_i|}{K_i^2} \Delta Q_i + \left[\left(\frac{B_{i+1}Q_{i+1}|Q_{i+1}|}{K_{i+1}^2} - \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. - 2 \frac{A_{i+1}Q_{i+1}|Q_{i+1}|}{K_{i+1}^3} \frac{dK_{i+1}}{dY_{i+1}} \right) \right] \cdot \Delta Y_{i+1} + \left(\frac{B_i Q_i |Q_i|}{K_i^2} - 2 \frac{A_i Q_i |Q_i|}{K_i^3} \frac{dK_i}{dY_i} \right) \cdot \right. \\
&\quad \left. \Delta Y_i \right\} + g\Delta t \left(\frac{A_{i+1}Q_{i+1}|Q_{i+1}|}{K_{i+1}^2} + \frac{A_i Q_i |Q_i|}{K_i^2} \right) \quad (4.49)
\end{aligned}$$

A soma das expressões (4.44) a (4.49) representará a equação dinâmica discretizada e linearizada em ΔQ e ΔY , a qual em forma compacta fica:

$$D_1 \Delta Q_i + D_2 \Delta Y_i + D_3 \Delta Q_{i+1} + D_4 \Delta Y_{i+1} + D_5 = 0 \quad (4.50)$$

onde os coeficientes D_i , ($i=1, \dots, 5$), são dados por:

$$D_1 = 1 + \frac{\theta \Delta t}{\Delta x} \left[\frac{Q_{i+1}}{A_i} - \frac{2Q_i}{A_i} - \frac{Q_{i+1}}{A_{i+1}} - (A_{i+1} - A_i) \frac{2Q_i}{A_i^2} \right] + 2g\theta \Delta t \frac{A_i |Q_i|}{K_i^2}$$

$$\begin{aligned}
D_2 = & -\frac{1}{2} \left(\frac{Q_{i+1} B_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{Q_i B_i}{A_i} \right) + \theta \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(-\frac{B_i Q_i Q_{i+1}}{A_i^2} + \frac{B_i Q_{i+1}^2}{A_{i+1}^2} + \frac{2Q_i^2 B_i A_{i+1}}{A_i^3} \right) - \\
& - \frac{\theta \Delta t}{\Delta x} \left[g(A_{i+1} + A_i) - gB_i (Y_{i+1} - Y_i) \right] + g\theta \Delta t \left(\frac{B_i Q_i |Q_i|}{K_i^2} - \frac{2A_i Q_i |Q_i|}{K_i^3} \frac{dK_i}{dY} \right)
\end{aligned}$$

$$D_3 = 1 + \frac{\theta \Delta t}{\Delta x} \left[\frac{2Q_{i+1}}{A_{i+1}} - \frac{Q_i}{A_{i+1}} + \frac{Q_i}{A_i} - (A_{i+1} - A_i) \frac{2Q_{i+1}}{A_{i+1}^2} \right] + 2g\theta \Delta t \frac{A_{i+1} |Q_{i+1}|}{K_{i+1}^2}$$

$$\begin{aligned}
D_4 = & -\frac{1}{2} \left(\frac{Q_{i+1} B_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{Q_i B_i}{A_i} \right) + \theta \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\frac{B_{i+1} Q_{i+1} Q_i}{A_{i+1}^2} - \frac{B_{i+1} Q_i^2}{A_{i+1}^2} - \frac{2Q_{i+1}^2 B_{i+1} A_i}{A_{i+1}^3} \right) + \\
& + \frac{\theta \Delta t}{\Delta x} \left[g(A_{i+1} + A_i) + gB_{i+1} (Y_{i+1} - Y_i) \right] + g\theta \Delta t \left(\frac{B_{i+1} Q_{i+1} |Q_{i+1}|}{K_{i+1}^2} - \right. \\
& \left. - \frac{2A_{i+1} Q_{i+1} |Q_{i+1}|}{K_{i+1}^3} \frac{dK_{i+1}}{dY} \right)
\end{aligned}$$

$$D_5 = \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[\left(\frac{Q_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{Q_i}{A_i} \right) (Q_{i+1} - Q_i) + g(A_{i+1} + A_i)(Y_{i+1} - Y_i) - \right. \\ \left. - (A_{i+1} - A_i) \left(\frac{Q_{i+1}^2}{A_{i+1}^2} + \frac{Q_i^2}{A_i^2} \right) \right] + g \Delta t \left(\frac{A_{i+1} Q_{i+1} |Q_{i+1}|}{K_{i+1}^2} + \frac{A_i Q_i |Q_i|}{K_i^2} \right) \quad (4.51)$$

Os coeficientes D_i podem ser calculados em um tempo discreto qualquer "j" desde que os valores Y_i^j , Q_i^j , Y_{i+1}^j e Q_{i+1}^j sejam conhecidos no tempo anterior ao passo "j+1". As funções A_i , B_i e K_i são em geral expressas em função do nível d'água Y_i e matematicamente conhecidas.

As equações (4.35) e (4.50), juntamente com as condições de contorno, formam um sistema determinado que é então resolvido para todos os valores discretos de abscissa "i", para todos os passos "j" de tempo.

É importante ressaltar que as soluções das equações linearizadas (4.35) e (4.50) podem ser encaradas como resultantes de uma primeira iteração do Método Generalizado de Newton-Raphson para os sistemas discretos não-lineares (Liggett e Cunge, 1975).

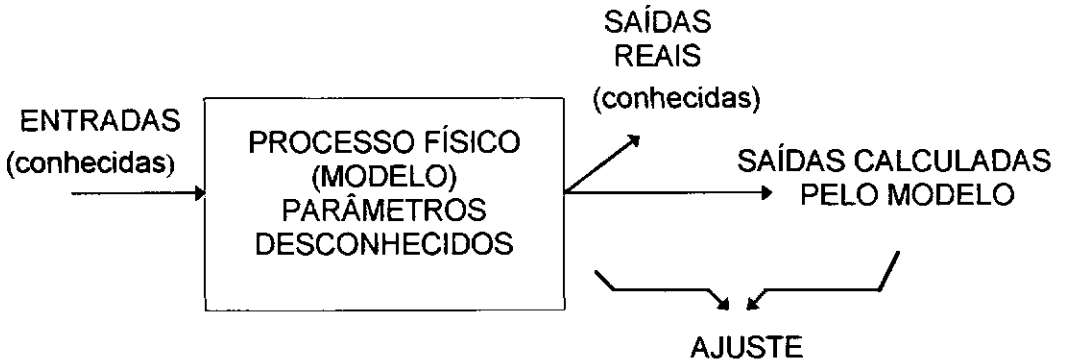
Como será discutido posteriormente, tal fato pode afetar as soluções obtidas a partir dos sistemas discretos não-lineares em relação às obtidas com as equações discretas linearizadas.

4.5 - Fases de Calibração e de Validação/Previsão: Condições de Contorno e Matrizes

Em termos do modelo matemático computacional, na representação de processos físicos naturais, duas etapas distintas para verificar a aplicabilidade do modelo são efetuadas: a calibração e a validação ou previsão.

Estas etapas ou fases podem ser ilustradas através da Figura 4.3:

FASE DE CALIBRAÇÃO



FASE DE VALIDAÇÃO / PREVISÃO

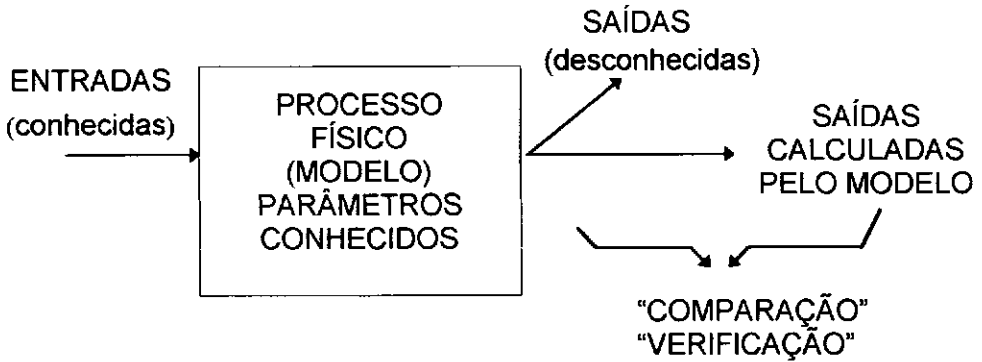


Figura 4.3 Ilustração Esquemática das Fases de Calibração e Validação/Previsão do Modelo

Na fase de calibração, muitas vezes denominada "identificação de parâmetros", procura-se determinar quais os valores (ou sua faixa de variação) dos parâmetros que produzem um ajuste satisfatório entre as saídas reais medidas e as calculadas pelo modelo. Essa etapa é em geral exaustiva e o ajuste das saídas pode tanto ser efetuado por processos de tentativa e erro como através de algoritmos "automáticos" de calibração.

Para que se alcance um bom grau de entendimento quanto ao comportamento do modelo, sua sensibilidade às variações de cada parâmetro e outros fatores, é em geral recomendável que o processo de calibração seja inicialmente efetuado por tentativa e erro, através do maior número possível de "rodadas" do modelo matemático computacional. A partir do estabelecimento de valores típicos dos parâmetros para o caso particular em estudo, pode-se estabelecer suas "faixas de variação" e partir-se para a implementação de algoritmos automáticos de calibração (Mascarenhas, 1987).

Para ilustrar essas etapas no presente trabalho, optou-se por apresentá-las de acordo com o Método Generalizado de Newton-Raphson para as equações de Saint-Venant discretizadas, que por ser mais geral que a linearização por incrementos permite uma visualização mais estruturada das diferenças entre aquelas etapas. Na especificação das condições de contorno é suposto que seus valores são fornecidos ao modelo computacional na seção extrema de montante, não sendo assim escrita nenhuma equação discretizada para tais condições.

O mesmo se aplica para as condições de contorno de jusante, para a etapa de calibração. É evidente que nas duas etapas devem ser prescritas condições iniciais associados aos valores das variáveis dependentes em todas as abscissas discretas no passo discreto inicial de tempo ($j=1$).

4.5.1 - Método Generalizado de Newton-Raphson - Fase de Calibração

Além das condições iniciais, admitindo-se escoamento sub-crítico, devem ser especificados valores discretos no tempo de uma das variáveis dependentes do problema nas seções extremas de montante e de jusante. Se admitirmos, como foi feito no item (4.1), que as variáveis dependentes de interesse são a profundidade e velocidade médias de escoamento na seção transversal, e ainda que são prescritos valores discretos de profundidade média ao longo do tempo nas seções extremas

de montante e de jusante como condições de contorno, teremos para um passo qualquer "j" discreto de tempo:

- a. Incógnita na Seção Extrema de Montante : v_1^{j+1}
- b. Incógnitas em uma Seção Intermediária de Ordem "i" : v_i^{j+1}, h_i^{j+1}
- c. Incógnita na Seção Extrema de Jusante : v_N^{j+1}

Como o índice "i" varia desde 1 (seção extrema de montante) até N (seção extrema de jusante), e agrupando-se as incógnitas para um passo de tempo qualquer:

- Incógnitas de velocidades médias : $v_1^{j+1}, v_2^{j+1}, \dots, v_N^{j+1}$ = N incógnitas
- Incógnitas de profundidades médias: $h_2^{j+1}, h_3^{j+1}, \dots, h_{N-1}^{j+1}$ = N-2 incógnitas
- Total : = 2N-2 incógnitas

Para cada sub-trecho pode-se escrever duas equações discretizadas, continuidade F e dinâmica G, para o passo de tempo "j". Como há (N-1) sub-trechos, o número de equações (F e G) será 2(N-1), que resulta em 2N-2 equações, e assim o sistema de equações é determinado. A matriz jacobiana do sistema linear a ser resolvido iterativamente na abordagem do Método Generalizado de Newton-Raphson em um ciclo "k" de iterações é da forma:

$$J^{(k)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1^j}{\partial v_1^{j+1}} & \frac{\partial F_1^j}{\partial h_2^{j+1}} & \frac{\partial F_1^j}{\partial v_2^{j+1}} & \dots & \frac{\partial F_i^j}{\partial h_{i+1}^{j+1}} & \frac{\partial F_i^j}{\partial v_{i+1}^{j+1}} & \dots & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial h_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial v_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial v_N^{j+1}} \\ \frac{\partial G_1^j}{\partial v_1^{j+1}} & \frac{\partial G_1^j}{\partial h_2^{j+1}} & \frac{\partial G_1^j}{\partial v_2^{j+1}} & \dots & \frac{\partial G_i^j}{\partial h_{i+1}^{j+1}} & \frac{\partial G_i^j}{\partial v_{i+1}^{j+1}} & \dots & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial h_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial v_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial v_N^{j+1}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial v_1^{j+1}} & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial h_2^{j+1}} & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial v_2^{j+1}} & \dots & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial h_{i+1}^{j+1}} & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial v_{i+1}^{j+1}} & \dots & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial h_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial v_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial v_N^{j+1}} \\ \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial v_1^{j+1}} & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial h_2^{j+1}} & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial v_2^{j+1}} & \dots & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial h_{i+1}^{j+1}} & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial v_{i+1}^{j+1}} & \dots & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial h_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial v_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial v_N^{j+1}} \end{bmatrix}^{(k)} \quad (4.52)$$

O vetor \underline{dx} que é a correção nas incógnitas para o próximo ciclo "k+1" de

iteração será :

$$\underline{dx} = \begin{Bmatrix} (v_1^{j+1})^{k+1} - (v_1^{j+1})^k \\ (h_2^{j+1})^{k+1} - (h_2^{j+1})^k \\ (v_2^{j+1})^{k+1} - (v_2^{j+1})^k \\ \dots \\ (h_{i+1}^{j+1})^{k+1} - (h_{i+1}^{j+1})^k \\ (v_{i+1}^{j+1})^{k+1} - (v_{i+1}^{j+1})^k \\ \dots \\ (h_{N-1}^{j+1})^{k+1} - (h_{N-1}^{j+1})^k \\ (v_{N-1}^{j+1})^{k+1} - (v_{N-1}^{j+1})^k \\ (v_N^{j+1})^{k+1} - (v_N^{j+1})^k \end{Bmatrix} \quad (4.53)$$

O vetor de resíduos \underline{U}^k por sua vez será:

$$\underline{U}^k = \left\{ (F_1^j)^k, (G_1^j)^k, \dots, (F_i^j)^k, (G_i^j)^k, \dots, (F_{N-1}^j)^k, (G_{N-1}^j)^k \right\}^T \quad (4.54)$$

Observando-se a matriz (4.52), pode-se perceber que a mesma possui no máximo quatro elementos não nulos por linha, podendo os elementos nulos serem generalizados da forma:

$$\frac{\partial U_L^j}{\partial x_m^{j+1}} = 0, \quad L > m \quad (4.55)$$

$$\frac{U_L^j}{x_m^{j+1}} = 0 \quad L \leq m-2$$

onde U, pode representar F ou G, e x qualquer uma das incógnitas (Mascarenhas, 1980). Dessa forma, a matriz \underline{J} é do tipo banda, com duas co-diagonais acima e

abaixo da diagonal principal, conforme o exemplo ilustrado na Figura 4.4, para N=11:

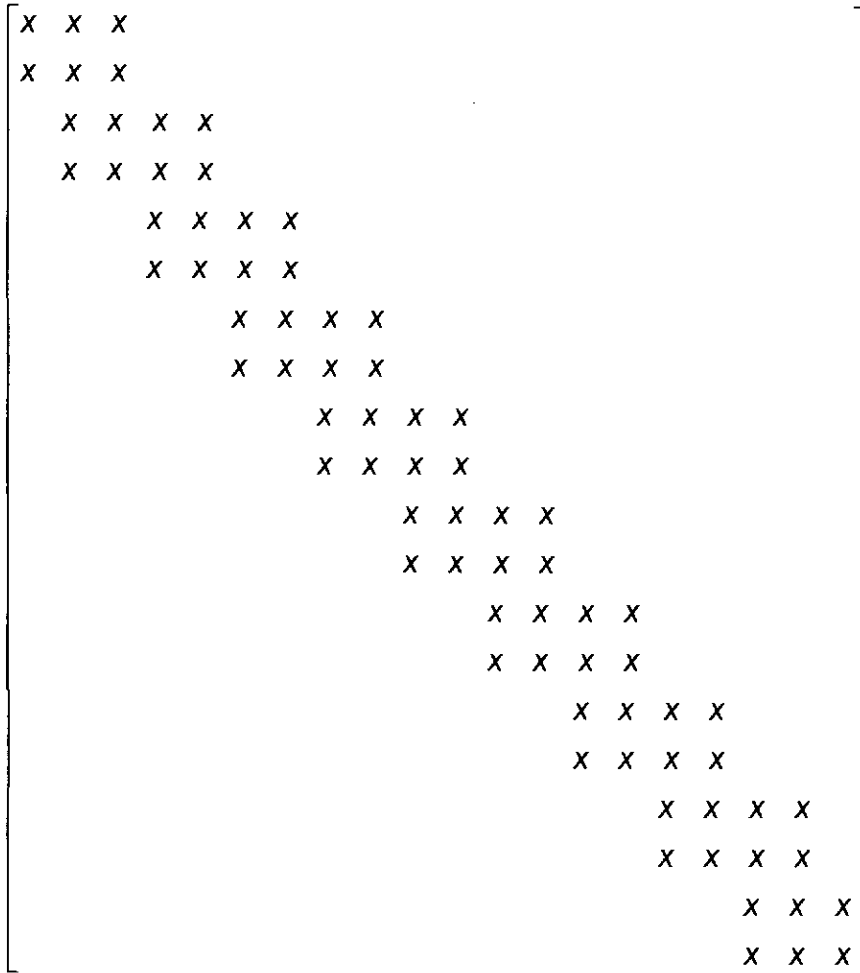


Figura 4.4 Aspecto da Matriz banda da fase de calibração (N=11)

4.5.2 - Método Generalizado de Newton-Raphson. Fase de Validação/Previsão.

Como já visto, nessa fase não são prescritos valores de nenhuma das variáveis dependentes na seção extrema de jusante, o que acarreta, para um dado passo discreto de tempo “j”, uma incógnita adicional em relação à fase de calibração. No que diz respeito ao sistema do item anterior esta incógnita é claramente o valor de h_N^{j+1} , e assim o número total de incógnitas nessa fase será, para um dado passo de tempo “j”, igual a $2N-1$, sendo portanto necessário suprir o sistema com mais uma equação para torná-lo determinado. Em muitos casos essa equação adicional é uma relação entre as variáveis dependentes na seção extrema de jusante, na forma:

$$C_j(h_N^{j+1}, v_N^{j+1}) = 0 \tag{4.56}$$

Apesar da relação (4.56) poder ser associada à curva-chave na seção extrema de jusante, é recomendável certa cautela quanto à sua utilização (Tucci, 1986). De acordo com Abbott (1979a), sendo esta relação aplicável apenas em modelos cinemáticos, quando a mesma é utilizada em um modelo hidrodinâmico a solução no limite entra em conflito com a solução próxima a este limite, o que pode implicar na obtenção de resultados incorretos, ou até mesmo impossibilitar essa obtenção. Além disso, a condição do tipo curva-chave somente pode ser utilizada quando os efeitos da seção extrema de jusante são pequenos em relação ao escoamento, e a laçada da relação entre Q e Y pode ser aproximada por linha reta ou curva contínua e suave. É evidente que, no caso de extravazamento d'água, para fora da calha principal do curso d'água a aproximação mencionada perde completamente sua validade.

Um outro aspecto entretanto merece consideração, no que diz respeito à origem das equações que são o ponto de partida do modelo hidrodinâmico em questão. As equações de Saint-Venant discretizadas são representativas das leis de conservação de massa e de quantidade de movimento aplicadas à sub-trechos do domínio. Como a curva-chave é considerada aplicável à uma seção discreta do escoamento, tal fato pode incompatibilizar essa relação com o restante do sistema formado pelas equações de Saint-Venant. Maiores comentários a respeito serão efetuados no capítulo que trata das aplicações neste trabalho. É evidente que, a partir das condições iniciais e da prescrição dos valores de uma variável dependente na seção extrema de montante, sendo desconhecidos os valores de qualquer variável dependente na seção extrema de jusante, o sistema discretizado das equações de Saint-Venant toma a forma:

$$\begin{aligned}
 F_1(v_1^{j+1}, h_2^{j+1}, v_2^{j+1}) &= 0 \\
 G_1(v_1^{j+1}, h_2^{j+1}, v_2^{j+1}) &= 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 F_i(h_i^{j+1}, v_i^{j+1}, h_{i+1}^{j+1}, v_{i+1}^{j+1}) &= 0 \\
 G_i(h_i^{j+1}, v_i^{j+1}, h_{i+1}^{j+1}, v_{i+1}^{j+1}) &= 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 F_{N-1}(h_{N-1}^{j+1}, v_{N-1}^{j+1}, h_N^{j+1}, v_N^{j+1}) &= 0 \\
 G_{N-1}(h_{N-1}^{j+1}, v_{N-1}^{j+1}, h_N^{j+1}, v_N^{j+1}) &= 0 \\
 C_J(h_N^{j+1}, v_N^{j+1}) &= 0
 \end{aligned} \tag{4.57}$$

onde C_j representa por exemplo uma relação do tipo curva-chave na seção extrema de jusante ($i=N$).

Agrupando-se as incógnitas na fase de validação/previsão temos:

-Profundidades médias : $h_2^{j+1}, h_3^{j+1}, \dots, h_N^{j+1} = N - 1$ incógnitas

-Velocidades médias : $v_1^{j+1}, v_2^{j+1}, \dots, v_N^{j+1} = N$ incógnitas

Total = $2N-1$ incógnitas

Além das $2N-2$ equações resultantes da aplicação da equação da continuidade F e dinâmica G discretizadas, teremos uma equação adicional representada por $C_j(h_N^{j+1}, v_N^{j+1})$, resultando em $2N-1$ equações o que novamente torna o sistema discretizado determinado para um passo discreto "j" qualquer de tempo. Na abordagem do Método Generalizado de Newton-Raphson para a fase de validação/previsão, a matriz jacobiana para um ciclo "k" de iteração será:

$$\approx J^{(k)} = \begin{bmatrix}
 \frac{\partial F_1^j}{\partial v_1^{j+1}} & \frac{\partial F_1^j}{\partial h_2^{j+1}} & \frac{\partial F_1^j}{\partial v_2^{j+1}} & \dots & \frac{\partial F_1^j}{\partial h_{i+1}^{j+1}} & \frac{\partial F_1^j}{\partial v_{i+1}^{j+1}} & \dots & \frac{\partial F_1^j}{\partial h_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial F_1^j}{\partial v_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial F_1^j}{\partial v_N^{j+1}} & \frac{\partial F_1^j}{\partial h_N^{j+1}} \\
 \frac{\partial G_1^j}{\partial v_1^{j+1}} & \frac{\partial G_1^j}{\partial h_2^{j+1}} & \frac{\partial G_1^j}{\partial v_2^{j+1}} & \dots & \frac{\partial G_1^j}{\partial h_{i+1}^{j+1}} & \frac{\partial G_1^j}{\partial v_{i+1}^{j+1}} & \dots & \frac{\partial G_1^j}{\partial h_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial G_1^j}{\partial v_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial G_1^j}{\partial v_N^{j+1}} & \frac{\partial G_1^j}{\partial h_N^{j+1}} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \frac{\partial F_i^j}{\partial v_1^{j+1}} & \frac{\partial F_i^j}{\partial h_2^{j+1}} & \frac{\partial F_i^j}{\partial v_2^{j+1}} & \dots & \frac{\partial F_i^j}{\partial h_{i+1}^{j+1}} & \frac{\partial F_i^j}{\partial v_{i+1}^{j+1}} & \dots & \frac{\partial F_i^j}{\partial h_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial F_i^j}{\partial v_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial F_i^j}{\partial v_N^{j+1}} & \frac{\partial F_i^j}{\partial h_N^{j+1}} \\
 \frac{\partial G_i^j}{\partial v_1^{j+1}} & \frac{\partial G_i^j}{\partial h_2^{j+1}} & \frac{\partial G_i^j}{\partial v_2^{j+1}} & \dots & \frac{\partial G_i^j}{\partial h_{i+1}^{j+1}} & \frac{\partial G_i^j}{\partial v_{i+1}^{j+1}} & \dots & \frac{\partial G_i^j}{\partial h_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial G_i^j}{\partial v_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial G_i^j}{\partial v_N^{j+1}} & \frac{\partial G_i^j}{\partial h_N^{j+1}} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial v_1^{j+1}} & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial h_2^{j+1}} & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial v_2^{j+1}} & \dots & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial h_{i+1}^{j+1}} & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial v_{i+1}^{j+1}} & \dots & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial h_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial v_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial v_N^{j+1}} & \frac{\partial F_{N-1}^j}{\partial h_N^{j+1}} \\
 \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial v_1^{j+1}} & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial h_2^{j+1}} & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial v_2^{j+1}} & \dots & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial h_{i+1}^{j+1}} & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial v_{i+1}^{j+1}} & \dots & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial h_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial v_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial v_N^{j+1}} & \frac{\partial G_{N-1}^j}{\partial h_N^{j+1}} \\
 \frac{\partial C_j}{\partial v_1^{j+1}} & \frac{\partial C_j}{\partial h_2^{j+1}} & \frac{\partial C_j}{\partial v_2^{j+1}} & \dots & \frac{\partial C_j}{\partial h_{i+1}^{j+1}} & \frac{\partial C_j}{\partial v_{i+1}^{j+1}} & \dots & \frac{\partial C_j}{\partial h_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial C_j}{\partial v_{N-1}^{j+1}} & \frac{\partial C_j}{\partial v_N^{j+1}} & \frac{\partial C_j}{\partial h_N^{j+1}} \\
 \frac{\partial v_1^{j+1}}{\partial h_2^{j+1}} & \frac{\partial v_1^{j+1}}{\partial v_2^{j+1}} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots
 \end{bmatrix}^{(k)} \quad (4.58)$$

Comparando-se a matriz jacobiana (4.58) com a da fase de calibração (4.52) nota-se que a mesma possui uma linha e uma coluna a mais do que a matriz para a fase de calibração. Evidentemente a coluna adicional (a última) é correspondente à incógnita, que era prescrita na fase de calibração, da outra variável dependente na seção extrema de jusante, no caso aqui ilustrado a profundidade média naquela seção em qualquer tempo (h_N^{j+1}).

A linha adicional da matriz (4.58) representa as derivadas da curva-chave em relação às incógnitas, e claramente possui apenas seus dois últimos elementos diferentes de zero. A matriz prossegue apresentando estrutura de tipo banda, e seu aspecto para $N=11$ é mostrado na Figura 4.5

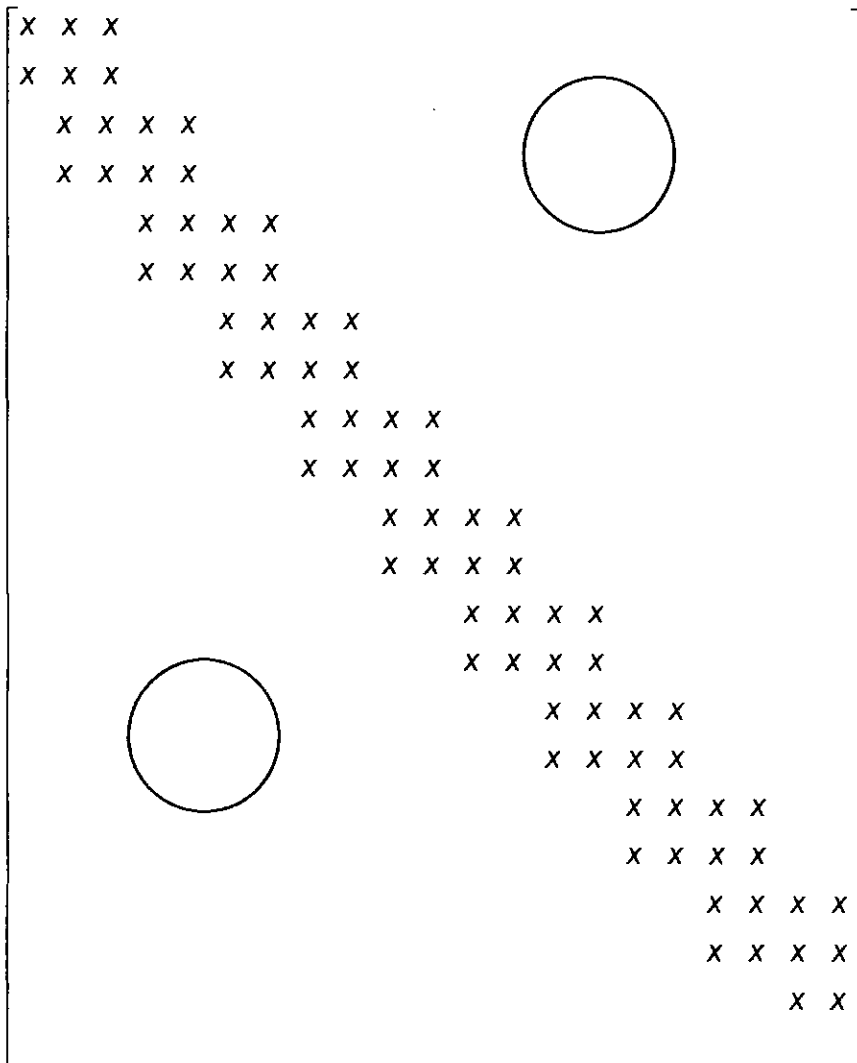


Figura 4.5 Aspecto da Matriz Banda da Fase de Validação/Previsão(N=11)

Os vetores de correção das incógnitas \underline{dx} para o ciclo posterior de iteração "k+1" e o vetor de resíduos \underline{U} para o ciclo "k+1" para um passo de tempo "j" são respectivamente dados agora por :

$$\underline{dx} = \begin{pmatrix} (v_1^{j+1})^{k+1} - (v_1^{j+1})^k \\ (h_2^{j+1})^{k+1} - (h_2^{j+1})^k \\ (v_2^{j+1})^{k+1} - (v_2^{j+1})^k \\ \dots \\ (h_{i+1}^{j+1})^{k+1} - (h_{i+1}^{j+1})^k \\ (v_{i+1}^{j+1})^{k+1} - (v_{i+1}^{j+1})^k \\ \dots \\ (h_{N-1}^{j+1})^{k+1} - (h_{N-1}^{j+1})^k \\ (v_{N-1}^{j+1})^{k+1} - (v_{N-1}^{j+1})^k \\ (v_N^{j+1})^{k+1} - (v_N^{j+1})^k \\ (h_N^{j+1})^{k+1} - (h_N^{j+1})^k \end{pmatrix} \quad (4.59)$$

O vetor de resíduos \underline{U}^k por sua vez será:

$$\underline{U}^k = [(F_1^j)^k, (G_1^j)^k, \dots, (F_i^j)^k, (G_i^j)^k, \dots, (F_{N-1}^j)^k, (G_{N-1}^j)^k, (C_j)^k]^T \quad (4.60)$$

4.6 - Influência das Condições de Contorno a Montante.

O movimento da onda de cheia natural nos cursos d'água, quando é estudado um determinado comprimento do domínio na direção do escoamento, é iniciado assim que aquela onda atinge a seção extrema de montante do trecho em estudo. Tanto no caso de regime sub-crítico de escoamento como no de super-crítico, as variáveis da onda na seção de montante do trecho serão responsáveis, em conjunto com outros fatores físicos e hidráulicos, pelo seu comportamento no caminhamento ao longo do domínio na direção de jusante. De acordo com o Método das Características (Abbott, 1966), nos dois tipos de regime, as

informações de montante são transportadas para jusante ao longo das denominadas direções características. No caso das equações de Saint-Venant, por constituírem um sistema a derivadas parciais do tipo hiperbólico, haverá sempre duas direções características, sendo que pelo menos uma delas transporta perturbações do escoamento de montante para jusante. No enfoque do método das características, nos escoamentos em regime sub-crítico, a partir de um ponto W no domínio do plano espaço-tempo $x-t$, podem ser consideradas duas características C^+ e C^- , e ao longo de C^+ são propagadas propriedades do escoamento de montante para jusante em tempos anteriores (Figura 4.6a).

No caso de regimes supercríticos, ao longo de ambas características C^+ e C^- , são propagadas quaisquer perturbações do escoamento em tempos anteriores, de montante para jusante até o ponto W (Figura 4.6 b).

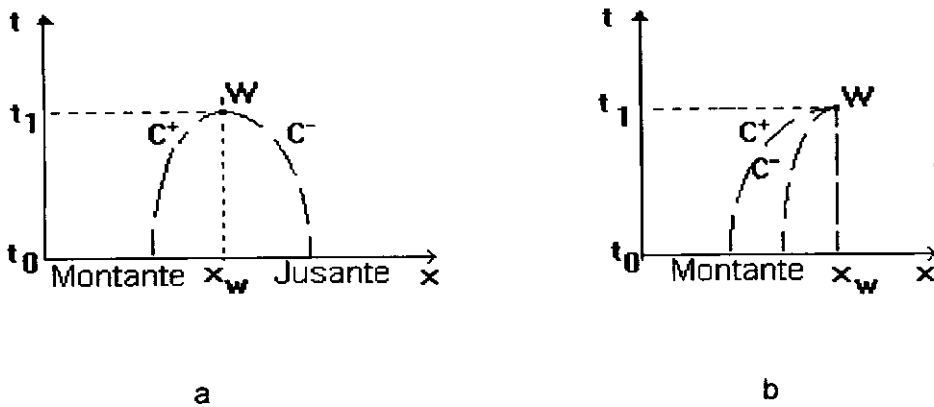


Figura 4.6 - Direções de Propagação de Perturbação para Escoamento Sub-Crítico "a" e Escoamento Supercrítico "b".

A correta introdução das condições de contorno no extremo de montante é fundamental para que um modelo hidrodinâmico forneça soluções compatíveis no interior do domínio, ainda que as condições iniciais não apresentem alto grau de precisão.

4.7 - Influência das Condições de Contorno a Jusante.

Em modelos hidrodinâmicos não-permanentes, principalmente na fase de calibração, as condições de contorno de jusante desempenham papel preponderante no comportamento do modelo numérico associado (Cunge, Holly e Verwey, 1980). Segundo estes autores a condição mais eficaz a ser prescrita a

jusante teoricamente seria a variação $Y(t)$ ou $h(t)$. Por outro lado a condição unívoca $Q(h)$ ou $Q(Y)$ seria bastante adequada para escoamentos em regime permanente, porém deve ser analisada com extrema cautela para regimes transientes.

Na ocasião da passagem de uma onda de enchente, a curva-chave $Q(h)$ ou $Q(Y)$, pode apresentar comportamento essencialmente distinto daquele que ocorre no regime permanente, podendo apresentar ramos válidos isoladamente durante a ascensão da enchente e da recessão conforme a Figura 4.7

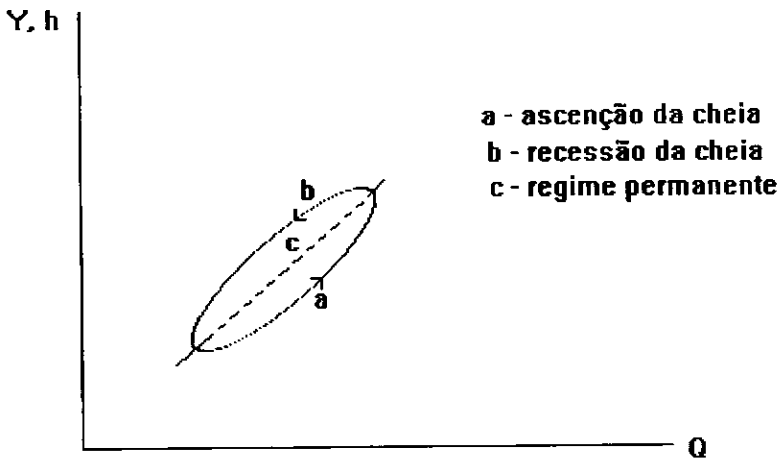


Figura 4.7 - Curva-Chave para regime permanente, subida ou descida da cheia

Em determinados casos, a relação cota-vazão pode assumir aspectos ainda menos simples, como mostra a Figura 4.8

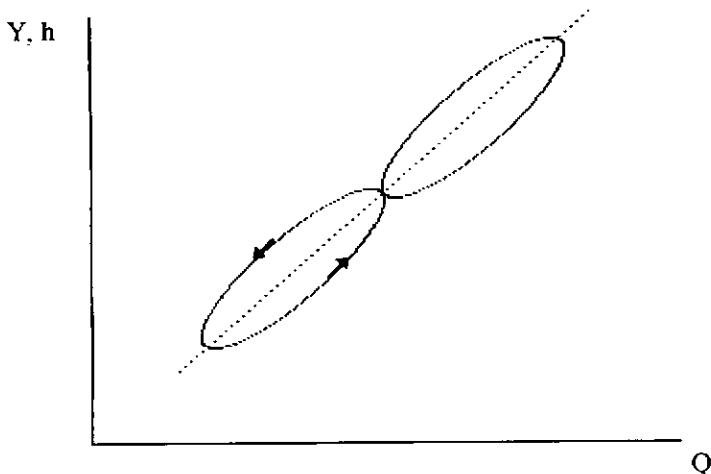


Figura 4.8 - Curva-Chave com "loop" complexo

Em geral, o uso da curva-chave estabelecida para regime permanente funciona adequadamente no cálculo da propagação de enchentes em situações de escoamento transitório lento, suave e sem extravazamento para fora da calha principal da seção transversal.

No caso das enchentes não-naturais, como as resultantes de ruptura de barragens, a limitação do uso da curva-chave para regime permanente torna-se ainda mais evidente no caso de transientes abruptos, e que freqüentemente extravazam da calha principal.

É importante ainda ressaltar que dependendo da forma adotada para as equações de Saint-Venant, os efeitos de suas não linearidades podem ser conflitantes em maior ou menor grau com a aparente linearidade de relação cotavazão do regime permanente, o que será discutido nas aplicações deste trabalho.

Um outra situação que merece comentários, e que costuma ocorrer nas simulações de onda de cheia proveniente de ruptura hipotética de uma barragem (caso preventivo), é aquela onde não se dispõe de curva-chave ao final do trecho que se deseja simular. Nesses casos, apesar de ser possível a formulação da condição de contorno de jusante do tipo onda cinemática ($S_o \cong S_f$), observam-se resultados razoáveis apenas quando são empregadas as formas mais simples e com não-linearidades menos rigorosas nas equações de Saint-Venant, como por exemplo com h e v como variáveis dependentes (Mascarenhas, 1990).

5.1 - Introdução

O domínio virtual estendido consiste em um artifício que apresenta uma justificativa física para sua utilização, uma vez que basicamente procura deslocar para fora do domínio de interesse do problema, porém dentro de um domínio compatível real, pontos ou locais passíveis de introduzir perturbações indesejáveis nas soluções em regiões do domínio onde se buscam resultados satisfatórios.

Apesar de já ter sido mencionada a possibilidade de seu uso em Cunge, Holly e Verwey (1980), a principal aplicação do domínio virtual estendido a problemas de hidráulica fluvial foi efetuada por Karmegan, Rangapathy e Haribabu (1991), para um modelo de propagação por condutância. Os mencionados autores ressaltaram o fato de que o uso de uma curva-chave como condição de contorno a jusante, por conflitar com a situação real de regime não-permanente e variado, poderia acarretar erros na solução numérica das equações de Saint-Venant não apenas em local próximo ao limite de jusante, mas também no todo ou parte do domínio de interesse do problema.

No trabalho citado os autores propuseram o uso do domínio estendido a partir de duas vezes o comprimento real do trecho fluvial de interesse, para que os erros advindos da curva-chave permanente não influíssem significativamente nas soluções calculadas dentro do domínio em estudo.

5.2 - O Método das Características

A teoria do método das características (Abbott, 1966), foi inicialmente estabelecida para escoamentos sub-críticos em canais com seção retangular constante, fundo horizontal e sem atrito, com contribuição lateral de vazão nula.

Para tal situação a equação de conservação de quantidade de movimento toma a forma conhecida como equação de Euler, ou mais simplesmente equação de movimento:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (5.1)$$

A lei de conservação da massa para a situação apresentada é escrita sob a forma:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (5.2)$$

Admitindo-se que os termos advectivos são de pequena ordem de grandeza, podem ser eliminados os termos não lineares e as equações (5.1) e (5.2) ficam (Mascarenhas, 1990):

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (5.4)$$

Para completar a linearização substitui-se a variável h do segundo termo de (5.4) por um valor médio constante \bar{h} , resultando em:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \bar{h} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (5.5)$$

Derivando-se (5.3) em relação a $\bar{h} \frac{\partial}{\partial x}$ e (5.5) em relação a $\frac{\partial}{\partial t}$, vem:

$$\bar{h} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} + g \bar{h} \frac{\partial^2 h}{\partial t \partial x} = 0 \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + \bar{h} \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} = 0 \quad (5.7)$$

Subtraindo-se as expressões tem-se:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} - gh \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0 \quad (5.8)$$

Analogamente, derivando-se (5.3) em relação a $\frac{\partial}{\partial t}$ e (5.5) em relação a $g \frac{\partial}{\partial x}$ e subtraindo as expressões resultantes chega-se a :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - gh \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0 \quad (5.9)$$

A semelhança entre as duas equações é evidente e indica que os sistemas compostos pelas profundidades e velocidades do escoamento propagam-se da mesma maneira, e tanto (5.8) como (5.9) podem ser denominadas “equações de onda”. Na abordagem de Euler para a equação da onda, são introduzidas as seguintes variáveis auxiliares:

$$a = x - ct \quad (5.10)$$

$$b = x + ct$$

onde

$$c = \sqrt{gh} \quad (5.11)$$

Verifica-se que os operadores diferenciais parciais temporal e espacial podem ser escritos como:

$$\frac{\partial}{\partial t} = c \left(-\frac{\partial}{\partial a} + \frac{\partial}{\partial b} \right) \quad (5.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \left(\frac{\partial}{\partial a} + \frac{\partial}{\partial b} \right) \quad (5.13)$$

Então os termos da expressão (5.8) ficam:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 h}{\partial a^2} - 2 \frac{\partial^2 h}{\partial a \partial b} + \frac{\partial^2 h}{\partial b^2} \right) \quad (5.14)$$

$$-gh \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = -c^2 \left(\frac{\partial^2 h}{\partial a^2} + 2 \frac{\partial^2 h}{\partial a \partial b} + \frac{\partial^2 h}{\partial b^2} \right) \quad (5.15)$$

Somando-se as duas expressões e dividindo por $-4c^2$, a equação (5.8) agora fica:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial a \partial b} = 0 \quad (5.16)$$

Integrando-se (5.16) é obtida a expressão:

$$\frac{\partial h}{\partial b} = B'(b) \quad (5.17)$$

onde $B'(b)$ é uma função que possui derivada nula em relação à variável "a":

Integrando-se (5.17) em relação a "b", vem

$$h = \int B'(b) db + A(a) \quad (5.18)$$

Como B' é função exclusivamente de "b", pode-se escrever:

$$\int B'(b) db = B(b) \quad (5.19)$$

então:

$$h = A(a) + B(b) \quad (5.20)$$

ou

$$h = A(x-ct) + B(x+ct) \quad (5.21)$$

A equação (5.21) representa uma solução completa da equação diferencial parcial (5.8), já que **A** e **B** são funções que dependem evidentemente de condições iniciais e de contorno. Uma solução do mesmo tipo pode ser obtida para a equação (5.9) procedendo-se analogamente.

É importante notar que a função **A** da variável auxiliar "a" é válida para um tempo intermediário genérico τ , o que equivale a considerar-se a distância $(x-c\tau)$ e o tempo $(t-\tau)$, indicando que há uma transferência de todas as propriedades da função a partir dos pontos de coordenadas $\{(x-c\tau), (t-\tau)\}$ no plano $x-t$ para um outro ponto qualquer (x, t) . O conjunto desses pontos para valores diversos de τ configura uma linha ou direção característica, ao longo da qual as propriedades do escoamento são transportadas com velocidade de propagação ou celeridade c .

Para sistemas hiperbólicos, haverá uma característica positiva C^+ e outra negativa C^- , cujas direções são fornecidas por:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{\pm} = \pm\sqrt{gh} \quad (5.22)$$

Para as equações de Saint-Venant, sem as linearizações efetuadas, pode-se mostrar (Abbott, 1966) que, para um referencial fixo, sendo v a velocidade do escoamento, as direções características serão:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{\pm} = v \pm \sqrt{gh} = v \pm c \quad (5.23)$$

Na abordagem de Riemann, considera-se inicialmente a seguinte expressão diferencial parcial:

$$F = \frac{\partial f}{\partial t} + k_{xt} \frac{\partial f}{\partial x} = \left\{ \frac{\partial}{\partial t} + k_{xt} \frac{\partial}{\partial x} \right\} f \quad (5.24)$$

onde k_{xt} é associada à relação $\frac{dx}{dt}$

O diferencial total da função f , que pode representar indistintamente h ou v , é:

$$df = \frac{\partial f}{\partial t} dt + \frac{\partial f}{\partial x} dx \quad (5.25)$$

Desenvolvendo-se matematicamente o terceiro termo de (5.1), vem:

$$g \frac{\partial h}{\partial x} = c \frac{\partial(2c)}{\partial x} \quad (5.26)$$

Então a equação (5.1) agora fica:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + c \frac{\partial(2c)}{\partial x} = 0 \quad (5.27)$$

De forma análoga, a expressão (5.2), após desenvolvimento, ficará da forma:

$$\frac{\partial(2c)}{\partial t} + v \frac{\partial(2c)}{\partial x} + c \frac{\partial(2c)}{\partial x} = 0 \quad (5.28)$$

Somando-se e subtraindo-se as equações (5.27) e (5.28) obtêm-se as expressões:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + (v+c) \frac{\partial}{\partial x} \right\} (v+2c) = 0 \quad (5.29)$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + (v-c) \frac{\partial}{\partial x} \right\} (v-2c) = 0 \quad (5.30)$$

As formas diferenciais totais para as duas expressões são:

$$\frac{dx}{dt} = v \pm c$$

(5.31)

$$d(v \pm 2c) = 0$$

Ao longo das linhas características cujas direções são dadas por $v \pm c$ as quantidades denominadas "invariantes de Riemann", J , serão constantes, sendo:

$$J_{\pm} = v \pm 2c \quad (5.32)$$

Para os casos reais onde o fundo do canal ou rio não é horizontal e os efeitos de atrito são importantes, a equação de quantidade de movimento possui evidentemente o termo $g(S_0 - S_f)$ do lado direito da equação (5.1), e o desenvolvimento do método das características resulta um pouco diferente do apresentado anteriormente.

Ainda pelo fato dos escoamentos reais serem transientes e variados, as direções características não são evidentemente linhas retas, nem os invariantes de Riemann como apresentados na expressão (5.32). Ainda assim, o método pode ser utilizado para pequenos espaçamentos da malha de discretização, tanto no espaço como no tempo, supondo-se que para tais valores as linhas características podem ser aproximadas por segmentos de reta. Os invariantes de Riemann também nos casos reais se apresentam modificados e têm como expressão geral:

$$J_{\pm} = v \pm 2c - g(S_0 - S_f) \quad (5.33)$$

Desde que S_0 pode não ser constante, e sendo S_f função do coeficiente de rugosidade, profundidade e velocidade médias, sendo estas três quantidades variáveis no espaço e no tempo, para a quantificação dos invariantes de Riemann em situações reais seria necessário o conhecimento funcional de $S_0(x)$ e $S_f(x, t)$, o que é complicado em inúmeros casos práticos.

5.3 - Região Perturbada e Não Perturbada de escoamentos. Domínio Virtual Estendido.

Teoricamente, de acordo com o Método das Características, na maioria dos escoamentos naturais uma perturbação que ocorre em um certo ponto W do domínio influencia a região sombreada da Figura 5.1(a), para tempos posteriores ao tempo no ponto W . Por outro lado, no sentido inverso do tempo, evidentemente em termos de construção gráfica, a partir de um ponto W' do mesmo domínio pode-se visualizar a zona que possui influência direta nas condições de escoamento em W' (Figura 5.1(b)). As linhas delimitantes em ambos os casos são claramente as direções características C^+ e C^- (Cunge, Holly e Verwey, 1980). Os invariantes de Riemann, em escoamentos reais, não são determinados devido principalmente aos termos de declividade do fundo e de atrito, de modo que não é possível determinar-se, com exatidão, os locais reais das regiões rigorosamente livres de influência das condições que ocorrem a montante.

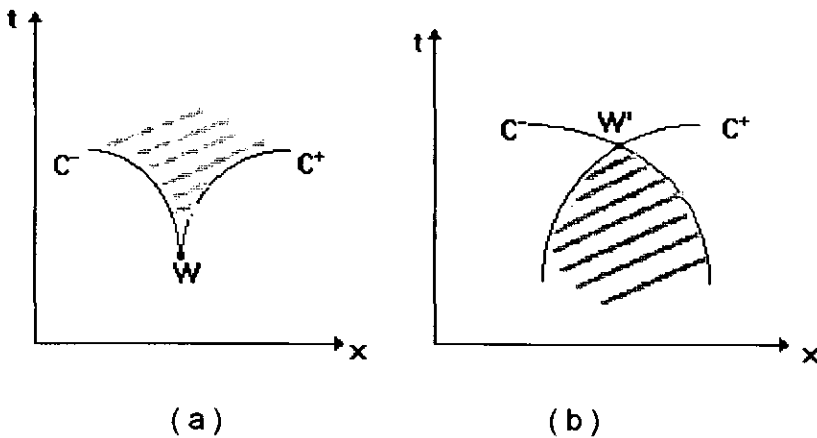


Figura 5.1 - Regiões sombreadas que amostram zonas de influência onde os escoamentos naturais apresentam perturbações

Deve ser reconhecido, além disso, o fato de que tampouco as direções características C^+ e C^- podem então ser exatamente determinadas. No entanto, como visto no item anterior, a aproximação por segmentos de reta das direções características será sempre mais razoável, em escoamentos reais, do que a obtenção aproximada, e suas direções de transporte, das quantidades invariantes J_+ e J_- , principalmente nas situações onde declividade e atrito predominem em determinados trechos do domínio e em certos intervalos de tempo. No caso das

ondas de ruptura de barragens, onde há grandes variações de energia potencial e cinética, ambas afetadas por dissipação de atrito, a limitação mencionada torna-se ainda mais restritiva.

Como fisicamente uma perturbação que ingressa em um escoamento razoavelmente bem comportado requer, em cada seção, um certo intervalo de tempo decorrido para ser "percebida", pode-se deduzir que em uma abcissa suficientemente distante daquela da perturbação, para um tempo decorrido proporcional à celeridade do fenômeno, não serão observadas influências sensíveis da perturbação.

Dentro da abordagem hidráulica, na abcissa de tal seção é perfeitamente viável a consideração de escoamento do tipo torrencial ou cachoeira, cuja ocorrência em nada afeta as condições que ocorrem a montante, o que pode ser comprovado pela aplicação direta do teorema de Bernoulli para fluxos incompressíveis. Em termos práticos, é claramente impossível a aplicação rigorosa de tais considerações em uma seção qualquer de um escoamento transitório e variado, a menos que seja possível estimar a posição a partir da qual, para um determinado tempo decorrido, a influência da perturbação que ocorre a montante torne-se pequena ou bastante para que a mencionada posição corresponda a uma "região não perturbada".

Desde que não é possível a quantificação das variações de atrito, ou seja, $S_f(x, t)$ não é função determinável a priori, a estimativa da extensão do domínio, ao final da qual a influência de perturbações ocorridas a montante sejam desprezíveis, deve ser baseada em aproximações esquemáticas da discretização do plano espaço - tempo a partir das linhas características do problema.

Denominando este domínio estendido como "domínio virtual", sendo L o comprimento real do trecho em estudo, e T_f o tempo final de simulação, que no caso de onda de ruptura da barragem corresponde aproximadamente ao tempo de esvaziamento do reservatório associado, a Figura 5.2 permite a estimativa da abcissa a partir da qual o artifício do domínio virtual possa ser empregado.

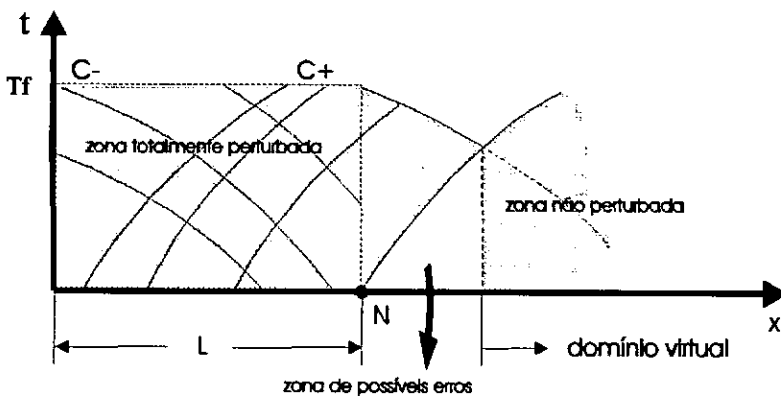


Figura 5.2 - Esquema Gráfico Aproximado para o Domínio Virtual L'

Como será visto nas aplicações, para uma estimativa adequada do valor do comprimento virtual, torna-se suficiente a prescrição, no limite de jusante do domínio estendido, de valores constantes no tempo de uma das variáveis dependentes do problema. Isso poderia implicar que nesse limite uma relação do tipo curva-chave seria igualmente viável. Apesar desta ser uma hipótese coerente com a zona não perturbada, restrições na obtenção de solução numérica muitas vezes podem ser mais rigorosas com o uso da curva-chave, principalmente quando algoritmos iterativos são utilizados.

6.1 - Introdução

Os modelos matemáticos computacionais empregados neste trabalho são todos baseados na solução das equações de Saint-Venant por meio do esquema implícito de Preissmann de diferenças finitas.

Apesar do fato de que os modelos utilizam as mesmas leis físicas de conservação, pode-se notar aspectos distintos quanto às soluções numéricas dos mesmos, uma vez que, como já visto, as equações de Saint-Venant podem ser escritas sob diversas formas. Além disso, algoritmos numéricos baseados em maneiras distintas de discretização e solução, podem ter seu comportamento condicionado a fatores como por exemplo o grau de não linearidade das equações, o processo de linearização e as formas particulares das equações descritoras dos fenômenos utilizados. Para escoamentos razoavelmente bem comportados, é evidente que os modelos citados tendem a apresentar soluções praticamente idênticas, uma vez que em tais casos todos os termos das equações de Saint-Venant, independentemente da forma sob a qual as mesmas são escritas, apresentam ordens de grandeza equivalentes. Os modelos foram desenvolvidos em linguagem FORTRAN, e utilizam como variáveis dependentes a vazão (Q) e a cota da superfície livre (Y).

6.2 - Modelo PROPAG

Neste modelo as equações da continuidade e dinâmica utilizadas apresentam-se sem o termo de contribuição lateral de vazão q, já que nos casos de aplicação tal contribuição será desconsiderada, e são escritas como:

$$B \frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + g A \left(\frac{\partial Y}{\partial x} + S_f + S_c \right) = 0 \quad (6.2)$$

Na equação dinâmica (6.2) é introduzido o termo de perda localizada S_c , dado por (Fread, 1982e):

$$S_c = \frac{k_{cpl}}{2g} \left| \Delta \left(\frac{Q^2}{A^2} \right) \right| \quad (6.3)$$

A declividade da linha da energia S_f é escrita da forma:

$$S_f = \frac{n^2 Q^2}{A^2 R^p} \quad (6.4)$$

Em S_c e S_f , adota-se a seguinte simbologia:

k_{cpl} - coeficiente de perda localizada entre -1 e 1

Δ - símbolo que significa a diferença de valores entre duas seções adjacentes

p - expoente do raio hidráulico, usualmente inferior a 4/3 para regime não-permanente.

A largura B da seção transversal à superfície livre na equação da continuidade (6.1), no caso de extravazamento de água para fora do leito principal é substituída pela largura de armazenamento B_s .

O modelo PROPAG considera duas aproximações para a geometria da seção transversal, retangulares ou trapezoidais equivalentes, mostradas esquematicamente nas Figuras 6.1 e 6.2.

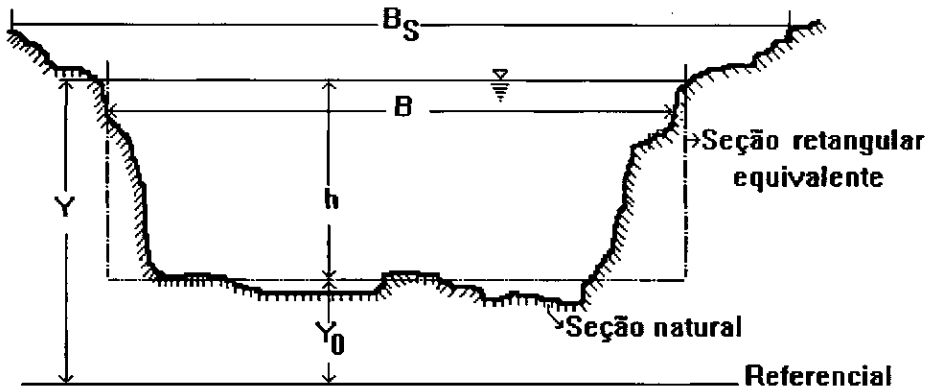


Figura 6.1 Seção Retangular Equivalente

Para seção retangular equivalente, a área molhada, o perímetro molhado e o raio hidráulico serão dados por;

$$A = Bh = B(Y - Y_0)$$

$$P = B + 2h = B + 2(Y - Y_0) \quad (6.5)$$

$$R = \frac{B(Y - Y_0)}{B + 2(Y - Y_0)}$$

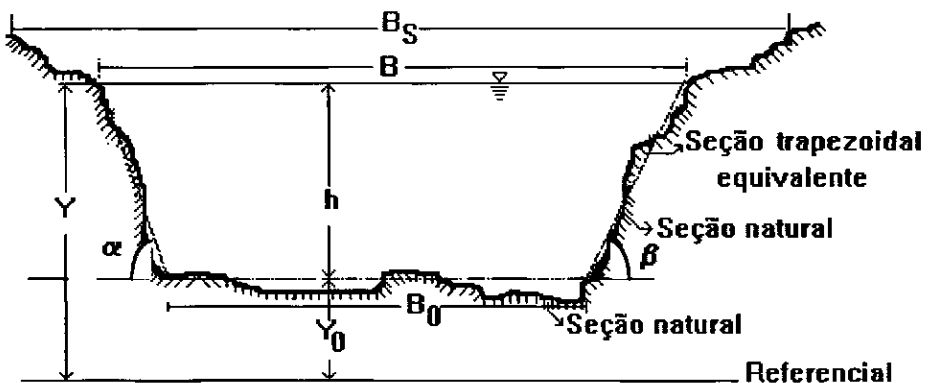


Figura 6.2 Seção Trapezoidal Equivalente

As propriedades da seção trapezoidal equivalente são dadas por:

$$B = B_0 + h(\cot \alpha + \cot \beta) = B_0 + (Y - Y_0)(\cot \alpha + \cot \beta)$$

$$A = \left[2B_0 + (Y - Y_0)(\cot \alpha + \cot \beta) \right] \frac{(Y - Y_0)}{2} \quad (6.6)$$

$$P = B_0 + (Y - Y_0)(\csc \alpha + \csc \beta)$$

No modelo PROPAG as equações de Saint-Venant são discretizadas através do esquema de Preissmann de diferenças finitas, e os sistemas discretos são resolvidos pelo Método Generalizado de Newton-Raphson, que, como já visto, consiste em um procedimento iterativo. O modelo utiliza como condições de contorno a montante um hidrograma de vazões, e como condições de contorno de jusante também um hidrograma de vazões ou alternativamente uma curva-chave na seção extrema a jusante.

Tendo em vista essas características do modelo, alguns comentários devem ser feitos sobre as particularidades do mesmo, e que merecerão destaque na análise dos resultados das aplicações deste trabalho:

1. A forma utilizada para as equações de Saint-Venant, (6.1) e (6.2), apesar de não ser conservativa, preserva não-linearidades, principalmente o termo $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right)$ na equação dinâmica. O fato desta derivada ser mantida sem linearizações decorrentes da derivação da relação $\frac{Q^2}{A}$, pode fazer com que numericamente aquele termo assumam ordens de grandeza elevadas em determinados problemas. Isto em geral ocorre em escoamentos com vazões altas, como é o caso das ondas de ruptura de barragens.

2. A declividade da linha da energia é também fortemente não-linear com potência segunda na vazão e com expoente variável para o raio hidráulico. Como a condutância K

da seção não é utilizada em S_f , sua variabilidade pode em certos casos ser bastante grande. Como a declividade do fundo não aparece na equação dinâmica, e, que costuma compensar os altos valores de S_f , aquela equação discretizada pode apresentar oscilações numéricas no tempo e no espaço, bem como suas derivadas que são necessárias no Método Generalizado de Newton-Raphson, que é o utilizado no modelo PROPAG.

3. As variáveis dependentes empregadas, vazão e cota, possuem um certo grau de interdependência, ao contrário da profundidade e velocidade, o que pode complicar a análise isolada dos efeitos dos parâmetros separadamente em Q e em Y calculados pelo modelo

4. O modelo não utiliza seções transversais tabeladas, sendo essas seções aproximadas geometricamente por retângulos e trapézios equivalentes.

5. Ao ser utilizada uma curva-chave como condição de contorno de jusante, a matriz jacobiana do Método Generalizado de Newton-Raphson possuirá sempre um valor igual a unidade. De fato, supondo que a relação da curva-chave discretizada é do tipo;

$$Q_N^{j+1} = a(Y_N^{j+1})^b \quad (6.7)$$

Então a derivada da curva-chave em relação a Q_N^{j+1} será sempre igual a 1, o que pode causar um mau condicionamento da matriz jacobiana, já que em geral os demais termos são de ordens de grandeza bem inferiores. Isso pode causar sérios problemas de convergência no processo numérico da solução, e em algumas situações a convergência pode não ser alcançada.

6. A perda localizada S_c com a vazão e a área, ao invés da velocidade, também pode apresentar valores discretos elevados em alguns casos.

6.3 - Modelo FLOOD

O modelo FLOOD (Dib e Braga, 1985), gentilmente cedido pelos autores para ser aplicado neste trabalho, foi submetido a adaptações para execução em ambiente de

microcomputador e recebeu a introdução do termo de perda localizada na equação dinâmica, de forma a poder ser utilizado na propagação de onda de ruptura de barragem.

Neste modelo, as seguintes formas das equações de Saint-Venant são utilizadas;

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (6.8)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{QB}{A} \frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} + gA \frac{\partial Y}{\partial x} + \frac{gAQ|Q|}{K^2} + gAS_c = 0 \quad (6.9)$$

onde;

$$K = \frac{AR^{2/3}}{n} \quad (6.10)$$

O modelo FLOOD trabalha com seções transversais tabeladas, e além disso possui uma rotina que avalia o coeficiente de rugosidade de Manning em cada seção, para diferentes níveis de água. Como o modelo foi inicialmente calibrado para cálculo de propagação de cheias no rio Paraná, a jusante da barragem de Itaipu, seus principais parâmetros foram ajustados para reproduzir os hidrogramas em seções predeterminadas do trecho, onde valores reais ou observados de vazão e/ou cota eram disponíveis.

Apesar do modelo utilizar as mesmas variáveis dependentes do modelo PROPAG (vazão e cota), pode-se enumerar alguns aspectos distintos entre os modelos FLOOD e PROPAG:

1. A equação dinâmica é linearizada com respeito ao termo $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right)$, o que pode acarretar comportamento numérico diferente do modelo PROPAG, para casos onde as vazões sejam de ordem de grandeza maior e o transiente mais abrupto.

2. O uso da condutância de seção, na declividade de linha de energia, a partir de dados tabelados, permite, em uma primeira análise, admitir valor fixo de $2/3$ para o expoente do raio hidráulico. O coeficiente de rugosidade e a condutância tabelada quantificam o valor de S_f de forma mais contínua do que no modelo PROPAG.

3. A solução numérica dos sistemas discretizados pelo esquema de Preissmann é efetuada por processo de linearização com incrementos, como mostrado no item (4.4). Este é um aspecto favorável, em relação ao modelo PROPAG, para ondas de cheia razoavelmente bem comportadas, uma vez que iterações desnecessárias do Método Generalizado de Newton-Raphson são evitadas. Porém no caso de transientes abruptos, o processo utilizado de solução dos sistemas discretos pode não apresentar a precisão requerida.

4. Eventuais erros advindos da curva-chave como condição de contorno de jusante para o modelo FLOOD possuem menor influência nas soluções calculadas pelo mesmo, devido à redução de não-linearidade na equação dinâmica.

5. O modelo FLOOD permite o uso de incremento espacial variável, o que é vantajoso em função das disponibilidades dos dados.

6.4 - Aplicação ao rio Paraná

Esta aplicação foi considerada como um teste para o modelo FLOOD, após sua adaptação para execução em ambiente de microcomputador, bem como a inclusão no modelo do termo da perda de carga localizada.

Os dados e as condições da aplicação são os mesmos utilizados por Dib e Braga (1985), correspondentes ao trecho do rio Paraná a jusante da barragem de Itaipú, mostrado na Figura 6.3.

O período de tempo simulado foi de 05/05/73 a 20/06/73, com intervalo de tempo de um dia, e espaçamento entre seções variável, de acordo com o estudo original.

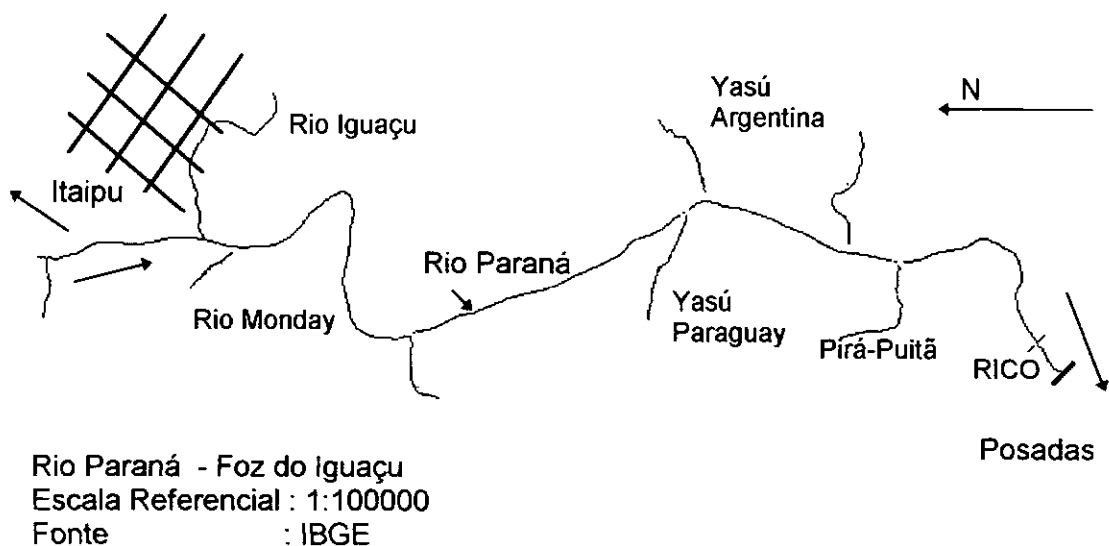


Figura 6.3 - Croquis de localização do trecho de estudo do rio Paraná

São utilizadas 39 seções transversais no rio Paraná e 7 no rio Iguazu e a simulação considera como condições de contorno a montante os hidrogramas de vazões nas seções iniciais dos rios Paraná e Iguazu. A condição de contorno a jusante é a relação da curva-chave na seção de Posadas, situada no território argentino. Como ilustração deste caso de aplicação, são mostrados na Figura 6.4, as cotas calculadas e observadas na seção denominada RICO, apesar do modelo FLOOD fornecer outros cotogramas para comparações em outras seções, que podem ser vistos em Dib e Braga (1985).

Os parâmetros do modelo para esta aplicação restringem-se aos coeficientes de rugosidade em cada seção para diversos níveis d'água, conhecidos a priori, uma vez que o modelo FLOOD usa a condutância em S_f , sendo fixado em $2/3$ o expoente do raio hidráulico naquela condutância (equação 6.10).

O parâmetro de ponderação θ do esquema de Preissmann foi adotado como 0,8, e verificou-se que valores um pouco acima ou abaixo desse valor não provocam variações significativas nos resultados.

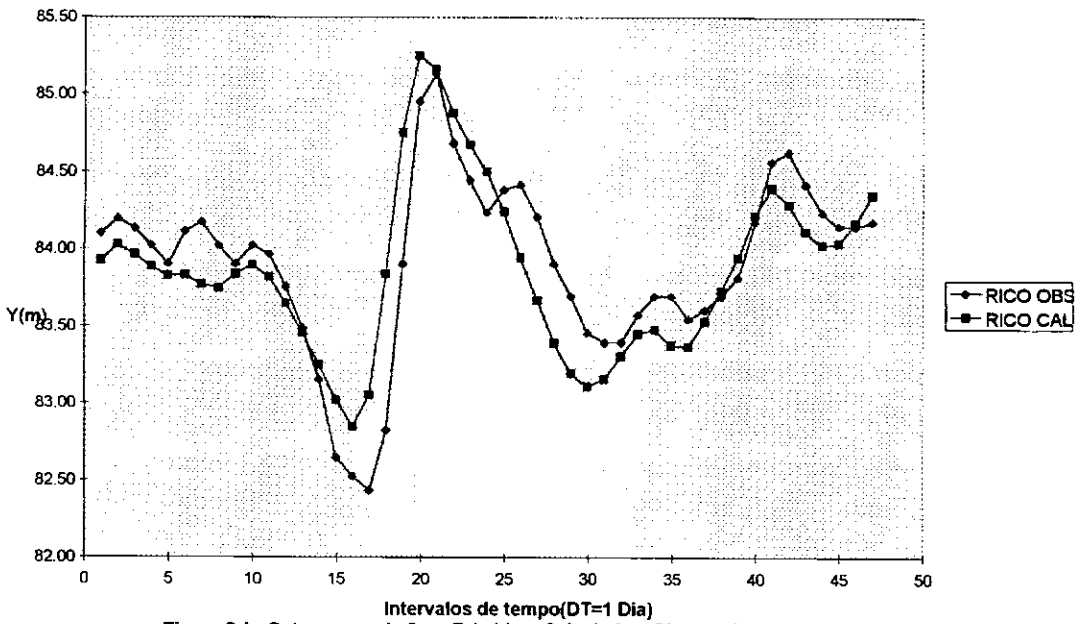


Figura 6.4 - Cotogramas da Superfície Livre Calculado e Observado em RICO (Modelo FLOOD)

É interessante notar que o uso da curva-chave como condição de contorno de jusante não apresenta problemas para o modelo FLOOD, o que o torna vantajoso sob esse aspecto. Como as equações do modelo não apresentam não-linearidades fortes,

devido à linearização do termo original $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right)$, da equação dinâmica, e ainda pelo

fato do modelo utilizar técnica numérica de linearização por incrementos nas equações discretizadas em diferenças finitas, ao invés do Método Generalizado de Newton-Raphson, eventuais incompatibilidades oriundas da curva-chave para regime permanente não têm influência sensível na obtenção de resultados satisfatórios, pelo menos para enchentes naturais.

6.5 - Aplicação ao rio Uruguai

6.5.1 Calibração de Onda de Cheia e Teste do Modelo FLOOD

A aplicação ao rio Uruguai teve por base o trabalho de Mascarenhas (1980), tendo em vista que, entre os postos fluviométricos de Marcelino Ramos e de Itá, o mencionado trabalho apresenta todos os dados necessários para o cálculo da propagação de ondas de cheia. Deve ser ressaltado que, naquele trabalho, foram

utilizadas as equações de Saint-Venant com velocidade e profundidade médias como variáveis dependentes. Como ambos os modelos aplicados neste trabalho utilizam a vazão e a cota da superfície livre, fica caracterizado um tipo de modelação matemática diferente da anteriormente empregada. Além disso, as equações de Saint-Venant empregadas em Mascarenhas (1980), com h e v , não apresentam termos não-lineares fortes, ao contrário do que ocorre com as mesmas equações escritas com Q e Y . Também merece atenção o fato de que h e v possuem um grau bem menor de interdependência do que a vazão (Q) e a cota de superfície livre (Y). Por trabalharem com a cota (Y), os modelos FLOOD e PROPAG não necessitam da introdução da declividade de fundo, ao contrário do trabalho original, onde aquele valor era considerado médio representativo no trecho de aplicação. Tal fato pode constituir-se em uma vantagem para os modelos FLOOD e PROPAG, já que nem sempre a avaliação da declividade do fundo pode ser quantificada com precisão, e muitas vezes apresenta variabilidade espacial incompatível com a adoção de um valor médio para a mesma. Além disso, diversos estudos ressaltam que a magnitude de S_0 , possui grande influência nas celeridades das ondas de cheia.

O trecho de aplicação, que pode ser visto na Figura 6.5, não apresenta contribuição lateral significativa, e a maioria das seções transversais possui forma aproximadamente regular, apesar de estarem também disponíveis na forma tabelada. Essa regularidade aproximada nas formas das seções permite o uso de seções retangulares e/ou trapezoidais equivalentes, no modelo PROPAG.

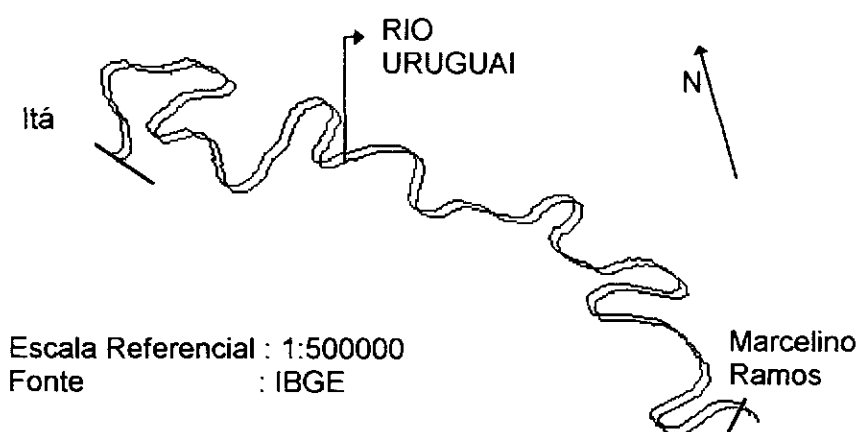


Figura 6.5 - Croquis de localização do trecho Marcelino Ramos - Itá, Rio Uruguai

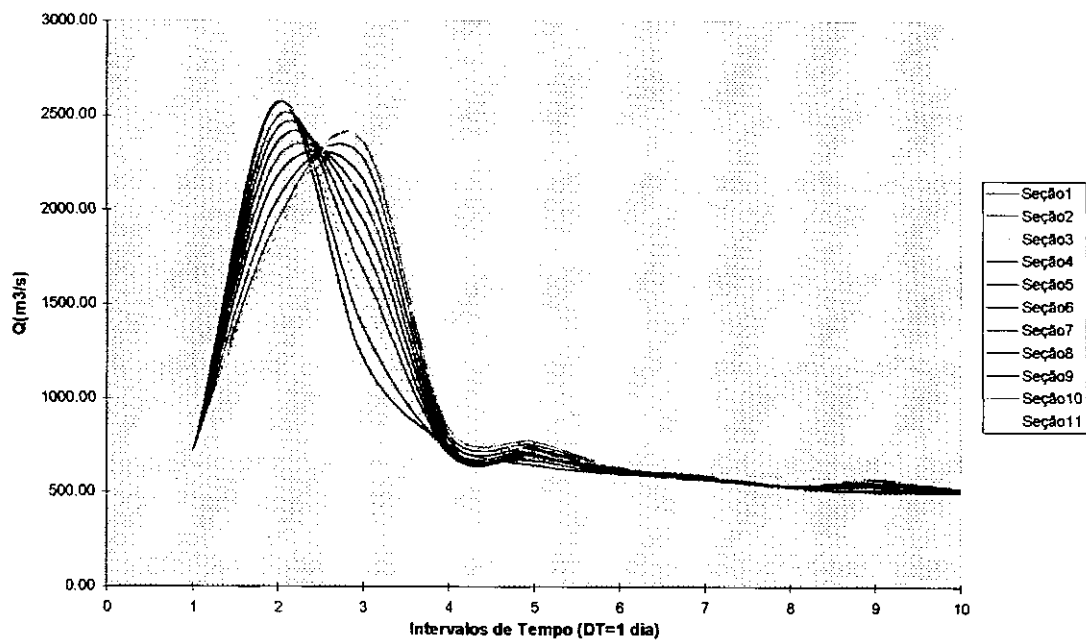


Figura 6.7 - Hidrogramas Calculados - Rio Uruguai - Calibração - Seções Trapezoidais Equivalentes

Os resultados do modelo FLOOD, para a mesma cheia, são apresentados na Figura 6.8, onde a condição de contorno a jusante utilizada foi a curva-chave em Itá. Os parâmetros do modelo não sofreram alteração em relação à aplicação ao rio Paraná, o que justifica a não concordância dos resultados em relação aos do modelo PROPAG.

O objetivo fundamental de aplicação consistiu em verificar o comportamento do modelo FLOOD ao rio Uruguai, em fase que poderia ser denominada validação/previsão, uma vez que ao contrário das aplicações do modelo PROPAG, não foram fornecidos hidrogramas de vazões observadas em Itá como condição de contorno de jusante.

Dessa forma, não houve tentativa de ajuste de nenhum parâmetro do modelo FLOOD para a reprodução dos hidrogramas de vazões no trecho em estudo do rio Uruguai.

Foi escolhida uma das seis enchentes analisadas no trabalho de Mascarenhas (1980), para a aplicação dos modelos PROPAG e FLOOD. A cheia estudada ocorreu no período de 31/10/58 a 09/11/58, e para o modelo PROPAG foram rodadas as situações de seções retangulares e trapezoidais equivalentes, separadamente. O intervalo de tempo adotado foi também de um dia, para todos os modelos. Na calibração desta cheia os parâmetros de calibração para o modelo PROPAG, foram o expoente do raio hidráulico e o coeficiente de rugosidade de Manning, adotado como variável no tempo. Os valores desses parâmetros, na presente aplicação após ajustados apresentaram ligeiras modificações em relação aqueles para o modelo com h e v como variáveis dependentes (Mascarenhas, 1980). Alterações maiores foram efetuadas nos coeficientes de rugosidade para o modelo com seção trapezoidal equivalente, uma vez que a geometria da seção influi diretamente na dissipação da energia do escoamento por efeitos de atrito. Os hidrogramas calculados de vazões para todas as seções discretizadas do trecho de aplicação são mostradas nas figuras 6.6 e 6.7, respectivamente para seção retangular e trapezoidal equivalentes.

Como se pode notar, os resultados são semelhantes e apresentam boa concordância com aqueles calculados com h e v como variáveis dependentes, apresentados em Mascarenhas (1980), e validam, pelo menos para efeitos de calibração, o modelo PROPAG para a reprodução de hidrogramas de cheias naturais.

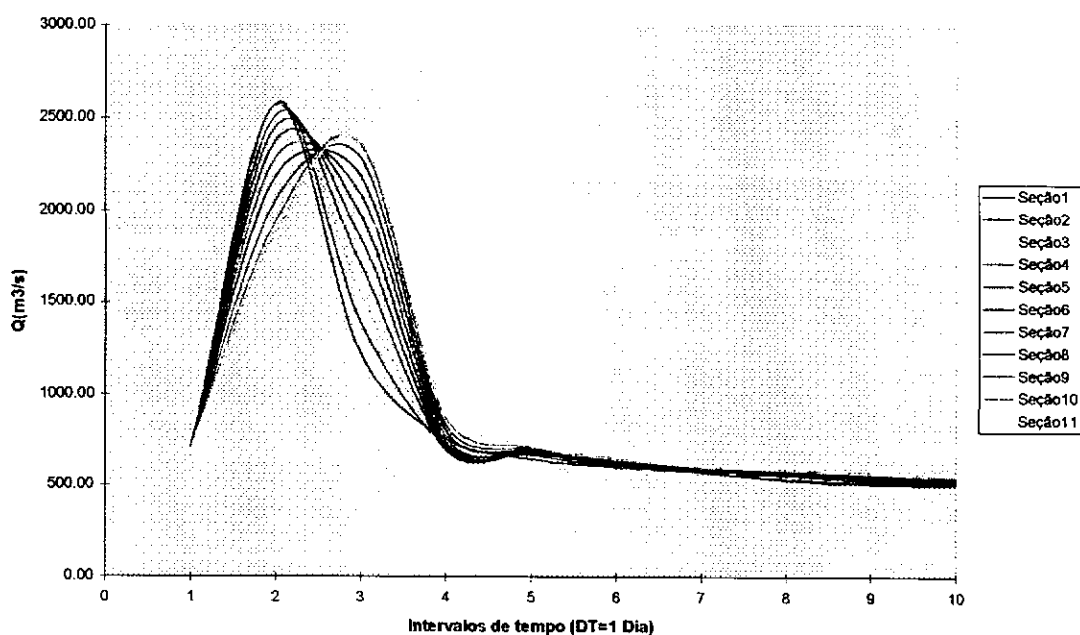


Figura 6.6 - Hidrogramas Calculados - Rio Uruguai - Calibração - Seções Retangulares Equivalentes

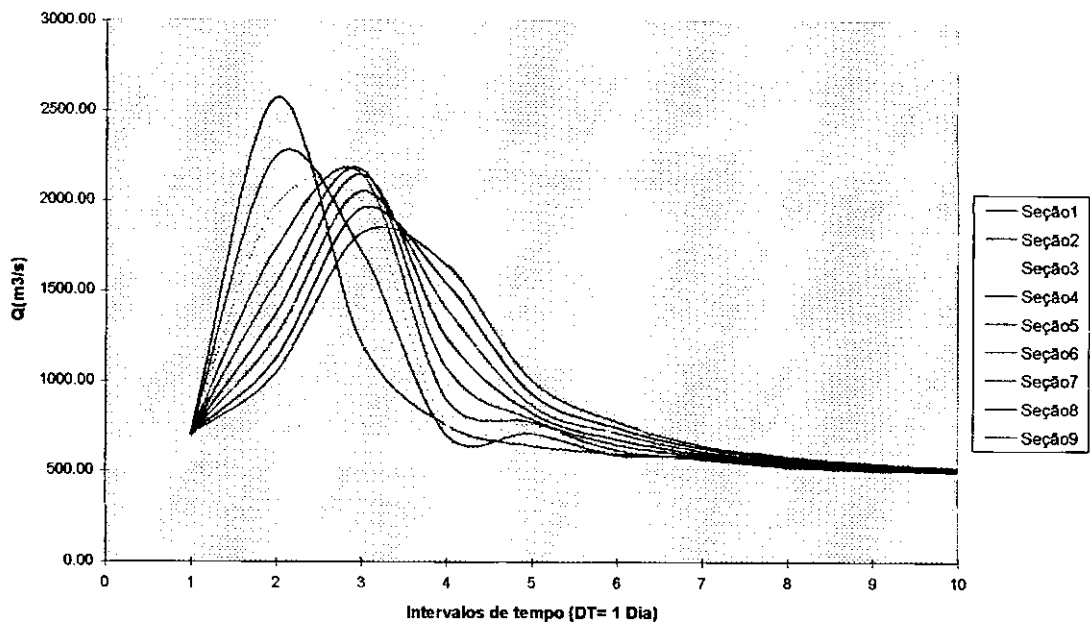


Figura 6.8 - Hidrogramas Calculados - Rio Uruguai - Validação/Previsão - Modelo FLOOD - Seções Tabeladas

6.5.2 - Validação/Previsão no Modelo PROPAG. Uso de Domínio Virtual

Como o intuito de verificar o comportamento do modelo PROPAG, quando não são prescritos valores temporais de uma das variáveis dependentes (vazão Q ou cota Y) na seção limite de jusante, tentou-se, à exemplo do que foi feito com o modelo FLOOD no item anterior, a obtenção de resultados da mesma cheia estudada do rio Uruguai, prescrevendo-se a relação da curva-chave em Itá como condição de contorno naquela seção. Após exaustivas tentativas verificou-se que não era possível a convergência do modelo PROPAG para tal situação, devido à ocorrência freqüente de valores negativos de cota e/ou profundidade durante o processamento em microcomputador.

Há diversos fatores que podem explicar essa situação aparentemente conflitante no comportamento dos modelos PROPAG e FLOOD submetidos à mesma situação, ou seja, na sua fase de validação/previsão. Os principais aspectos, tendo sido a maioria já mencionados anteriormente neste trabalho, são:

i) Como a curva-chave é válida para regime permanente, o conflito de seu uso em regime transiente se faz sentir de forma mais acentuada no modelo PROPAG, devido ao fato de que a forma das equações de Saint-Venant utilizada no mesmo preserva mais fortemente aspectos não-lineares do que as do modelo FLOOD.

ii) O método iterativo generalizado de Newton-Raphson, usado no modelo PROPAG, impõe a avaliação das derivadas da curva-chave em relação às incógnitas. Usando uma expressão do tipo (6.7) para aquela curva, um dos elementos da matriz jacobiana será sempre rigorosamente igual à unidade, o que pode implicar em mau condicionamento da matriz, cujos demais elementos são em geral de ordem de grandeza muito pequena. Uma alternativa é a imposição de uma correção para a mencionada derivada, como ressaltado em Ligget e Cunge (1975).

iii) O coeficiente de rugosidade no modelo PROPAG é suposto constante no espaço, ou seja, não varia de uma seção para outra do escoamento.

iv) O uso do raio hidráulico elevado a um expoente "p" na perda de carga S_f , no modelo PROPAG, pode ser numericamente de avaliação complicada, ao contrário do uso de condutância avaliada para cada seção tabelada no modelo FLOOD.

De modo a contornar os conflitos apresentados, optou-se pelo uso do artifício de domínio virtual estendido para a fase de validação/previsão do modelo PROPAG para a cheia em estudo no rio Uruguai, seguindo os princípios apresentados no item 5.3 deste trabalho. A partir da celeridade teórica da cheia, estimou-se o espaço que seria percorrido por uma perturbação do escoamento, durante o tempo de duração da enchente. Isto resultou em quase o dobro do comprimento do curso fluvial Marcelino Ramos-Itá, o que possui o inconveniente de duplicar-se o número de seções discretizadas no trecho total (real + virtual), e que aumenta o tempo de execução do modelo.

Na seção limite de jusante desse domínio estendido, foi imposto como condição de contorno um hidrograma praticamente constante de vazões, com valores em torno da vazão fluvial normal do rio Uruguai, caracterizando portanto uma zona não perturbada do escoamento. Por motivos relacionados ao processo numérico de solução, tais vazões não devem ser rigorosamente idênticas no tempo, na seção limite virtual.

Os resultados desse procedimento, em termos de vazões calculadas, são mostrados na Figura 6.9, para todas as seções inclusive as fictícias (fora do domínio Marcelino Ramos-Itá), e na Figura 6.10, apenas para as seções do domínio real. Ambos

os resultados referem-se ao uso de seções retangulares equivalentes no modelo PROPAG.

É importante notar que não houve neste caso a preocupação de ajuste dos hidrogramas calculado e observado em Itá, o que explica o comportamento diferente das curvas em relação às curvas das Figuras 6.6 e 6.7. Nessa aplicação, o objetivo era testar-se o uso do domínio virtual em termos de obtenção de resultados razoáveis, e os parâmetros não foram alterados em relação aos da aplicação anterior do modelo PROPAG, embora isto pudesse ter sido feito. Nota-se que o domínio virtual induz um amortecimento não compatível com os observados nas Figuras 6.6. e 6.7, o que significa que a vazão aproximadamente constante adotada na seção limite virtual deveria ser também submetida a ajuste, o que foge ao escopo deste trabalho. A Figura 6.10, ainda assim, fornece hidrogramas fisicamente compatíveis para todas as seções, tendo em vista a vazão aproximadamente constante imposta na última seção do domínio virtual como condição de contorno a jusante.

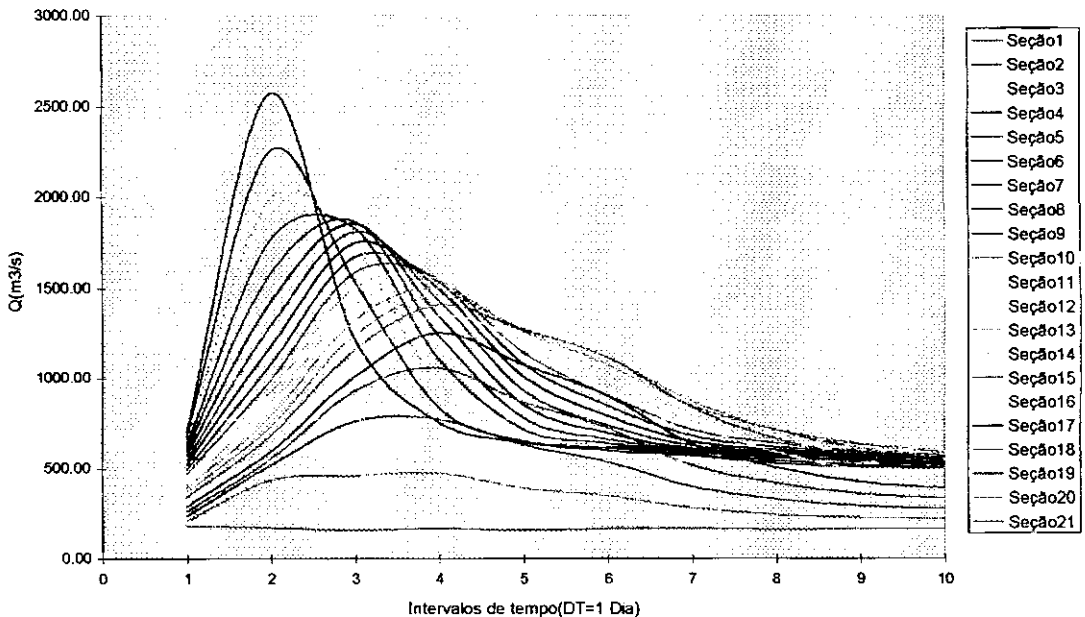


Figura 6.9 - Hidrograma de Vazões em todas as Seções - Rio Uruguai - Domínio Virtual - Seções Retangulares Equivalentes

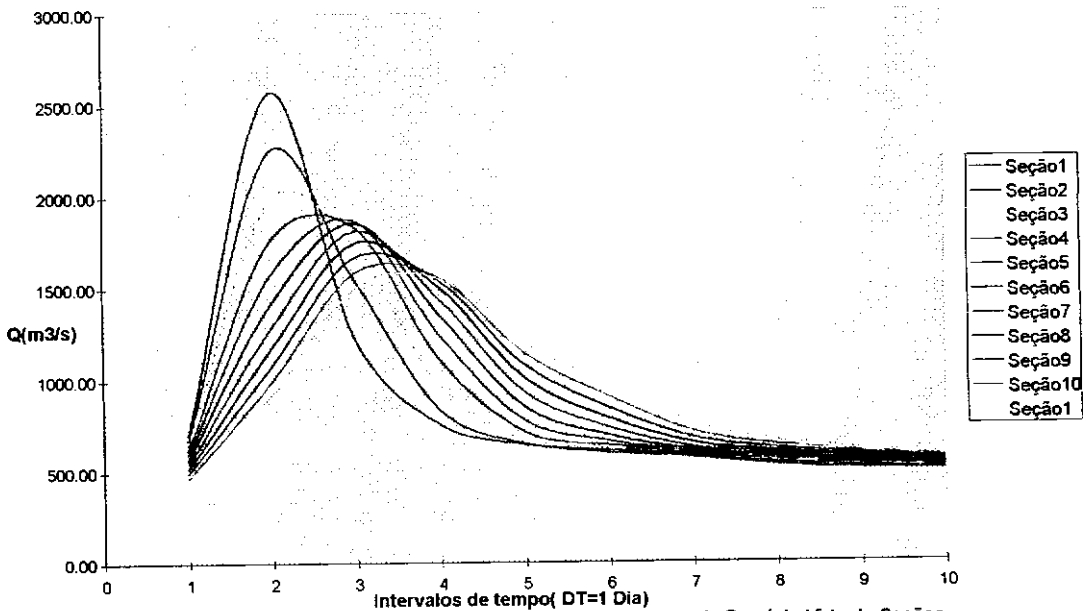


Figura 6.10 - Hidrograma de Vazões nas Seções Reais - Rio Uruguai - Domínio Virtual - Seções Retangulares Equivalentes

Para a situação de seções trapezoidais equivalentes, o procedimento descrito anteriormente forneceu os resultados vistos na Figura 6.11, para todas as seções de cálculo, não havendo diferenças sensíveis em relação à situação de seções retangulares equivalentes, assim como ocorreu para a fase de calibração.

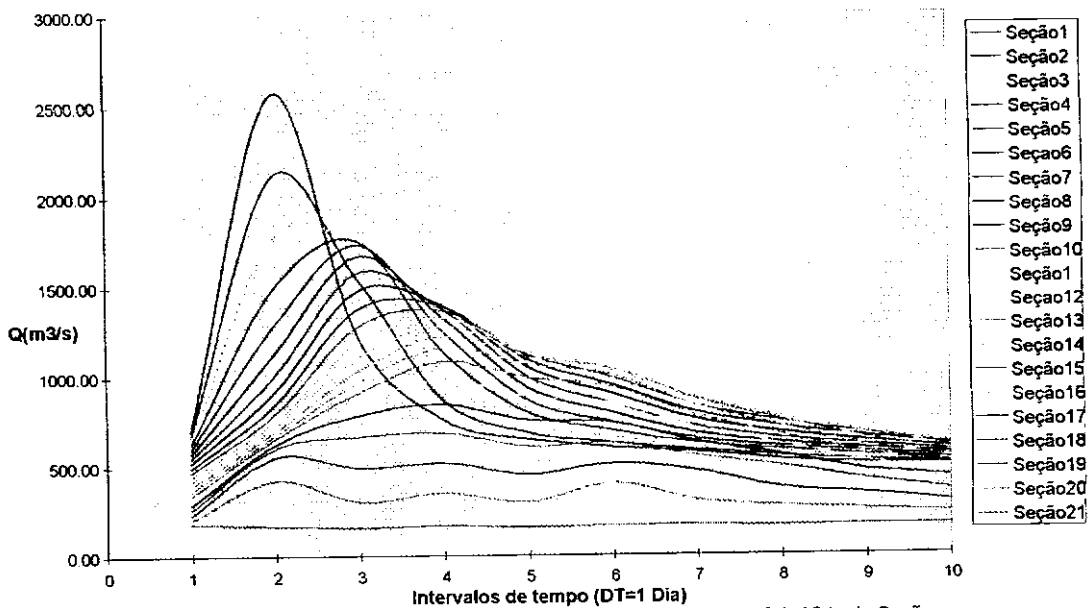


Figura 6.11 - Hidrogramas de Vazões em todas as Seções - Domínio Virtual - Seções Trapezoidais Equivalentes

Na Figura 6.12 são mostrados os hidrogramas de vazões apenas para as seções do domínio real. Ainda para a geometria trapezoidal das seções, são apresentados nas Figuras 6.13 e 6.14 os resultados obtidos pelo modelo PROPAG em termos de profundidades e cotas da superfície livre, para todas as seções discretas do domínio estendido. Na Figura 6.13 pode ser notada uma amplificação irreal de profundidades que ocorre apenas para as seções fora do trecho em estudo.

Esse comportamento pode ser parcialmente explicado pelo fato de que, ao impor-se um hidrograma constante de vazões na última seção virtual, é induzida uma espécie de remanso artificial da linha d'água desde essa seção até próximo ao local da seção real de jusante do trecho de aplicação.

Os hidrogramas de profundidade nas seções reais de interesse entretanto, apresentam comportamento compatível com o processo físico, como pode ser visto na Figura 6.15.

Os correspondentes hidrogramas de cotas de superfície livre são vistos na Figura 6.16. O fato de não ter sido detectada nenhuma amplificação nas vazões das seções virtuais (Figura 6.11), possivelmente decorre da imposição de hidrograma de vazões em Marcelino Ramos, como condição de contorno de montante.

Isto comprova que o modelo hidrodinâmico, como previsto (Cunge, Holly e Verwey, 1980), fornece respostas mais precisas para a variável dependente que é prescrita como condição de contorno, no presente caso a vazão. Como visto, de fato os hidrogramas de vazões, tanto para as seções reais bem como para aquelas fictícias, não apresentam aspectos qualitativos incompatíveis com a cheia natural estudada.

Para enchentes não naturais ou mais abruptas, não existe qualquer garantia que o modelo apresente o mesmo comportamento observado nesta aplicação, uma vez que o caráter de variação gradual no espaço das ondas, sendo muito importante para as respostas numéricas do modelo, é drasticamente alterado.

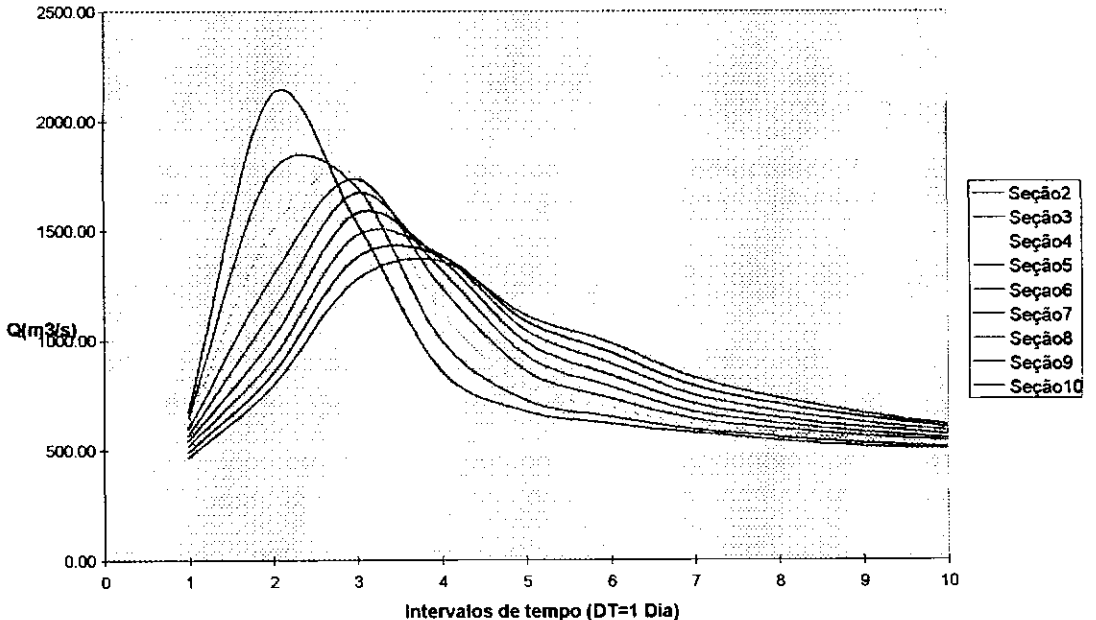


Figura 6.12 - Hidrogramas de Vazões para as Seções do Domínio Real - Seções Trapezoidais Equivalentes

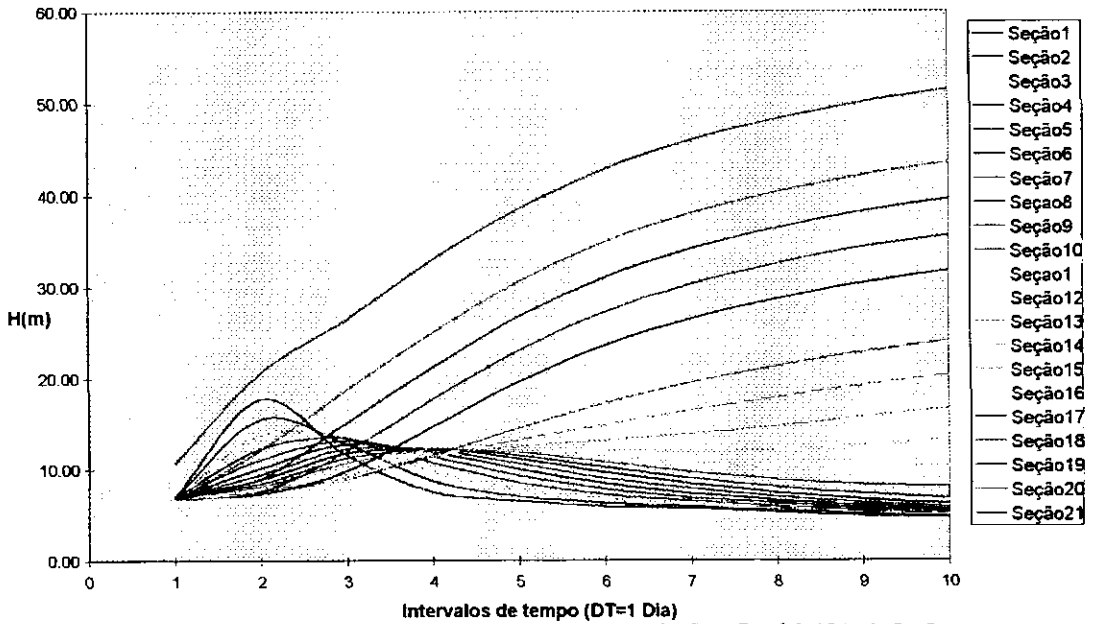


Figura 6.13 - Profundidades Calculadas para todas as Seções - Domínio Virtual - Seções Trapezoidais Equivalentes

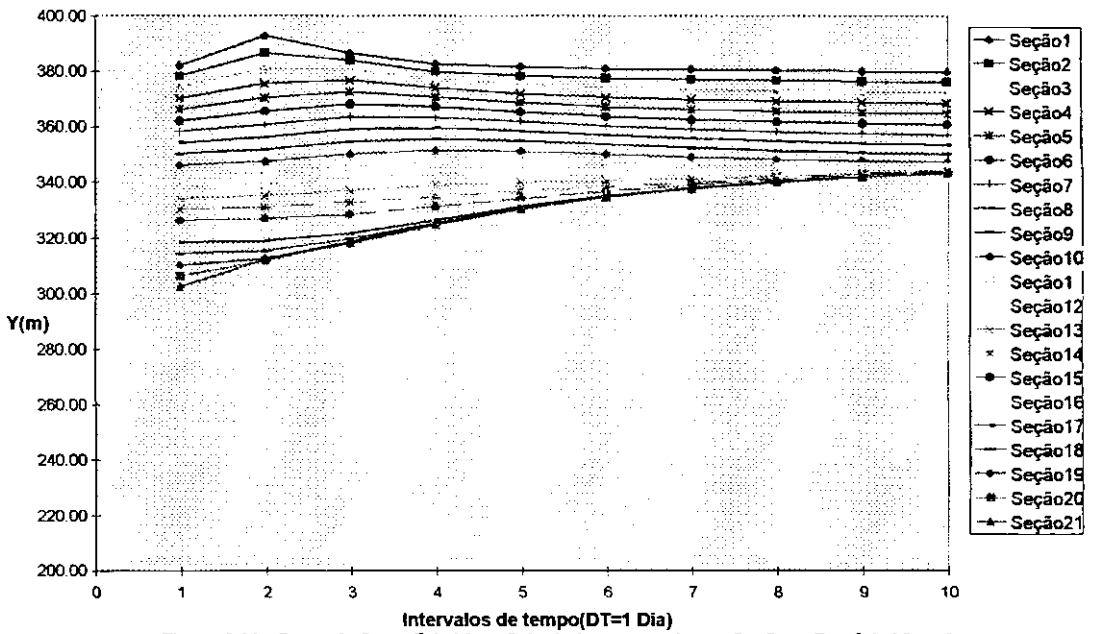


Figura 6.14 - Cotas de Superfície Livre Calculadas para todas as Seções - Domínio Virtual - Seções Trapezoidais Equivalentes

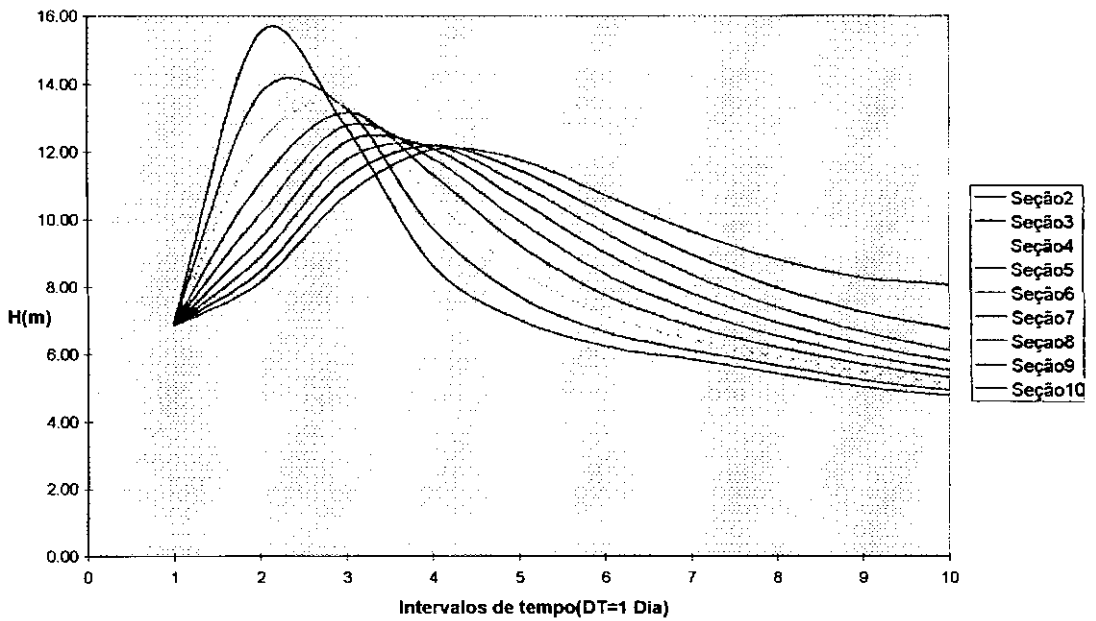


Figura 6.15 - Profundidades Calculadas para as Seções Reais - Domínio Virtual - Seções Trapezoidais Equivalentes

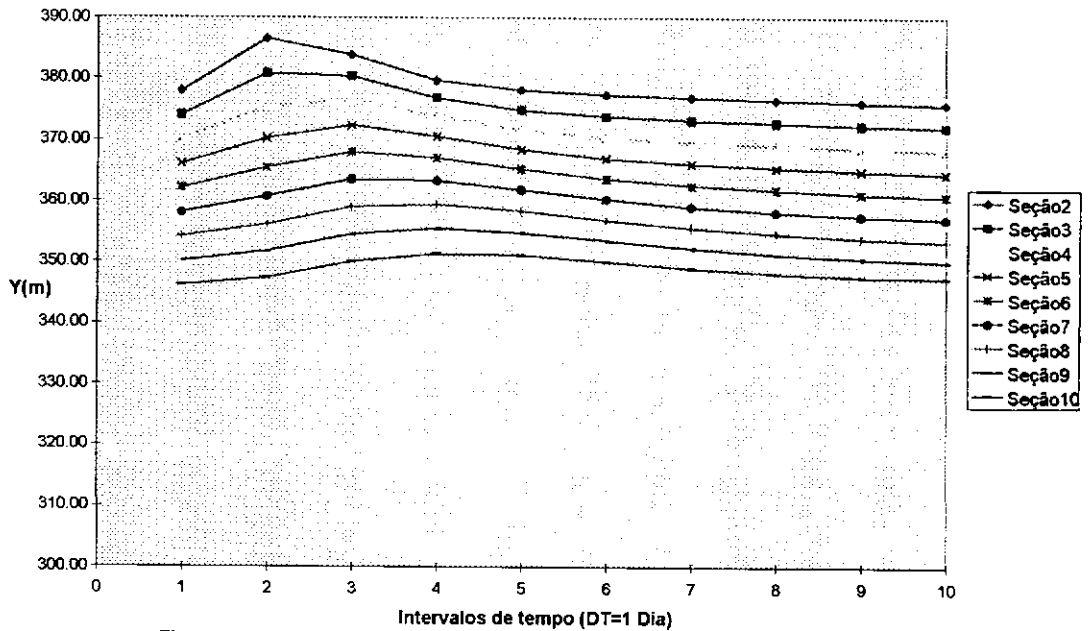


Figura 6.16 - Cotas de Superfície Livre Calculadas para as Seções Reais - Domínio Virtual - Seções Trapezoidais Equivalentes

6.6 - Aplicação ao rio Tocantins. Onda de Ruptura da Barragem

6.6.1 - Introdução

Dentro da abordagem da captura de choque ou cálculo continuado, os modelos hidrodinâmicos empregados neste trabalho foram aplicados para simulação de ondas de cheia provenientes da ruptura hipotética da barragem de Serra da Mesa, em fase final de construção no rio Tocantins no estado de Goiás.

A localização da barragem e do trecho do rio associado ao estudo podem ser vistos na Figura 6.17, sendo o comprimento deste trecho de aproximadamente 54 Km.

A utilização de modelos numéricos na solução das equações de Saint-Venant para ondas de ruptura de barragem constitui-se em um severo teste para a aplicabilidade dos modelos, ainda que sejam introduzidas naquelas equações modificações que possibilitem a representação de fortes discontinuidades da onda de cheia associada, como por exemplo a perda de carga localizada na equação dinâmica.

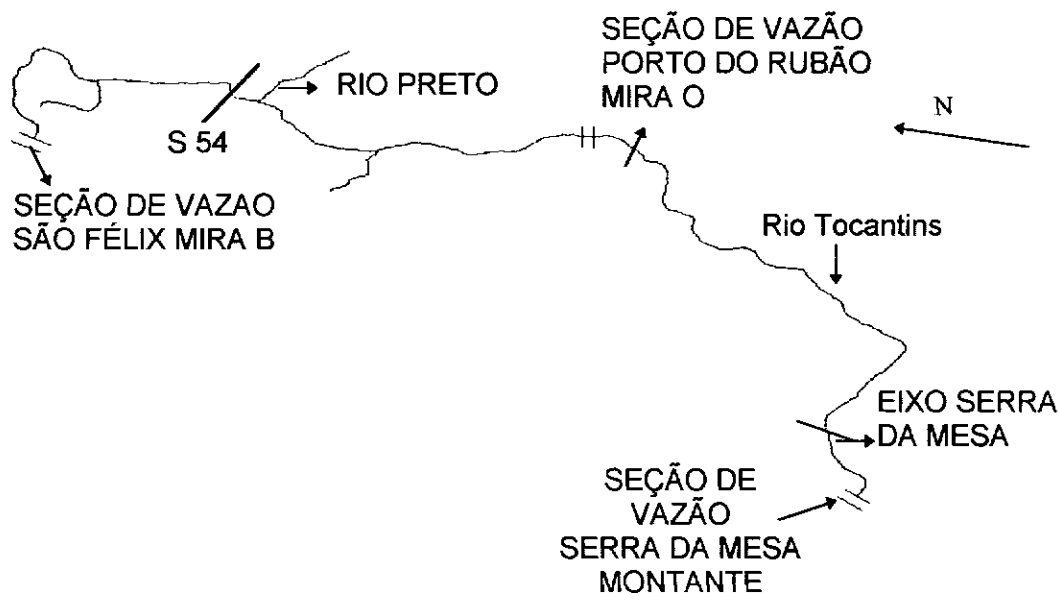
Ao contrário das ondas de enchente naturais, diversas propriedades das ondas de ruptura de barragens resultam de elevado grau de desordem e entropia, e as grandezas do escoamento podem apresentar comportamento descontínuo e abrupto que pode comprometer a solução numérica das equações de Saint-Venant.

No caso de ruptura hipotética de uma barragem, é evidente que não se dispõe de quaisquer medições das grandezas do escoamento, e as condições de contorno de jusante são portanto praticamente inexistentes.

Ainda que a relação do tipo curva-chave seja conhecida em uma ou mais seções a jusante da barragem, sua validade é muito mais fortemente violada, em relação às cheias naturais, o que em geral compromete as soluções de modelos baseados nas equações convencionais do escoamento.

Esse fato é particularmente mais complicador em modelos que não utilizam as equações de Saint-Venant com profundidade e velocidade como variáveis dependentes.

Os modelos que, ao contrário, utilizam h e v como aquelas variáveis parecem sofrer menor influência da prescrição da curva-chave como condição de contorno a jusante. Nesses tipos de modelo, ainda que a curva-chave seja estimada por condição do tipo onda cinemática ($S_0 = S_f$), os efeitos na solução numérica não impedem a convergência e a obtenção de resultados razoáveis, como pode ser visto em Mascarenhas (1990). Nesta aplicação foi introduzida a perda localizada na equação dinâmica, porém o coeficiente k_{pc} foi mantido fixo em 0,5, para todas as etapas de construção.



SERRA DA MESA
 RIO TOCANTINS
 ESCALA REFERENCIAL: 1:100000
 FONTE : FURNAS

Figura 6.17 - Esquema em planta do rio Tocantins e da barragem de Serra da Mesa

6.6.2 - Metodologias para a Composição dos Hidrogramas de Ruptura

O uso de vazão e cota como variáveis dependentes, sendo as vazões do hidrograma de ruptura as condições de contorno de montante dos modelos, permite a simulação de rupturas graduais, ao contrário do que ocorre quando as profundidades são as condições de contorno na seção da barragem.

De fato, nesta última situação, não existe outra alternativa senão especificar-se a profundidade inicial, na seção da barragem, igual à altura da mesma, e os valores subsequentes de profundidade decrescendo segundo uma lei matemática, parabólica por exemplo (Mascarenhas, 1990). Isso implica em admitir que a ruptura é praticamente

instantânea, e o hidrograma simplificado de ruptura assume a forma mostrada na Figura 6.18.

No caso das vazões na seção da barragem serem as condições de contorno a montante, um hidrograma idealizado de ruptura mais gradual pode ser adotado, como o mostrado na Figura 6.19. Nessas figuras, T_e é o tempo de esvaziamento da barragem e Q_{max} é a vazão máxima, que depende de vários fatores.

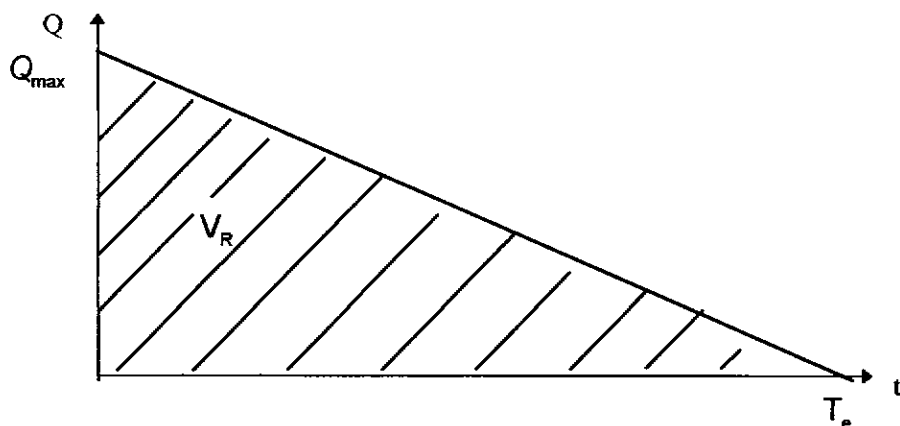


Figura 6.18 - Hidrograma Simplificado para Ruptura Praticamente Instantânea

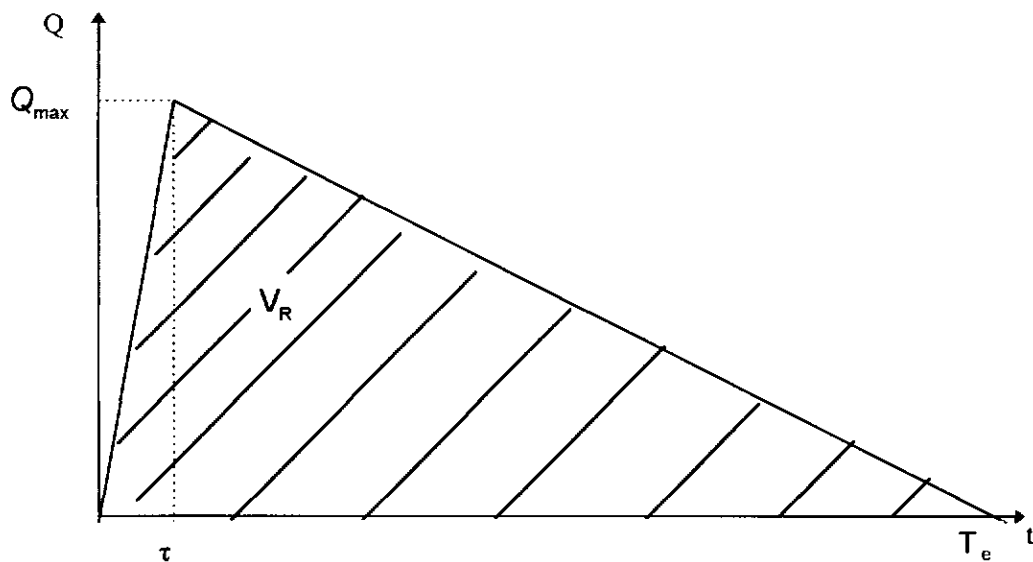


Figura 6.19 - Hidrograma Genérico de Ruptura Gradual

Um aspecto mais condizente com casos já ocorridos em barragens de terra, para o hidrograma de ruptura, é apresentado na Figura 6.20, onde os trechos de descida procuram representar um decaimento aproximadamente exponencial.

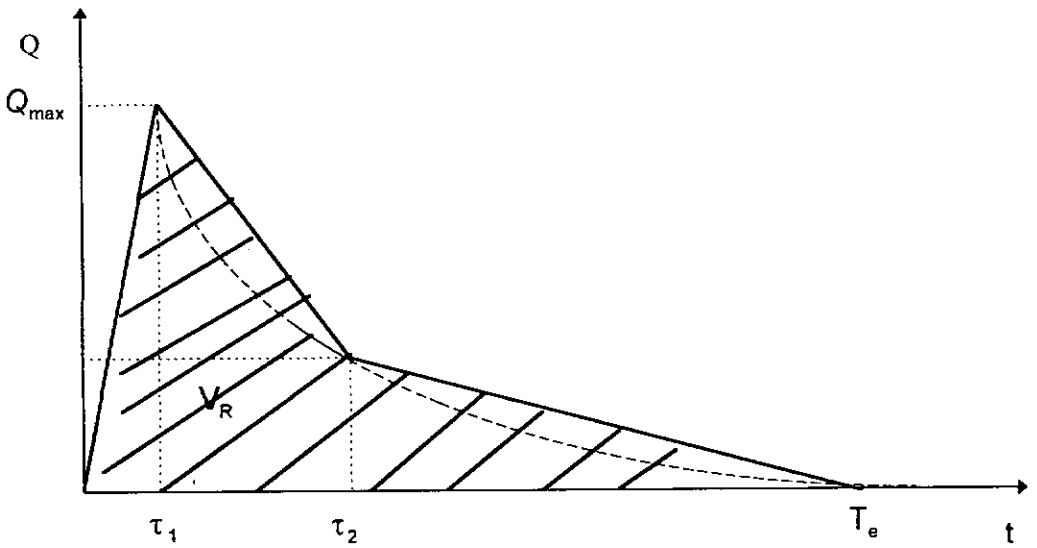


Figura 6.20 - Hidrograma Esquemático de Ruptura com Descida Aproximada para Lei Exponencial

Como os mecanismos associados à taxa de erosão e sua evolução no tempo são de natureza complexa, não se pode determinar com exatidão τ , τ_1 e τ_2 das figuras 6.19 e 6.20.

Neste trabalho, o hidrograma de ruptura adotado, pelos motivos expostos, é do tipo da Figura 6.19, e o tempo τ necessário para a vazão alcançar seu valor máximo, é estimado com base em hidrogramas de ruptura da bibliografia sobre o assunto.

Existem diversas expressões, empíricas ou semi-empíricas, que permitem o cálculo da vazão máxima de ruptura, em função de diversas propriedades da barragem e/ou do reservatório, tendo sido adotada neste estudo a fórmula de Schoklistch para ruptura em brecha (Betâmio de Almeida, 1982):

$$Q_{\max} = \frac{8}{27} \left(\frac{B_d}{B_b} \right)^{1/2} B_b \sqrt{g} H^{3/2} \quad (\text{m}^3/\text{s}) \quad (6.11)$$

onde:

B_d - largura da barragem (m)

B_b - largura da brecha (m)

$$H = \frac{4}{9} H_d, \text{ onde } H_d \text{ é a altura da barragem (m)}$$

Outras expressões para o cálculo de Q_{max} poderiam ser empregadas, porém para o escopo deste trabalho apenas a expressão (6.11) foi considerada.

Como a largura da brecha B_b é também de difícil avaliação, é usual tomar a mesma como a largura do canal a jusante da barragem. Os casos da literatura comentam que a forma final da brecha, após sua erosão, é retangular com a altura da barragem e a largura anteriormente mencionada.

As alturas da barragem de Serra da Mesa, consideradas neste trabalho, correspondem a diversas "etapas de construção", o que está associado ao cronograma de execução da obra, e os danos da ruptura em várias fases do mesmo.

Em todas as aplicações do modelo PROPAG para ruptura hipotética da barragem de Serra da Mesa, verificou-se não ser possível a obtenção de resultados, em termos de convergência do modelo numérico, utilizando-se uma curva-chave como condição de contorno de jusante, pelos motivos expostos ao final do item anterior 6.6.1. Desta forma, foi adotado o artifício do domínio virtual estendido, como foi feito para a fase de previsão/validação na aplicação ao rio Uruguai. É evidente que no caso da ruptura de barragens com grandes alturas construídas, a estimativa do domínio estendido pode levar a trechos com comprimentos absurdamente elevados, o que limita o uso do artifício para grandes alturas de barragem.

Além disso, os termos $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right)$ e $\frac{\partial Q}{\partial t}$ na equação dinâmica podem ser muito

altos para as ondas de ruptura, e a curva-chave discretizada não é capaz de manter-se

compatível com valores de vazão muitíssimo maiores do que aquelas do regime permanente.

As vazões constantes impostas como condição limite na última seção virtual devem ter ordem de grandeza compatível com o porte do escoamento inicial a jusante, antes de ruptura hipotética. Exemplos que mostram os perigos de uma estimativa irreal da ordem de grandeza daquelas vazões, podem ser resumidos como se segue.

Se as vazões na última seção virtual forem excessivamente altas, poder-se estar criando uma enchente estabilizada a jusante, que jamais passou pelo trecho real. Por outro lado se essas vazões forem muito baixas há o paradoxo de impor-se uma estiagem na seção virtual que nunca foi observada no trecho de interesse. Ambas as situações conflitarão com as vazões das condições de contorno na barragem rompida.

Também deve ser evitada a sub-estimativa do domínio virtual, para que as vazões constantes em seu final não produzam “remanso fictício” nos hidrogramas ainda não suficientemente amortecidos, provocando comportamentos imprevisíveis no modelo numérico.

6.6.3 - Ruptura Hipotética na Primeira Etapa de Construção

Adotou-se para a altura construída da barragem nesta etapa o valor de $H=25$ m, como um teste inicial para o uso do domínio virtual, agora não mais para enchente natural, de forma a observar a aplicabilidade do modelo PROPAG em transientes menos graduais.

A geometria do rio Tocantins a jusante de Serra da Mesa favorece a utilização de seções retangulares equivalentes, porém passíveis de extravazamento em certas situações, da calha menor para a calha maior do rio.

É de se esperar que haja problemas com os valores dos parâmetros do modelo PROPAG, principalmente com o coeficiente de rugosidade que, por falta de informações, é admitido constante em todo o trecho e para níveis d'água distintos.

O hidrograma de ruptura nessa etapa possui o valor máximo de vazão igual a 2500 m³/s, a partir da expressão (6.11), e o tempo de esvaziamento é obtido fazendo-se a área sob o hidrograma igualar o volume do reservatório, para a altura de 25 m de barragem (curva cota x volume do reservatório).

O comprimento virtual adotado foi obtido multiplicando-se por três o comprimento do rio desde a barragem até a seção final de interesse, o mesmo comprimento real utilizado em Mascarenhas (1990).

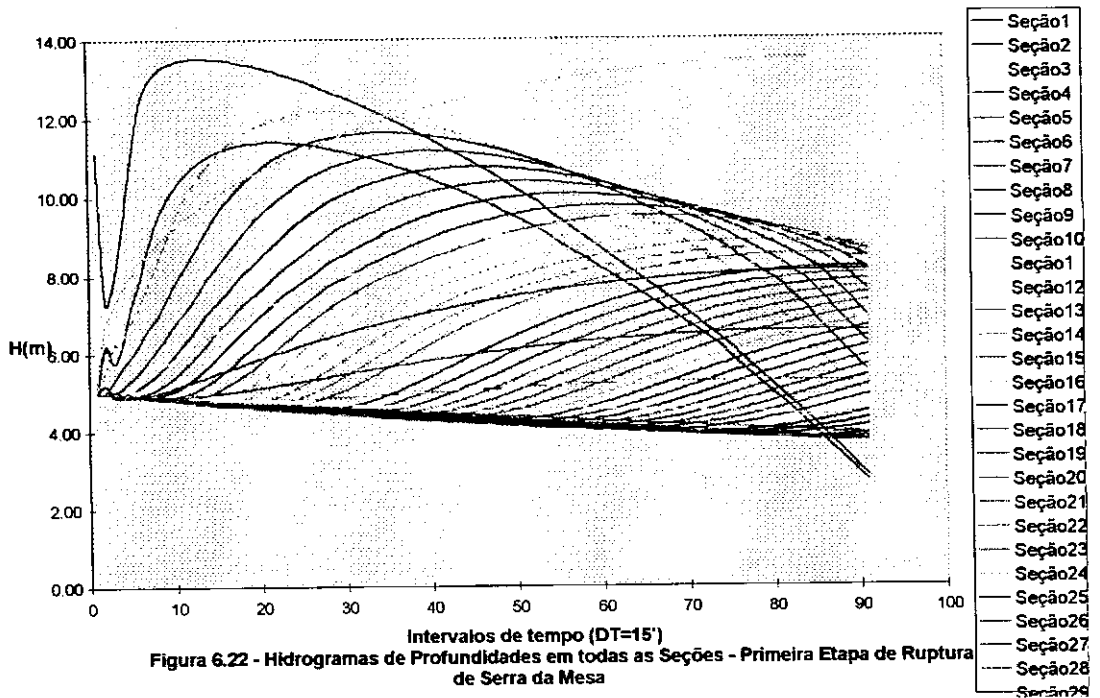
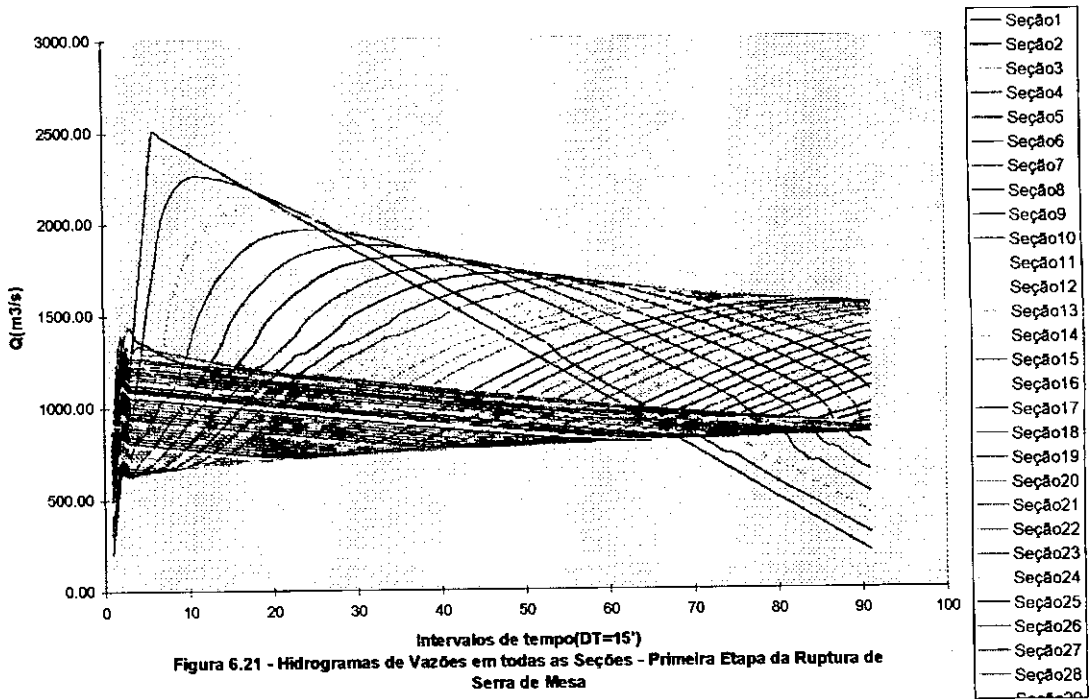
As vazões na última seção virtual, zona suposta não perturbada para o tempo de simulação correspondente a T_e , foram consideradas variando ligeiramente em torno do valor 900 m³/s.

Apesar do número de seções discretas de cálculo ter praticamente triplicado, em relação àquele das seções reais no trecho de interesse, não houve aumento excessivo no tempo de execução do modelo.

Os resultados dessa aplicação do modelo PROPAG são mostrados nas Figuras 6.21, 6.22 e 6.23 para todas as seções, inclusive as virtuais ou fictícias, para vazões, profundidades e cotas de superfície livre, respectivamente.

É importante ressaltar que a última seção real do domínio é a de número 16, e as demais são virtuais ou fictícias. Pelo menos na Figura 6.21 percebe-se claramente alguns dos "hidrogramas fictícios", e na Figura 6.22 a profundidade que se amplifica absurdamente é a da última seção virtual.

No entanto as curvas de profundidades apresentam comportamento qualitativo compatível. A amplificação absurda das alturas na última seção virtual deve-se ao fato de o modelo tentar compensar, à luz das equações de Saint-Venant, com aumento irreal de energia potencial o fato de praticamente toda a energia cinética ter sido dissipada, já que naquela seção as vazões são aproximadamente constantes. Como pode ser visto nas Figuras 6.22 e 6.26, isso não ocorre para as seções reais.



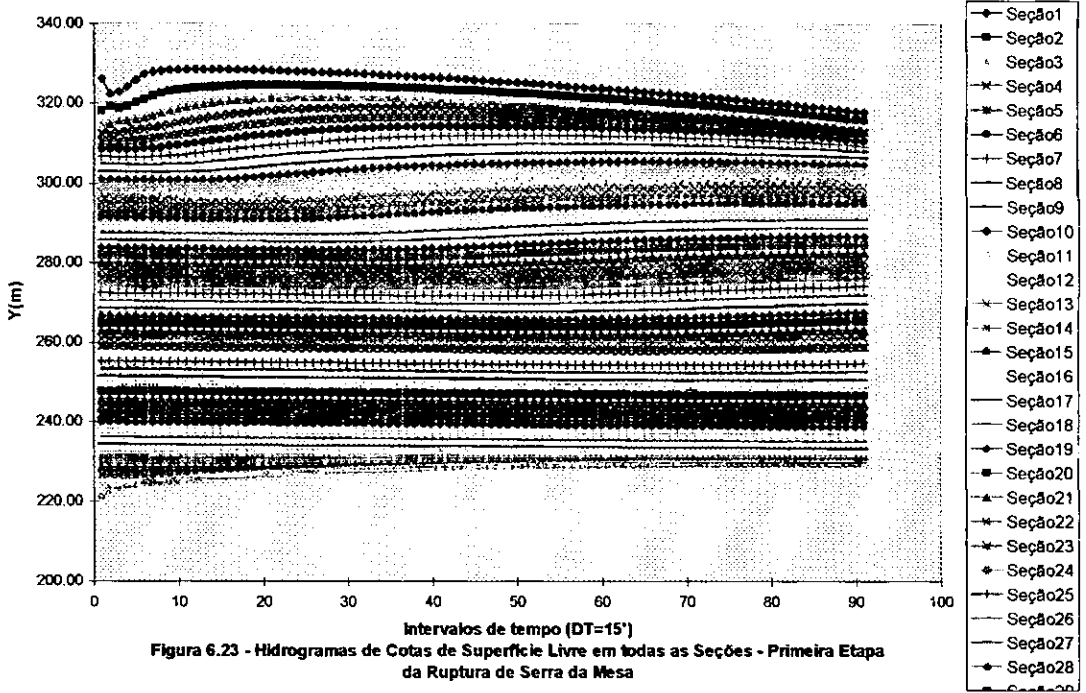


Figura 6.23 - Hidrogramas de Cotas de Superfície Livre em todas as Seções - Primeira Etapa da Ruptura de Serra da Mesa

Para comprovar que as seções internas reais não têm suas soluções afetadas, são mostrados nas Figuras 6.24, 6.25 e 6.26 os hidrogramas de vazões, profundidades e cotas da superfície livre apenas para as seções reais de interesse do trecho. Os valores de vazões e profundidades calculados são em média 10% menores do que para a hipótese de ruptura instantânea, apresentados em Mascarenhas (1990).

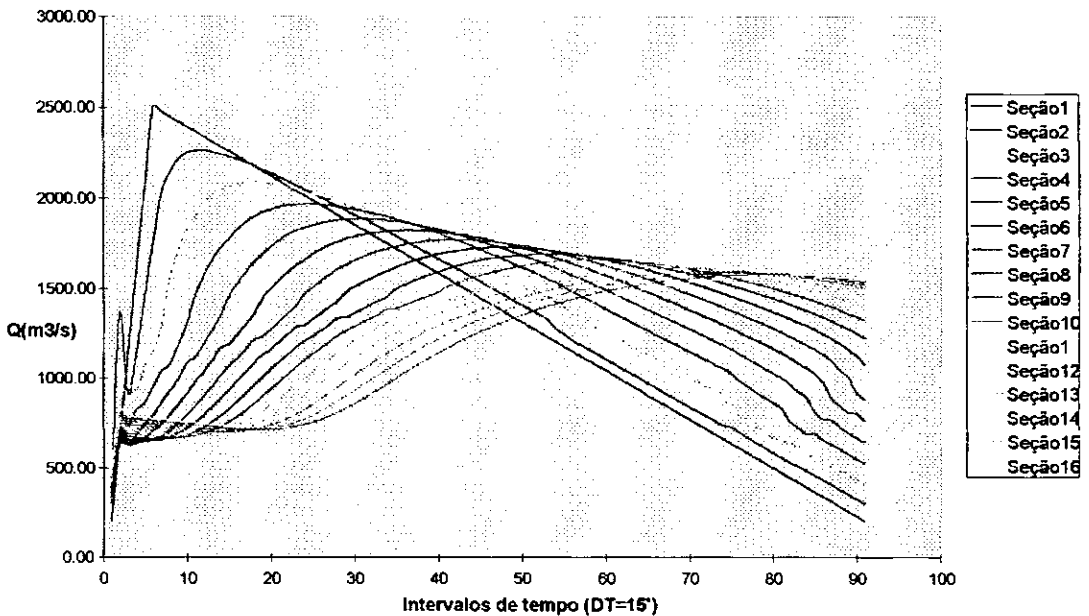


Figura 6.24 - Hidrogramas de Vazões apenas para as Seções Reais - Primeira Etapa de Ruptura de Serra da Mesa

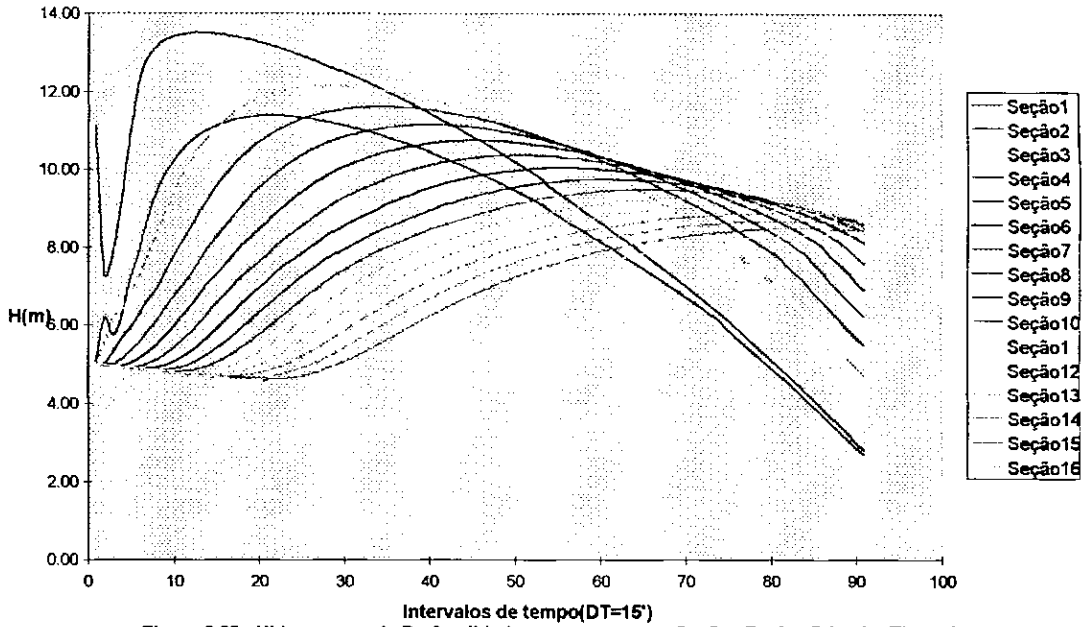


Figura 6.25 - Hidrogramas de Profundidades apenas para as Seções Reais - Primeira Etapa da Ruptura de Serra da Mesa

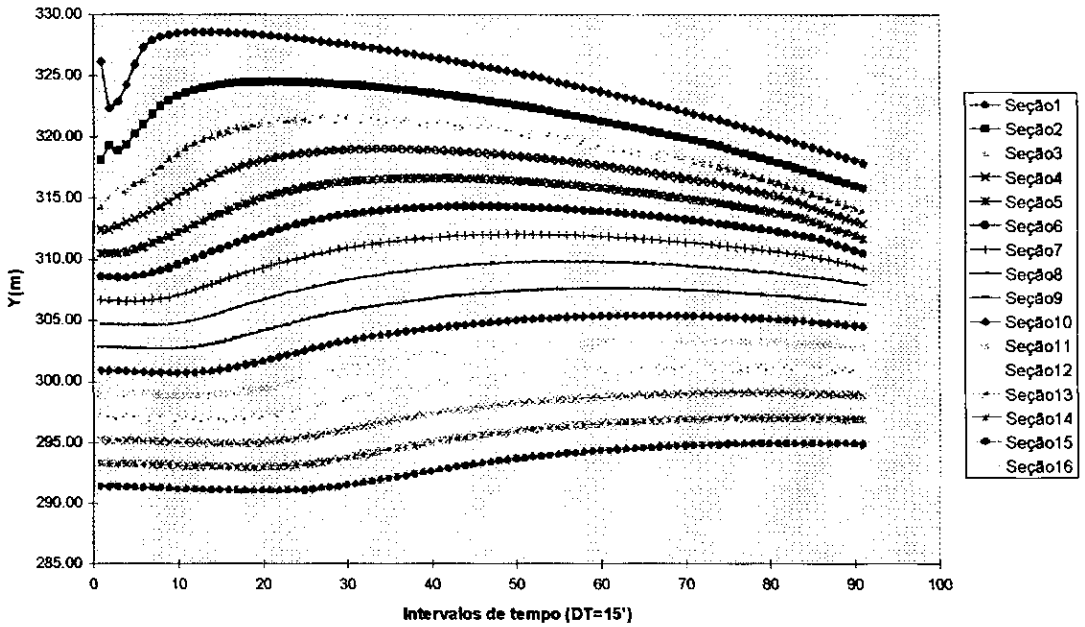


Figura 6.26 - Hidrogramas de Cotas da Superfície Livre para as Seções Reais - Primeira Etapa da Ruptura de Serra da Mesa

Alguns “ruidos numéricos” são observados nos primeiros passos de tempo após a ruptura, porém são rapidamente amortecidos, o que é comum na simulação de transientes abruptos. É importante salientar que a variável prescrita como condição de

contorno, no caso a vazão, apresenta valores calculados mais confiáveis do que a outra variável dependente, no caso a cota da superfície livre e por extensão a profundidade, de acordo com Liggett e Cunge (1975) e Abbott (1979). Segundo estes autores, o modelo numérico é, em cada ciclo, bem “atualizado” pelas condições de contorno prescritas, e a variável dependente associada sofre uma influência mais decisiva de tais condições.

6.6.4 - Ruptura Hipotética na Segunda Etapa de Construção

Nesta etapa a altura construída de barragem é de 50 m, e portanto o gradiente inicial da linha d'água é mais acentuado, o que pressupõe maior dificuldade para a obtenção de resultados, ainda que seja adotado no modelo PROPAG um domínio virtual de comprimento compatível. Nessa fase o comprimento real foi inicialmente praticamente quadruplicado ($L' = 180$ Km), de modo a situar a última seção virtual em uma zona não perturbada, e a vazão máxima na seção da barragem foi avaliada de forma análoga ao que foi feito para a etapa anterior.

Para um intervalo de discretização espacial de 4500 m, os hidrogramas de vazões, profundidades e cotas da superfície livre para todas as seções, inclusive as virtuais, são apresentados respectivamente nas Figuras 6.27, 6.28 e 6.29. Nas Figuras 6.28 e 6.29 são notadas amplificações absurdas para as profundidades e cotas a partir de um dado passo de tempo, inclusive para algumas seções reais.

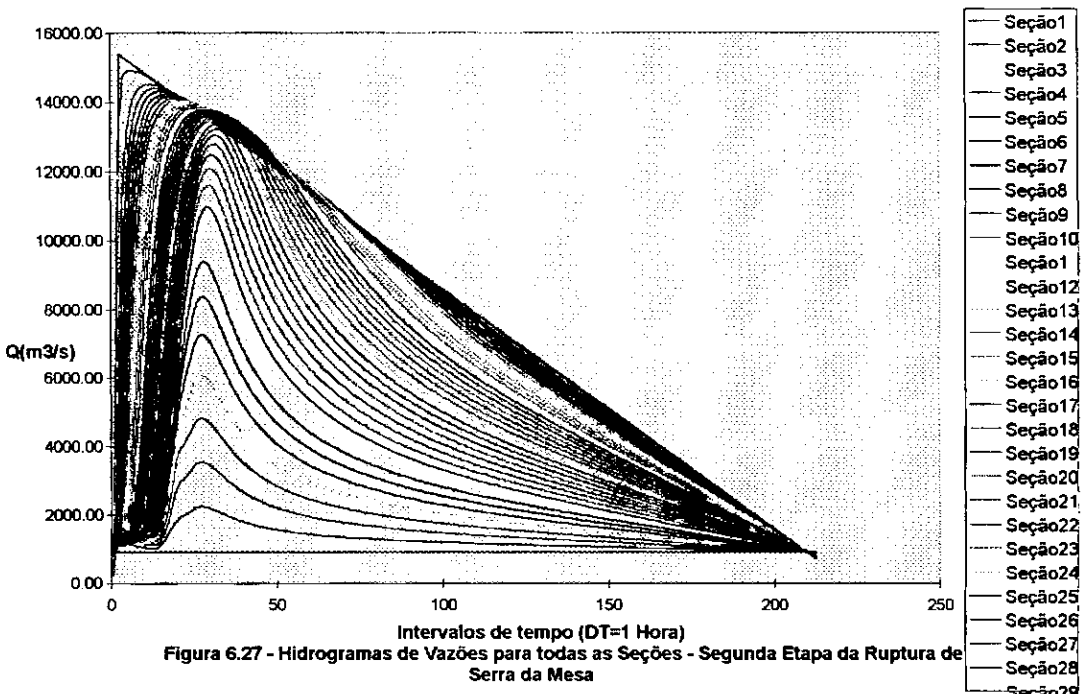
Para uma melhor visualização, nas Figuras 6.30, 6.31 e 6.32 são plotados respectivamente os hidrogramas de vazões, profundidades e cotas apenas para as seções reais e truncados no passo de tempo número 50.

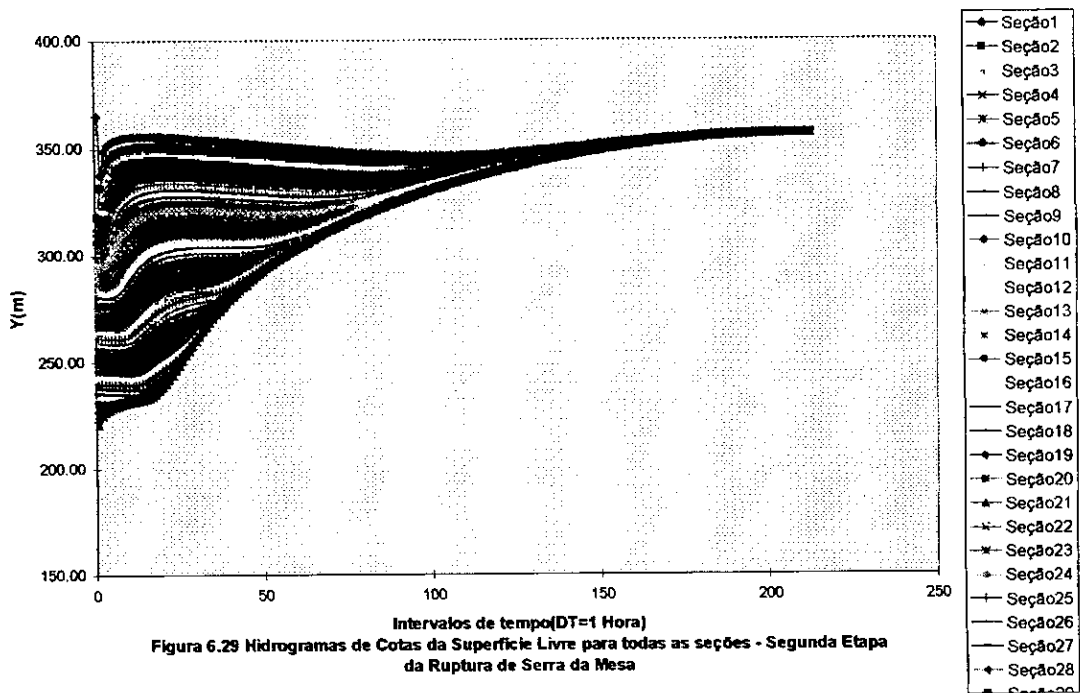
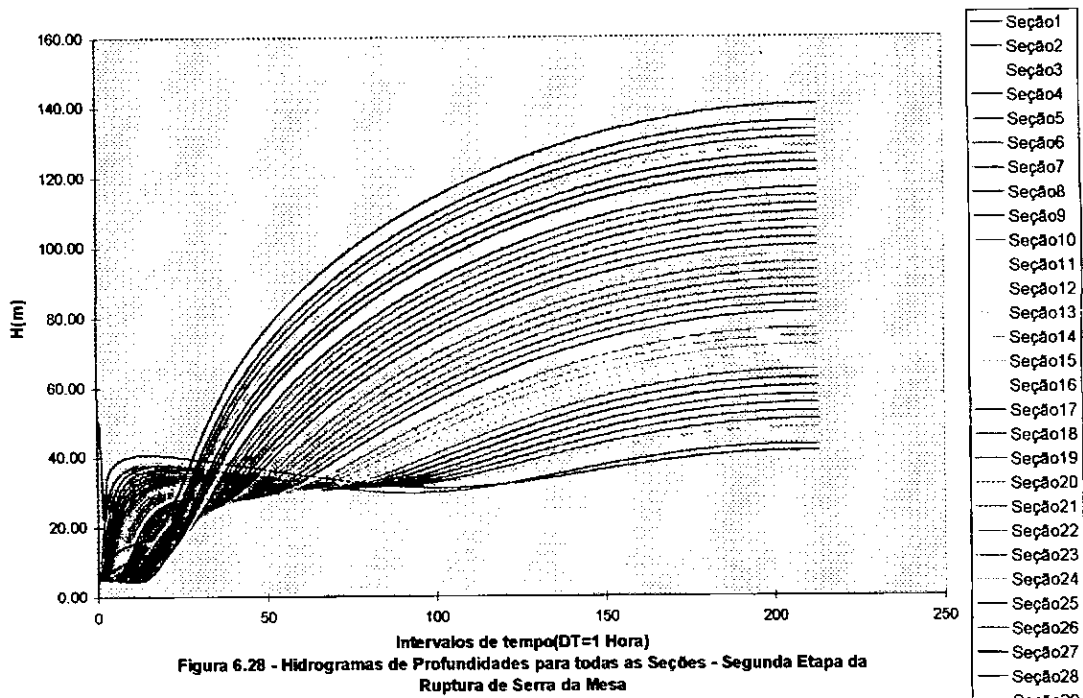
As amplificações de profundidades e cotas para as últimas seções reais após esse passo de tempo podem ser atribuídas a uma subestimação do comprimento virtual que seria adequado para que o hidrograma constante de vazões na última seção fictícia não afetasse os resultados nas últimas seções reais.

Para tentar contornar os problemas apresentados, aumentou-se o comprimento virtual para 213 Km e efetuou-se nova rodada do modelo PROPAG, com Δx mantido em 4500 m. Com relação aos hidrogramas calculados de vazões, não houve variações significativas em relação aos resultados anteriores, como pode ser visto na Figura 6.33, para todas as seções.

Os valores calculados para as profundidades e cotas da superfície livre nas seções reais deixaram de apresentar amplificação após o passo de tempo 80, como mostrado nas Figuras 6.34 e 6.35. Nestas duas aplicações para a segunda etapa de construção, com comprimentos virtuais diferentes, o intervalo de discretização temporal foi mantido em 1 hora.

Cabe notar que o fato de estar-se adotando coeficiente de rugosidade constante pode em parte justificar as anomalias detectadas em h e Y calculadas nas últimas seções, uma vez que as mesmas, ao serem atingidas pela onda, deveriam ter seus coeficientes de rugosidade reduzidos em relação às seções anteriores. No entanto considerou-se que o trabalhoso procedimento mencionado foge aos objetivos desta tese.





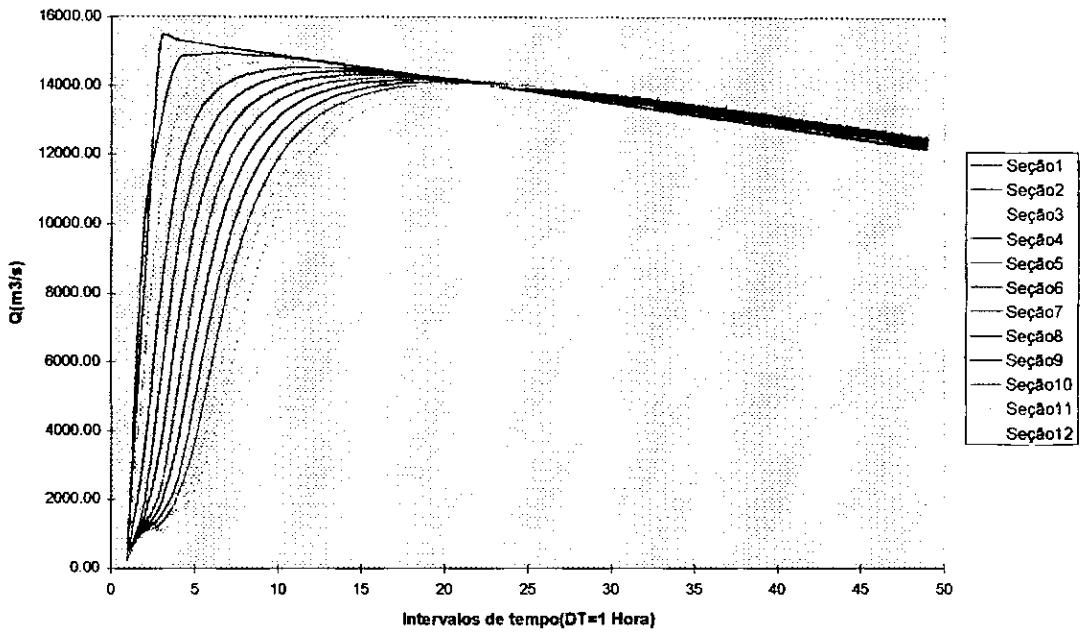


Figura 6.30 - Hidrogramas de Vazões para as Seções Reais - Segunda Etapa da Ruptura de Serra da Mesa

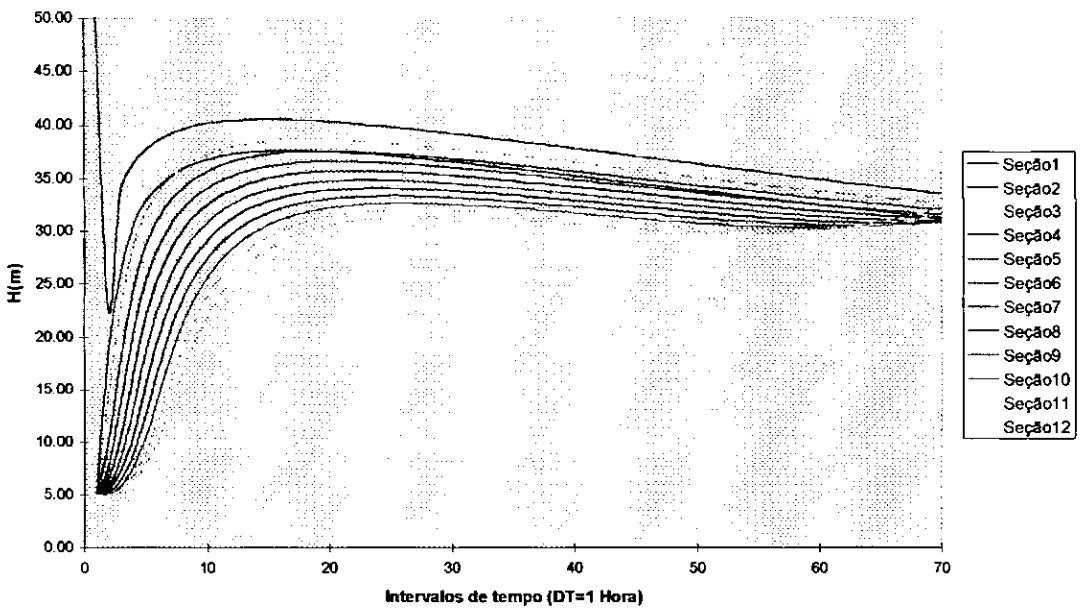
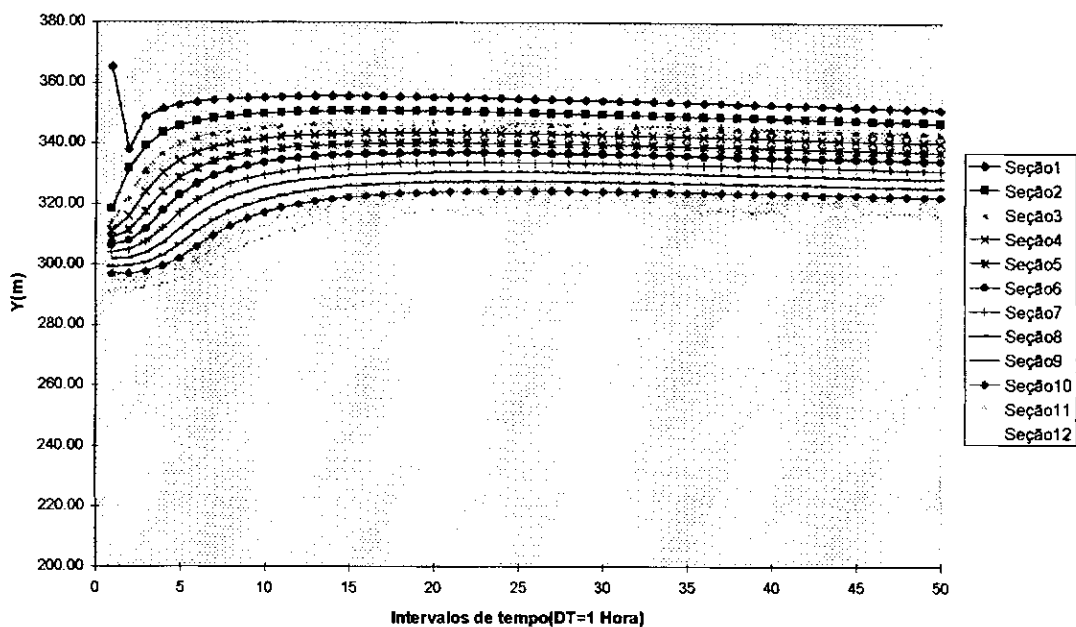
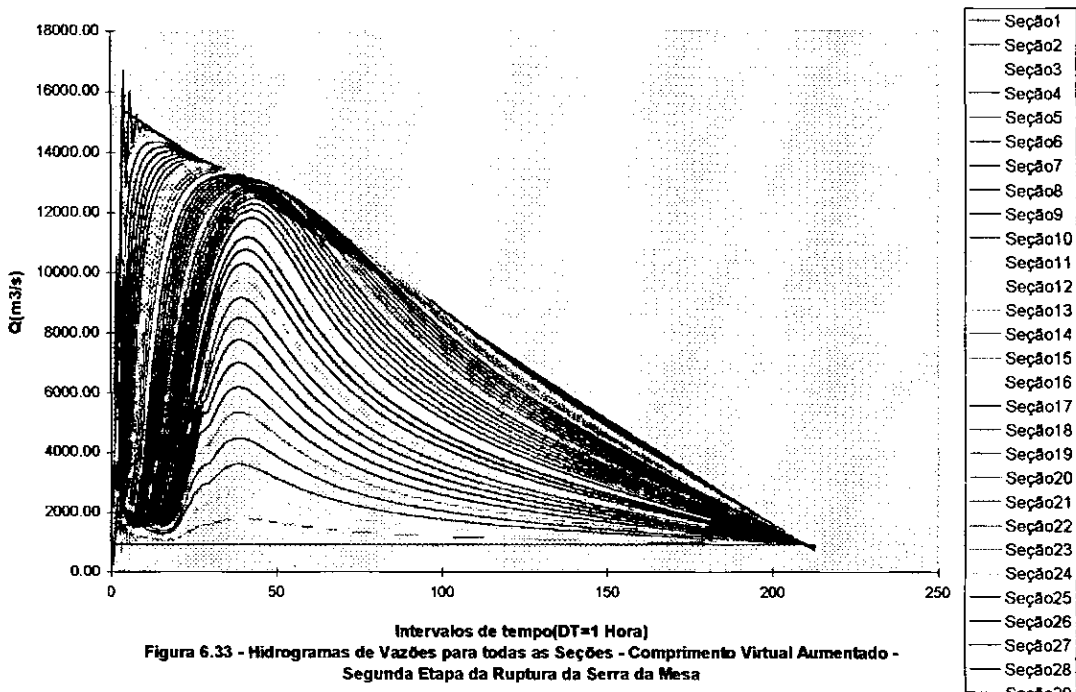


Figura 6.31 - Hidrogramas de Profundidades para Seções Reais - Segunda Etapa da Ruptura de Serra da Mesa



Intervalos de tempo(DT=1 Hora)
Figura 6.32 - Hidrogramas de Cotas da Superfície Livre para as Seções Reais - Segunda Etapa da Ruptura de Serra da Mesa



Intervalos de tempo(DT=1 Hora)
Figura 6.33 - Hidrogramas de Vazões para todas as Seções - Comprimento Virtual Aumentado - Segunda Etapa da Ruptura da Serra da Mesa

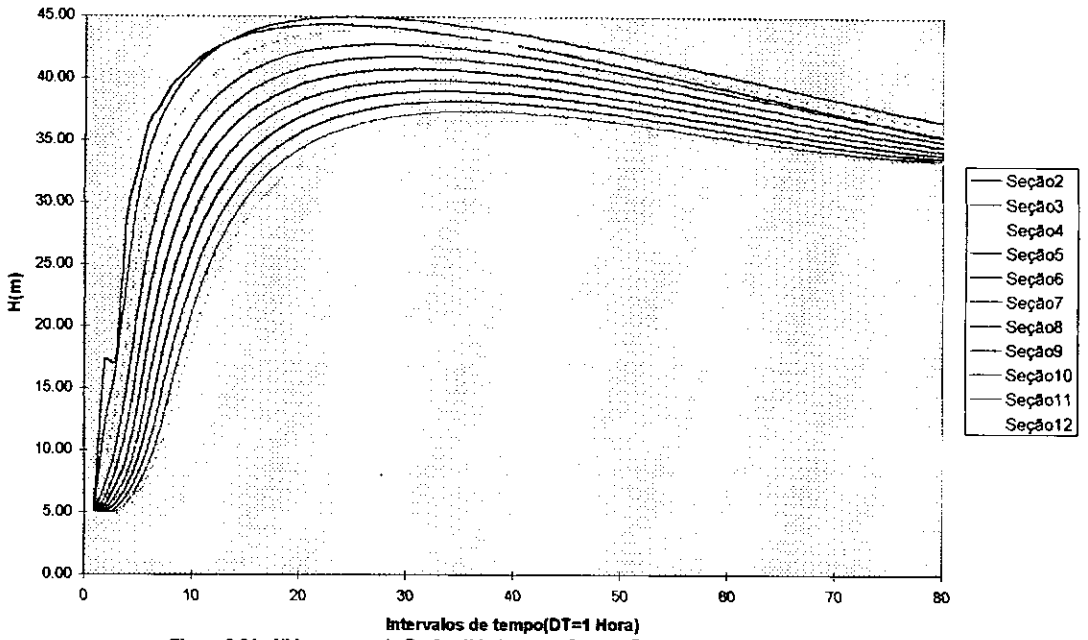


Figura 6.34 - Hidrogramas de Profundidades para Seções Reais - Comprimento Virtual Aumentado - Segunda Etapa da Ruptura de Serra da Mesa

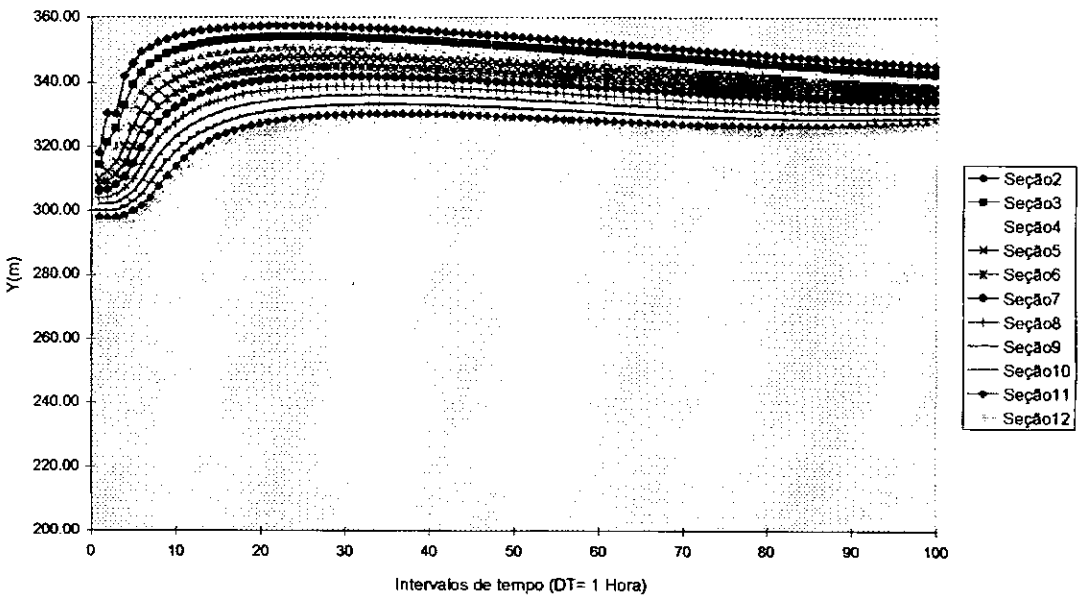


Figura 6.35 - Hidrogramas de Cotas da Superfície Livre - Seções Reais - Comprimento Virtual Aumentado - Segunda Etapa da Ruptura de Serra da Mesa

6.6.5 - Ruptura Hipotética. Etapa de Construção com 80 m de Altura da Barragem Construída

Tendo em vista os resultados apresentados no item anterior, considerou-se a altura de 80 m como representativa da terceira e última etapa de construção da barragem de Serra da Mesa, para efeitos de tentar simular os resultados de sua ruptura hipotética nessa etapa.

Sendo o gradiente inicial de energia potencial mais alto do que do que o do item anterior, são de se esperar problemas de amplificação de profundidades como os observados na segunda etapa. O valor inicial do comprimento virtual também foi aqui adotado como 180 Km, apenas como um teste preliminar para a presente etapa de aplicação do modelo PROPAG. A vazão máxima de ruptura foi avaliada pela expressão (6.11) e os incrementos temporal e espacial foram mantidos em 1 hora e 3600 m, respectivamente. Os hidrogramas para as seções reais do trecho de interesse são mostrados na Figura 6.36. Os hidrogramas apresentam amortecimento e defasagem, embora em menor grau do que o esperado. Na Figura 6.37 são mostrados os correspondentes hidrogramas de profundidades para as seções reais, onde notam-se amplificações irrealistas após o passo de tempo aproximadamente igual a 65.

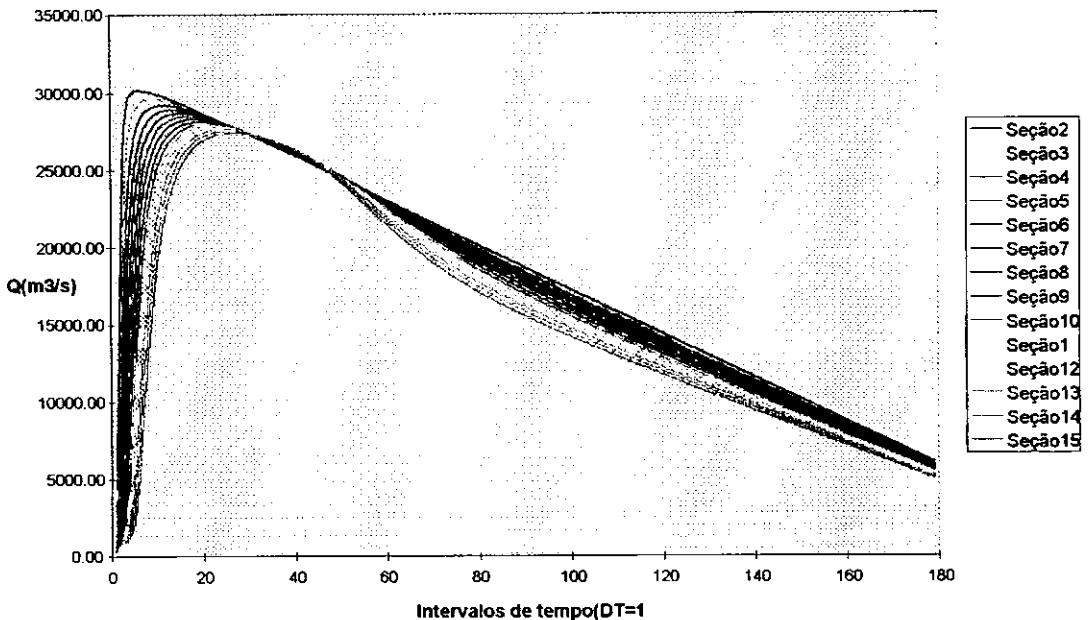


Figura 6.36 - Hidrogramas de Vazões para as Seções Reais - Comprimento Virtual 180 Terceira Etapa de Construção de Serra da Mesa (H=80)

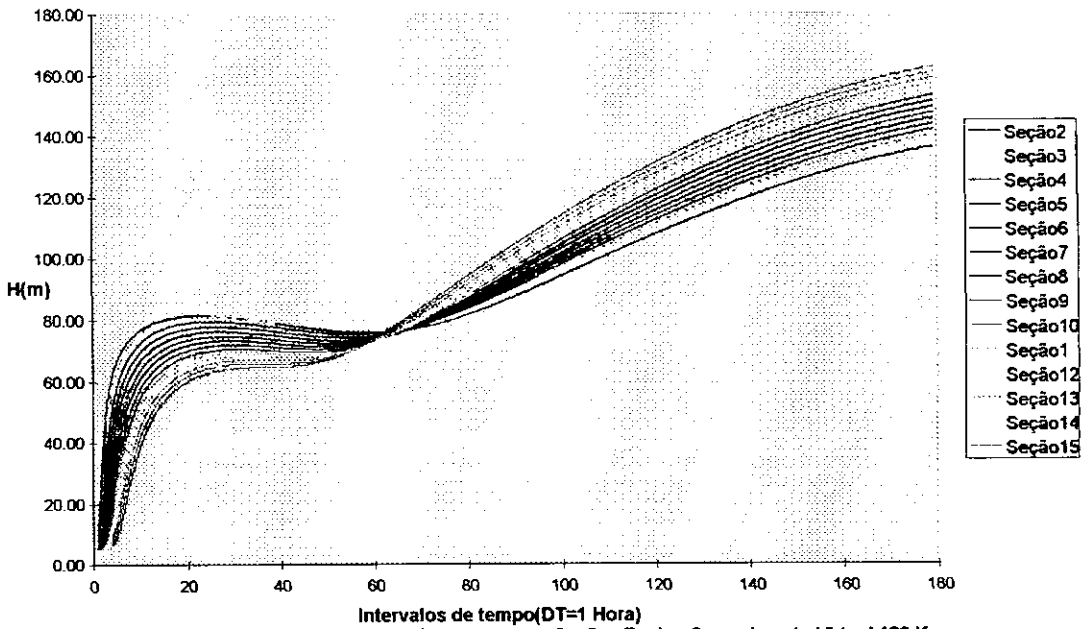


Figura 6.37 - Hidrogramas de Profundidades para as Seções Reais - Comprimento Virtual 180 Km Terceira Etapa de Construção de Serra da Mesa

Para uma melhor visualização, plotou-se os hidrogramas de profundidades apenas até o passo de tempo 44, que são mostrados na Figura 6.38. Apesar das curvas poderem fornecer as profundidades máximas estimadas nas seções reais pelas assintoticidades das mesmas, considerou-se que o comprimento virtual adotado encontrava-se subestimado, tendo em vista as anomalias mencionadas.

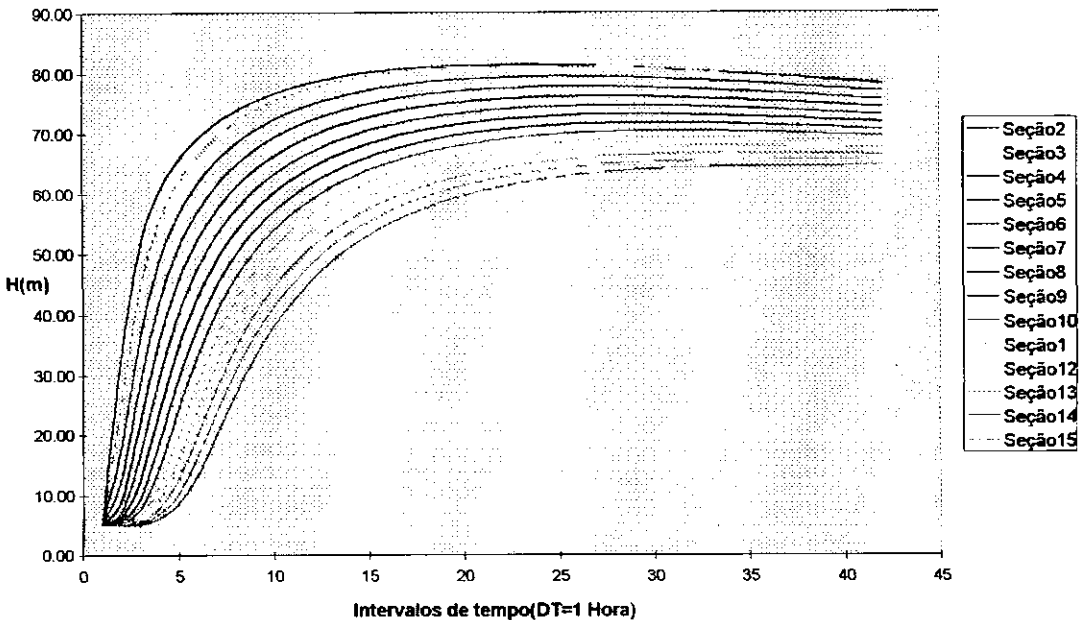


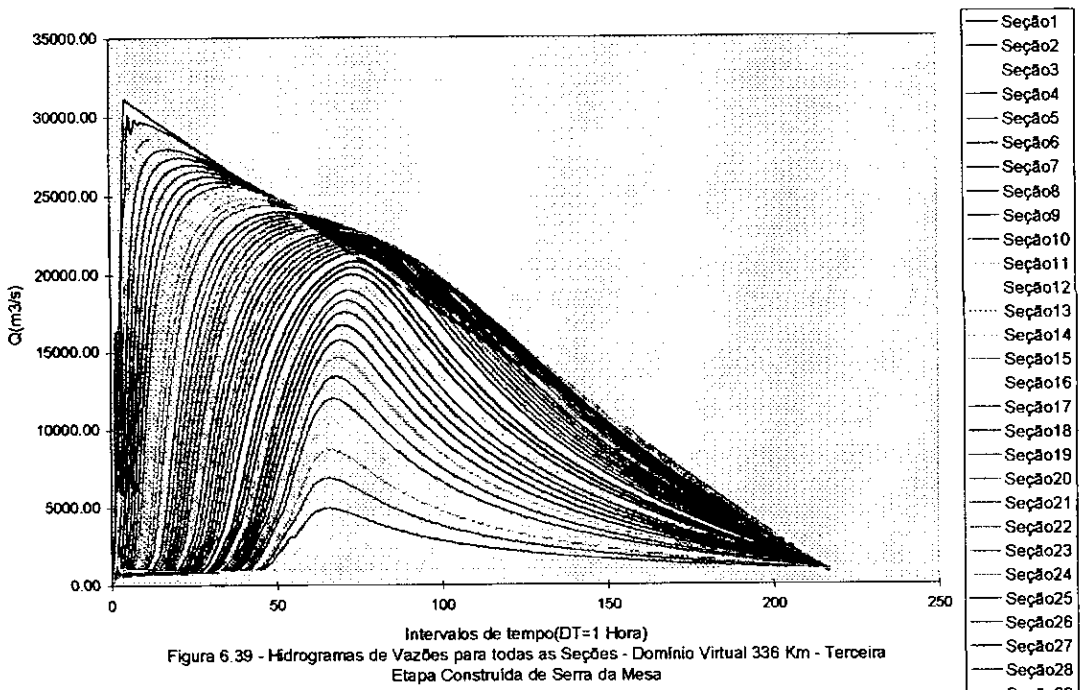
Figura 6.38 - Hidrogramas Truncados de Profundidades para as Seções Reais - Comprimento Virtual 180 Km - Terceira Etapa Construída de Serra da Mesa

Como outra tentativa, o comprimento virtual e o incremento espacial foram aumentados respectivamente para 336 Km e 6700 m, para detectar alguma possível melhoria no comportamento dos resultados, o que ocorreu em parte.

Para tal situação, os hidrogramas de vazões calculadas para todas as seções de cálculo e apenas para as seções reais são respectivamente mostrados nas Figuras 6.39 e 6.40.

Como pode ser visto os hidrogramas apresentam um pouco mais de amortecimento em relação ao comprimento virtual anterior.

Os hidrogramas correspondentes de profundidades, para todas as seções e apenas para as seções reais são vistos respectivamente nas Figuras 6.41 e 6.42.



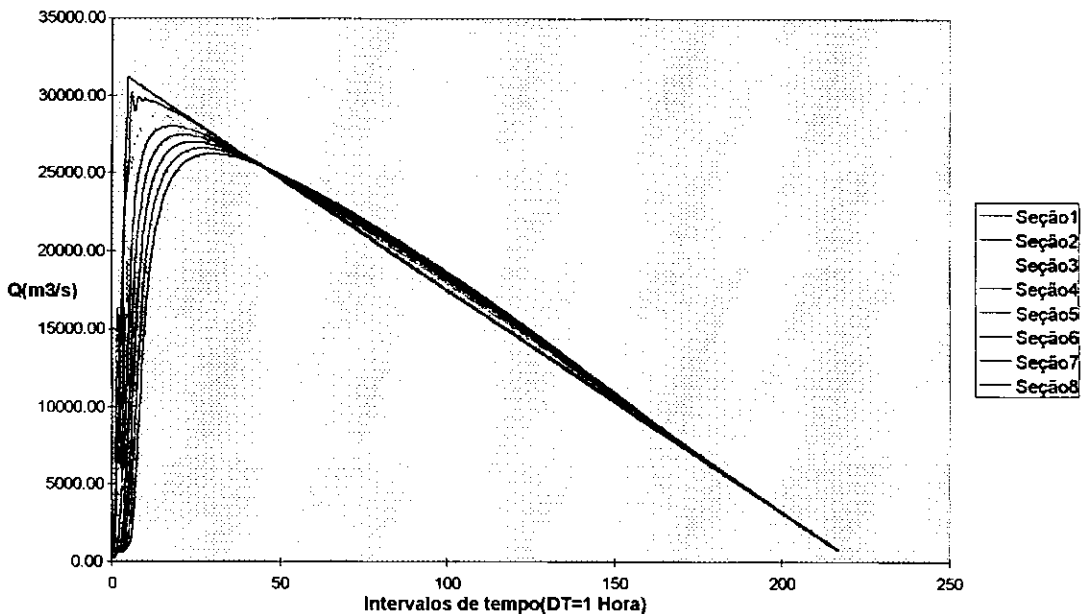


Figura 6.40 - Hidrogramas de Vazões para as Seções Reais - Domínio Virtual 336 Km - Terceira Etapa Construída de Serra da Mesa

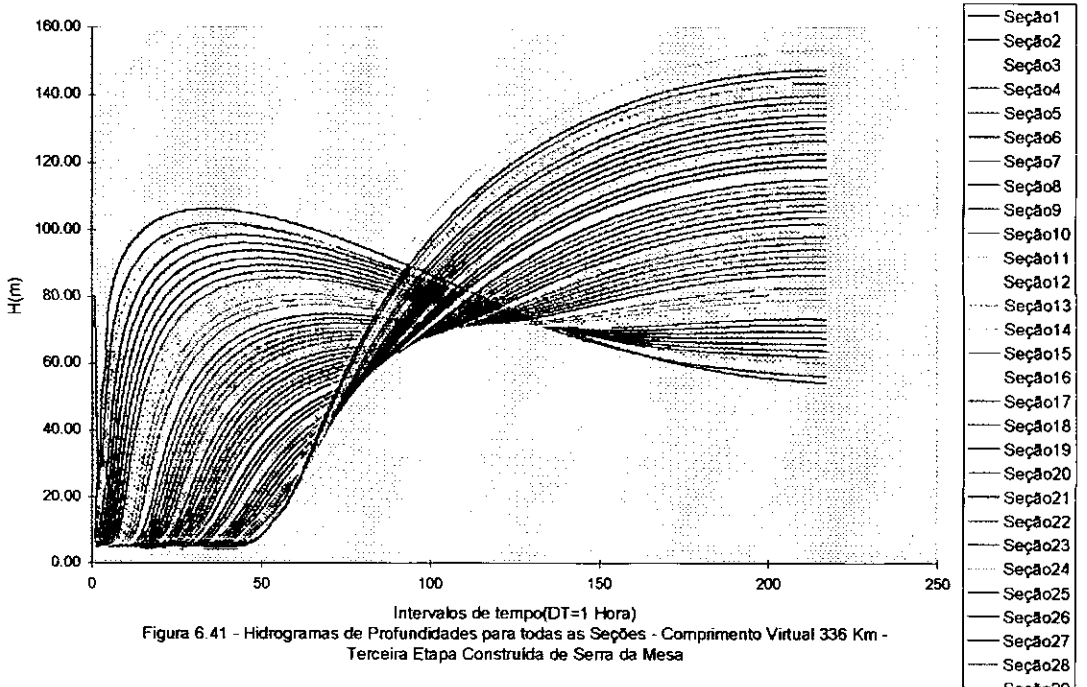


Figura 6.41 - Hidrogramas de Profundidades para todas as Seções - Comprimento Virtual 336 Km - Terceira Etapa Construída de Serra da Mesa

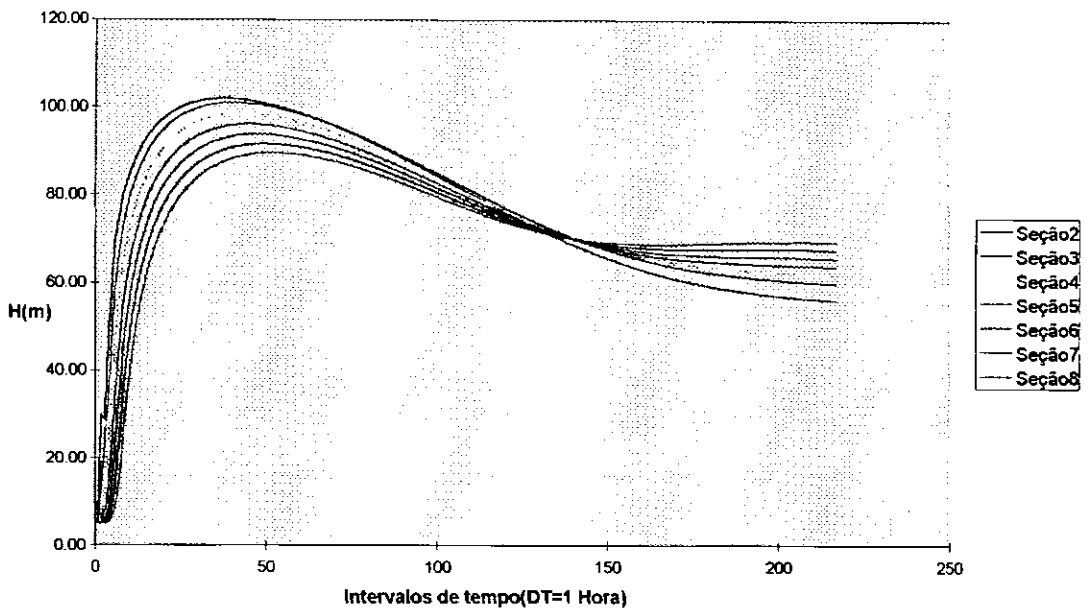


Figura 6.42 - Hidrogramas de Profundidades para as Seções Reais - Domínio Virtual 336 Km - Terceira Etapa Construída da Serra da Mesa

Truncando-se os hidrogramas de profundidades das seções reais no passo de tempo 100, são obtidas as curvas apresentadas na Figura 6.43, onde o comportamento parece melhor do que o obtido com domínio virtual 180 Km. Nessa figura, pode-se estimar com menos imprecisão, dada a melhoria qualitativa do comportamento das curvas, os valores máximos de profundidade e seus tempos de ocorrência para as seções discretas do domínio real.

Apesar de reconhecidamente exagerado, o domínio virtual de 336 Km permite estimativas que podem estar mais próximas da realidade do que para o domínio virtual de 180 Km de comprimento.

Entretanto, deve-se ressaltar que no caso presente, a validade do uso do domínio estendido parece restringir-se a barragens de pequeno e médio porte, como até 40 m de altura construída, sem que haja ampliações fictícias de quaisquer resultados.

Para completar os resultados desta terceira etapa, são mostrados nas Figuras 6.44 e 6.45 os hidrogramas de cotas da superfície livre para todas as seções e apenas para as seções reais, respectivamente.

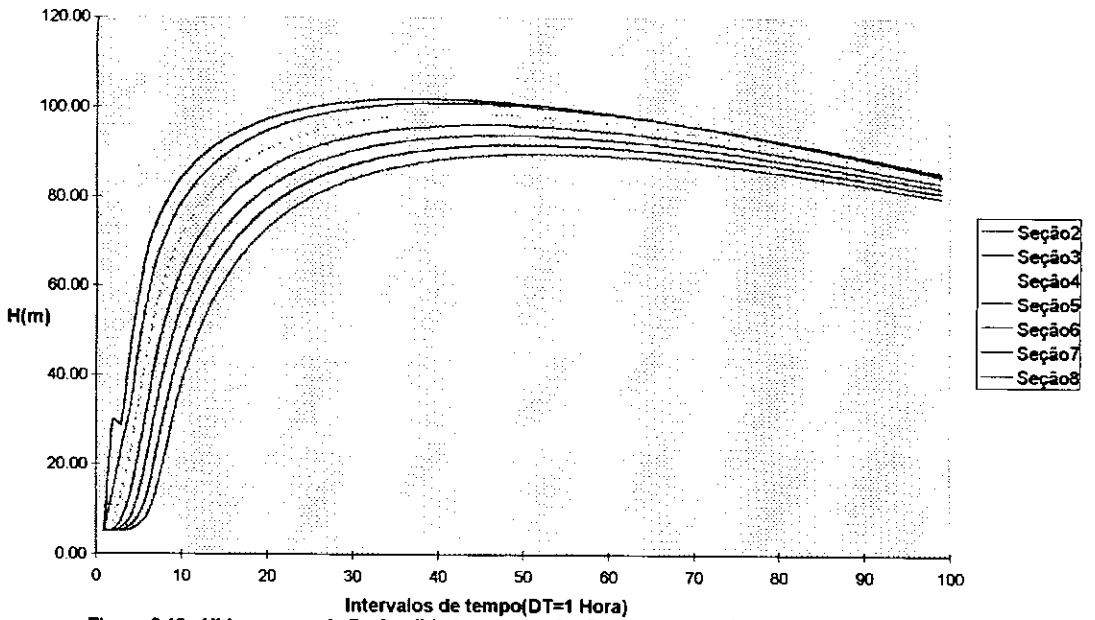


Figura 6.43 - Hidrogramas de Profundidades para as Seções Reais - Domínio Virtual 336 Km - Terceira Etapa Construída de Serra da Mesa

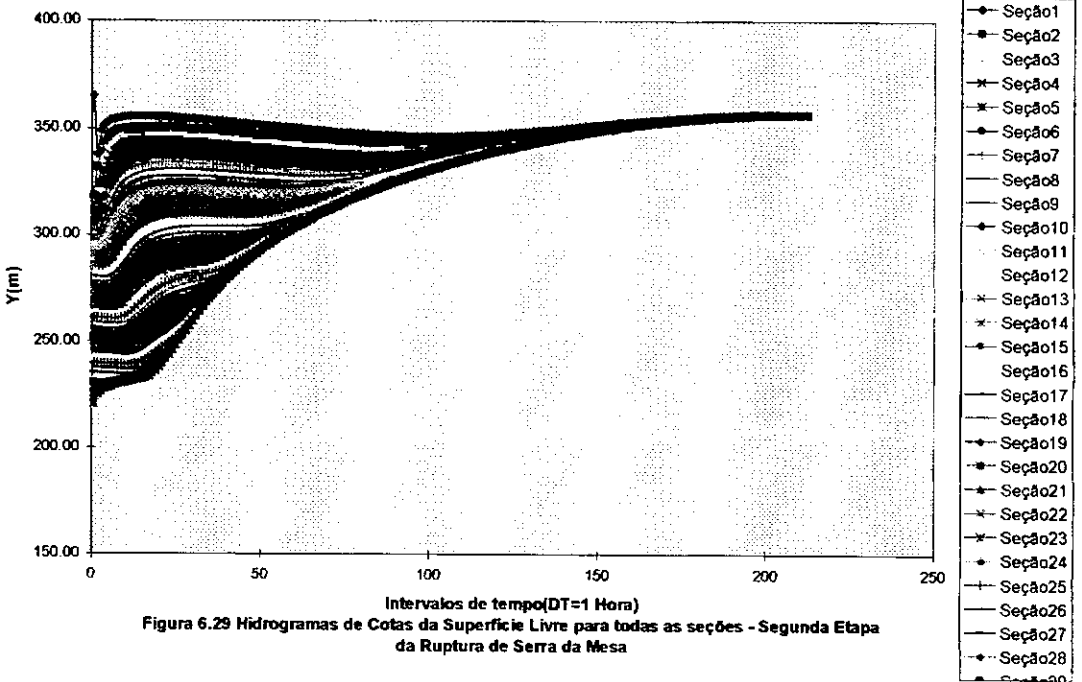


Figura 6.29 Hidrogramas de Cotas da Superfície Livre para todas as seções - Segunda Etapa da Ruptura de Serra da Mesa

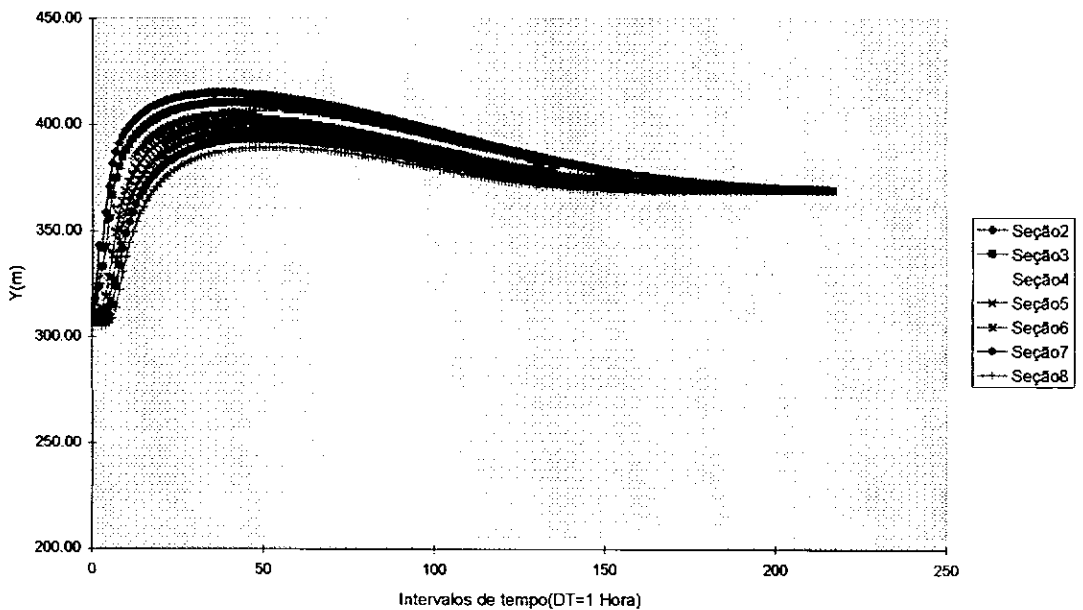


Figura 6.45 - Hidrogramas de Cotas da Superfície Livre para as Seções Reais - Domínio Virtual 336 Km - Terceira Etapa Construída de Serra da Mesa

6.6.6 - Ruptura Hipotética com altura total construída

Como a altura prevista final da barragem de Serra da Mesa é muito elevada, cerca de 130 m de altura, a simulação de sua ruptura hipotética total por modelos baseados na abordagem de captura de choque mostra-se problemática.

Resultados razoáveis para esta situação foram apresentados por Mascarenhas (1990), com o uso de profundidade e velocidade como variáveis dependentes, e modelação por esquema de diferenças finitas do tipo da empregada no modelo PROPAG. No mencionado estudo, a condição de contorno adotada a jusante do trecho de propagação é a curva-chave na última seção de cálculo, estimada pela condição da onda cinemática. Em modelos com termos não-lineares fracos, como o utilizado naquele estudo, os erros induzidos por relações válidas para regime permanente, como a curva-chave, podem não limitar de forma drástica a validade dos resultados obtidos e/ou a convergência do modelo computacional associado. Como já foi frisado anteriormente neste trabalho, os modelos que utilizam nas equações de Saint-Venant a vazão e a cota da superfície livre como variáveis dependentes apresentam desvantagens em relação àqueles aspectos, principalmente em transientes mais abruptos e portanto fortemente não permanentes.

Em particular, nos modelos que empregam o método generalizado de Newton-Raphson para a solução dos sistemas não lineares discretizados, são exigidos números elevados de ciclos de iteração, pelo menos nos passos de tempo subsequentes à ruptura hipotética de uma barragem.

À luz deste fatos, pode-se dizer que o modelo PROPAG mostra-se mais desvantajoso na simulação de ondas de ruptura de barragens altas, do que o modelo FLOOD ou o modelo apresentado em Mascarenhas (1990).

Além disso, caso fosse empregado o artifício do domínio virtual estendido no modelo PROPAG, para evitar os fortes erros advindos do uso de curva-chave como condição de contorno a jusante, no caso de grande altura de barragem, o comprimento a ser adotado para o domínio virtual pode resultar extremamente incompatível. Tendo em vista o exposto, optou-se pela tentativa de aplicar-se o modelo FLOOD para a altura total de barragem de Serra da Mesa, utilizando-se a curva-chave estabelecida por FURNAS para uma seção aproximadamente a 54 Km a jusante da barragem. Deve-se ressaltar no entanto que, como também já frisado anteriormente, o fato do modelo FLOOD utilizar o algoritmo de linearização com incrementos para as equações discretizadas de Saint-Venant, os resultados obtidos equivalem a um ciclo de iteração do Método de Newton-Raphson no modelo PROPAG. Para cheias naturais, não muito rápidas, os resultados são equivalentes, porém para ondas de ruptura, já que o número de ciclos de iteração seria elevado, a obtenção das variáveis no espaço e no tempo deve ser analisada com cautela.

Após diversas tentativas, observou-se que o modelo FLOOD não converge quando aplicado à propagação de ondas de ruptura com curva-chave como condição de contorno de jusante. Para que fossem gerados alguns resultados, ainda que duvidosos, para a ruptura total de Serra da Mesa, foram introduzidas como condições de contorno de jusante no modelo FLOOD, as vazões calculadas na última seção a jusante de Serra da Mesa obtidas por Mascarenhas (1990). Cumpre notar que isto também foi tentado no modelo PROPAG, sem sucesso provavelmente devido ao algoritmo iterativo de Newton-Raphson.

Os resultados do modelo FLOOD, sob as condições mencionadas, para a ruptura total de Serra da Mesa foram extremamente difíceis de serem obtidos, sendo necessárias diversas variações nos parâmetros do modelo. Tais variações foram impostas, por tentativa e erro, nos seguintes parâmetros: coeficiente de

ponderação de Preissmann, coeficiente de perda de carga localizada (introduzida no modelo FLOOD original), expoente inicial de $2/3$ no denominador de S_r (que engloba a condutância naquele modelo). Alguns resultados foram obtidos, após exaustivas tentativas, porém os mesmos parecem carecer de certo grau de significado físico, para a ruptura total de Serra da Mesa.

O intervalo de discretização temporal adotado em todas as simulações foi de 30 minutos e o espaçamento Δx da malha de discretização de 1000 m.

Os resultados do modelo FLOOD, sob as condições mencionadas, são apresentados nas Figuras 6.46 a 6.50. Nestas figuras ACOEF é o valor do expoente do raio hidráulico e AKC o coeficiente de perda de carga localizada.

Em algumas figuras o tempo de simulação foi arbitrariamente truncado, para permitir uma melhor visualização dos hidrogramas calculados.

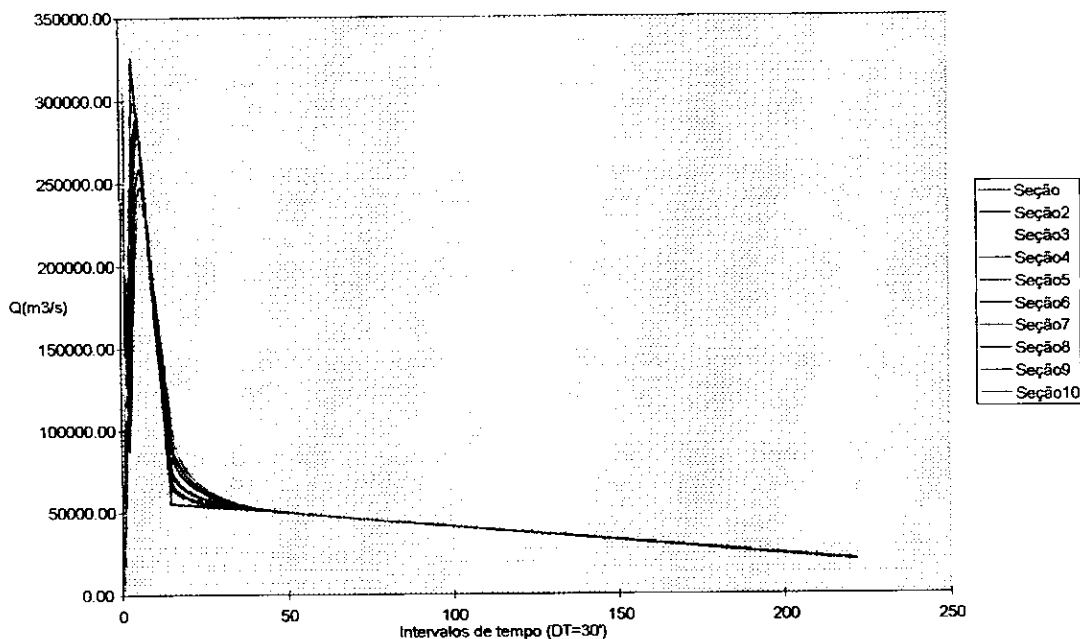


Figura 6.46 - Modelo FLOOD, Ruptura Total Serra da Mesa - ACOEF=0,5, AKC=0,4, Coef. Preissmann=0,85

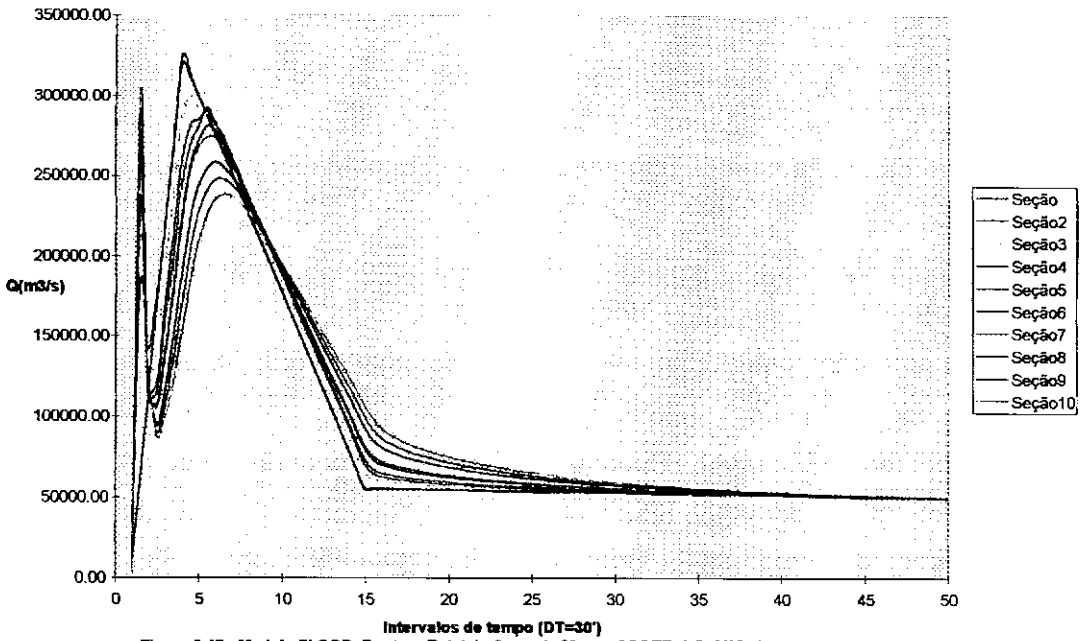


Figura 6.47 - Modelo FLOOD, Ruptura Total de Serra da Mesa - ACOEF=0,6, AKC=0,4, Coef. Preissmann=0,85

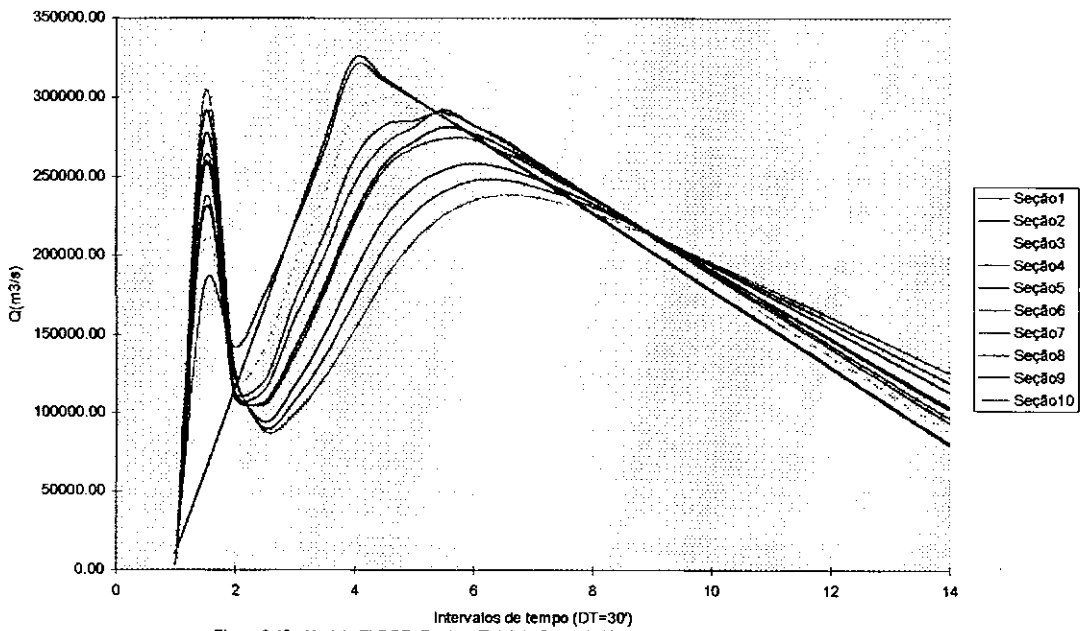
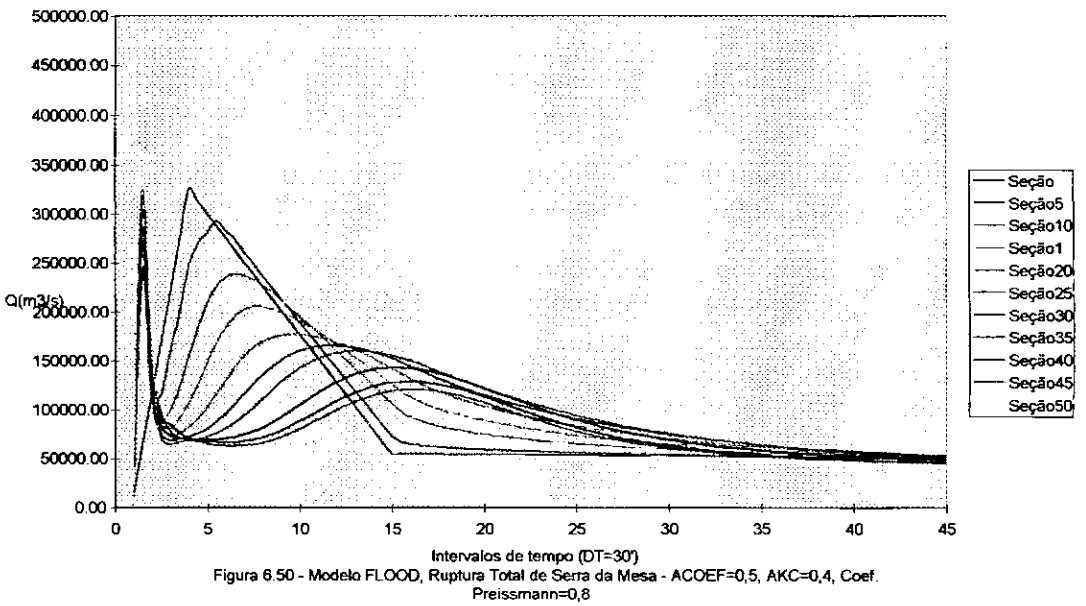
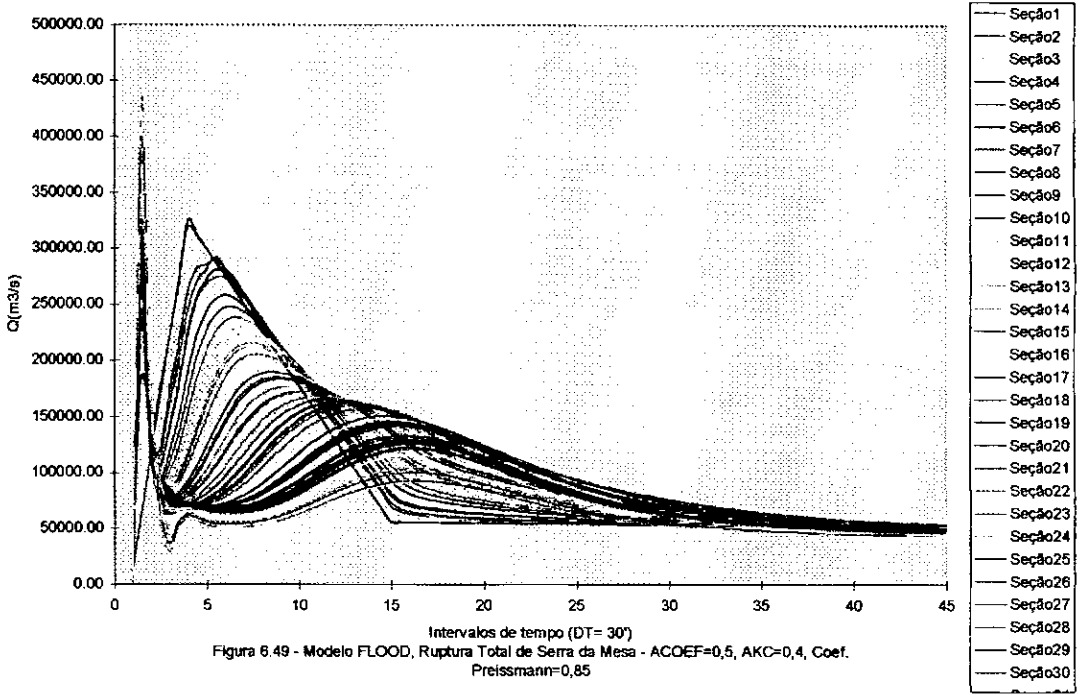


Figura 6.48 - Modelo FLOOD, Ruptura Total de Serra da Mesa - ACOEF=0,5, AKC=0,4, Coef. Preissmann=0,85



6.6.7. - Comentários Finais

Além de todas as observações já feitas anteriormente, quanto a diversos aspectos das modelações adotadas neste trabalho, restam ainda alguns comentários que, se por um lado não esgotam o assunto por outro lado enfatizam a necessidade de um maior estudo sobre as formas das equações de Saint-Venant a serem empregadas, bem como sobre a influência da variável prescrita como condição de contorno nos valores calculados das mesmas.

Tendo em vista que o uso das vazões como condições de contorno favorece maior precisão no cálculo dessas grandezas em outras seções, assim é de se esperar que a outra variável dependente, no caso deste trabalho a cota da superfície livre, apresente em certos casos um comportamento qualitativamente não muito compatível com o esperado ou verdadeiro. No entanto, a influência desse aspecto nas cotas calculadas pelos modelos só se mostra sensível quando o escoamento é mais abrupto, o que no presente caso corresponde às alturas construídas de Serra da Mesa superiores a 25 m.

Dessa forma, nas cheias naturais e nas de ruptura de barragem com altura construída não muito elevada, resultados razoáveis, sob o ponto de vista de engenharia, podem ser obtidos para as cotas calculadas da superfície livre. Deve-se ainda ressaltar que, os modelos com vazão e cota como variáveis dependentes não apresentam explicitamente na equação dinâmica a declividade do fundo do rio. Isto não significa, entretanto, que essa declividade não se manifeste em outras grandezas das equações. De fato, as propriedades geométricas das seções transversais utilizadas incluem suas cotas de fundo em relação a um referencial horizontal, e a profundidade necessária nas expressões de área, perímetro molhado e raio hidráulico, é então calculada subtraindo-se da cota d'água a elevação do fundo, o que mesmo indiretamente introduz a declividade de fundo nos cálculos. É importante notar que a declividade do fundo do rio possui um papel decisivo na avaliação da energia potencial e da energia cinética.

Qualquer variação, em um mesmo caso de aplicação, na declividade de fundo altera sensivelmente os padrões de amortecimento de energia, e portanto possui grande influência no cálculo das cotas da superfície livre. No caso de Serra da Mesa, as cotas de fundo de seções do rio Tocantins, extraídas de relatórios de FURNAS, apresentavam um comportamento bastante irregular, e às vezes absurdo

sob o ponto de vista da morfologia fluvial. A alternativa adotada na modelação foi a escolha de cotas de fundo mais ou menos confiáveis, na seção de barragem e em uma seção limite de jusante do trecho de interesse, sendo as das demais seções de cálculo obtidas por interpolação linear. Evidentemente esse procedimento provoca erros, que no caso não puderam ser exatamente quantificados, em função das incertezas sobre as reais cotas de fundo das seções discretizadas.

A título de ilustração, na Figura 6.51 são mostradas “fotografias” do perfil da superfície livre para os passos de tempo 1, 5, 10, 20, 50 e 91 após a ruptura da Etapa 1 de barragem de Serra da Mesa. Nessa figura, o fundo do rio foi plotado adotando-se para cotas de fundo das seções valores aproximados a partir do relatório de FURNAS. Nota-se claramente que, caso todas as cotas de fundo fossem confiáveis, a declividade de fundo deveria ser adotada como variável por trechos, o que não foi efetuado nos modelos computacionais pelos motivos apresentados. Ainda assim, a figura apresenta perfis de superfície livre razoavelmente compatíveis para a ruptura hipotética de Serra da Mesa na primeira etapa de construção, para os passos de tempo.

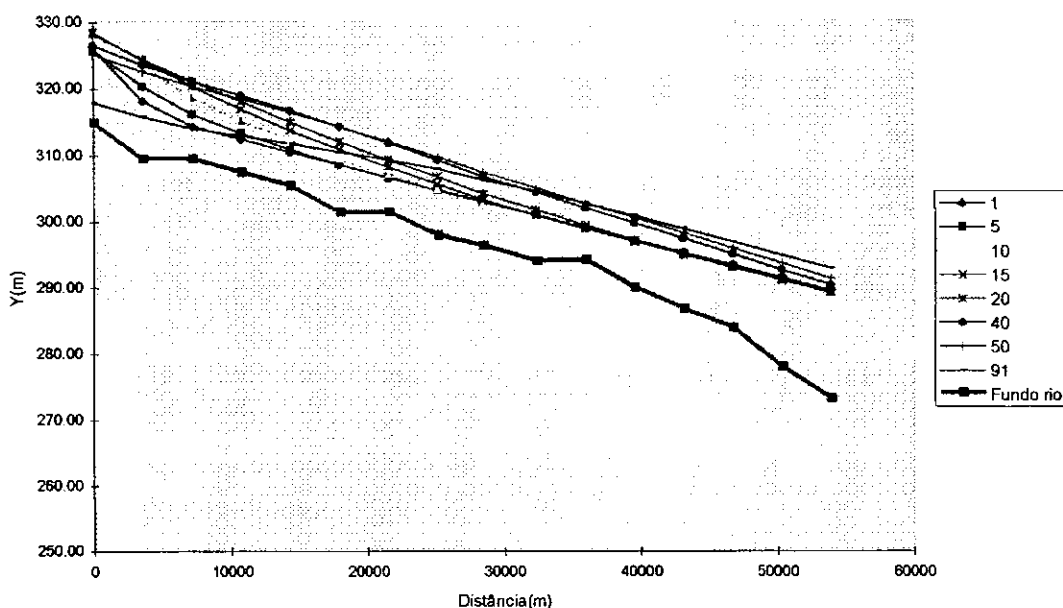


Figura 6.51 - Perfis da Superfície Livre após a Ruptura de Serra da Mesa, Primeira Etapa Construída

CAPITULO 7 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A linha de pesquisa associada à modelação numérica das ondas em geral, e em particular daquelas provocadas por ruptura de barragem, vem até o momento recebendo inúmeras contribuições de diversos pesquisadores.

Os resultados apresentados neste trabalho, provenientes da aplicação de modelos 1-D hidrodinâmicos, apresentam comportamentos razoáveis tanto para a propagação de cheias naturais como para as ondas provocadas por ruptura de barragem.

Entretanto, foi mostrado que certas formas das equações de Saint-Venant, por preservarem termos não lineares fortes, podem apresentar em sua solução numérica comportamentos às vezes incompatíveis com o processo físico real a ser simulado, quando a curva-chave é usada como condição de contorno de jusante.

Particularmente, o uso de relação do tipo curva-chave, em geral estabelecida para regime permanente, em certos casos inviabiliza a convergência do modelo numérico, principalmente se na equação dinâmica o termo Q^2/A é mantido em sua forma original. No caso das ondas de ruptura de barragem, este termo pode ser excessivamente alto, dificultando a busca numérica das soluções discretas do problema.

Para casos com gradientes iniciais não muito elevados de superfície livre, o artifício do domínio virtual, com prescrição de valores constantes de vazão em sua última seção, mostra ser uma alternativa viável para a obtenção de resultados sem a utilização da curva-chave.

As aplicações dos modelos hidrodinâmicos unidimensionais, para enchentes naturais e artificiais, não se encontram ainda em fase de total compreensão dos resultados obtidos e sua dependência em relação às formas adotadas para as equações de Saint-Venant. Existe a necessidade de análise da variabilidade de inúmeros parâmetros influentes na solução numérica do problema, bem como dos efeitos isolados da preservação de termos fortemente não lineares nas equações de Saint-Venant. O uso de variáveis dependentes que possuam menor grau de

influência entre si deve ser mais detalhadamente estudado, como por exemplo o caso de profundidade e velocidade.

Deve ser também analisada a importância da variabilidade do parâmetro de peso θ ao longo do tempo para as ondas mais abruptas, o que pode permitir uma simulação mais precisa, principalmente nos tempos subsequentes à ruptura de barragem.

Este capítulo como não poderia deixar de ser, não pretende esgotar as considerações sobre o assunto, mesmo porque até agora contribuições significativas vem sendo publicadas sobre o assunto. É de esperar-se que, com o sucesso do uso do domínio virtual estendido, novas técnicas sejam implementadas para a solução do cálculo da propagação de cheias naturais e artificiais com incerteza de condições de contorno.

A utilização de condições de contorno mistas, ou seja, a prescrição de diferentes variáveis dependentes nos extremos do trecho em estudo, merece uma maior atenção principalmente em situações que requeiram precisão no cálculo de vazão e cota.

Um aspecto final a ser estudado diz respeito à estimativa do comprimento virtual para a modelação. Uma tentativa viável consiste na aplicação do modelo com velocidade e profundidade como variáveis dependentes, prolongando-se o trecho de interesse até que as diferenças entre valores consecutivos no tempo na última seção do trecho prolongado sejam mínimos. Evidentemente devem ser efetuados testes nessa seção para assegurar que eventuais ondas de cheia não a tenham alcançado.

As conclusões e recomendações deste trabalho não se esgotam, não apenas porque inúmeros comentários foram efetuados nas aplicações, mas também porque em nossa opinião existe um extenso horizonte para o sucesso das aplicações de modelos hidrodinâmicos unidimensionais para cheias naturais e para as provocadas por ruptura de barragens.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABBOTT, M.B.; 1966, **An Introduction to the Method of Characteristics**, American Elsevier Publishing, New York.
- ABBOTT, M. B.; 1979, **Computational Hydraulics. Elements of the Theory of Free Surface Flows**, Pitman Publishing Limited, London.
- AMEIN, M.E.; FANG, CH.S., 1969, "Streamflow Routing (with applications to North Carolina Rivers)", **Water Resources Research Institute of the University of North Carolina**, Report No.17, January.
- AMEIN, M.; FANG,CH.S.; 1970, "Implicit Flood Routing in Natural Channels", **Journal of the Hydraulics Division**, v. 96, n.HY12 (Dec), pp.2481-2500.
- AMEIN, M.; CHU H. L., 1975, "Implicit Numerical Modeling of Unsteady Flows", **Journal of the Hydraulics Division**, v. 101, n.HY6 (Jun), pp.717-731.
- AMEIN, M. B.; 1983, "Directed Computation of Dam-Break Waves". In: **Conference on Frontiers in Hydraulic Engineering, Frontiers in Hydraulic Engineering:Proceedings New York, ASCE**, pp. 331-336, Cambridge.
- APARICIO, J.; ALDANA, A. A.; ESPINOSA, C.; 1988, "Um Esquema de Diferenças Finitas para la Simulação de Flujo Unidimensional a Superfície Livre". In: **Memorias del XIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica**, v.1, Jul., pp.1-10, La Habana.
- BASCO, D. R., 1989, "Limitations of de Saint-Venant Equations in Dam-Break Analysis", **Journal of the Hydraulics Engineering**, v. 115, n.7(Jul), pp.950-965.
- BETÂMIO, A.A.; 1982, "Rotura de Barragens. Introdução e Estudo Hidráulico", **Instituto Superior Técnico, Laboratório Nacional de Engenharia Civil**, Lisboa.

- CARVALHO, M.R.R., 1993, **Utilização de Modelo Físico Reduzido na Aferição de Modelo Matemático Hidrodinâmico Unidimensional de Propagação de Cheias**, Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- CIRILO, J.A., 1979, **Algoritmo de Gradientes Conjugados Aplicado à Identificação de Parâmetros nas Equações de Propagação de Onda de Cheia**, Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- COSTA, J.C.E, 1988, **Estimativa de Onda de Cheia Proveniente de Ruptura Hipotética de Barragem e sua Propagação**, Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- COURANT, R.; FREDERICHS, K.O.; LEWY, H.; 1948, **Supersonic Flow and Shock Waves**, Interscience Publishers Inc., New York.
- CUNGE, J.A.; HOLLY, F.M.Jr; VERWEY, A.; 1980, **Practical Aspects of Computational River Hydraulics**, Pitman Advanced Publishing Program, London.
- CHAO-WU, GUANG-QING, D.; CHIGONG WU; 1993, "Model of Dam-Break Floods for Channels of Arbitrary Cross Section", **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 119, n. 8(Aug), pp.911-923.
- CHEN, C.L.; 1980, "Laboratory Verification of a Dam-Break Flood Model", **Journal of the Hydraulics Division**, v.106, n.HY4(Apr), pp. 535-556.
- DIB, K.R; BRAGA, R.G.S; 1985, "Estudo da Propagação de Vazões em Rios e Reservatórios através de Modelos Hidrodinâmicos", Disciplina: Escoamento Não-Permanente em Canais, COC810, COPPE/UFRJ.
- FABIANI, A. L.T., 1995, **Contribuição ao Estudo das Ondas Geradas pela Ruptura de Barragens**, Tese de M.Sc., U.F. Paraná.
- FREAD, D.L.; HARBOUGH, T.E.; 1973, "Transient Hydraulic Simulation Breached Earth Dams", **Journal of Hydraulics Division**, v.99, n.1(Jan), pp.139-154.

- FREAD, D.L.; 1973, "Technique for Implicit Dynamic Routing in Rivers with Tributaries", **Water Resource Research**, v.9, n.4(Set), pp.918-926.
- FREAD, D.L.; 1976, "Theoretical Development of Implicit Dynamic Routing Model", **Silver Spring: Hydrological Research Laboratory**, paginação irregular.
- FREAD, D.L.; SMITH, G.F.; 1978, "Calibration Technique for 1-D Unsteady Flow Models", **Journal of the Hydraulics Division**, v.104, n.HY7(Jul), pp.1027-1044.
- FREAD, D.L.; 1982, "The Developing and Testing of Dam-Break Flood Forecasting Model". In: **Proceedings of Dam-Break Flood Routing Model Workshop, U.S. Water Resources Council, Hydrology Comitee**, pp.164-197.
- FREAD, D.L.; 1988, "The NWS DAMBRK Model: Theoretical Background/User Documentation", **Silver Spring: U.S. Department of Commerce**, paginação irregular.
- FREAD, D.L.; 1989, "National Weather Service Models to Forecast Dam-Break Floods". In: **Starosolszky, O.; Melder, O.M.; (Eds.); Hydrology of Disasters , London: WMO, Proceedings of the Technical Conference on the Hydrology of Disasters**, pp.192-211, Geneve.
- HUANG, Y. H.; 1978, "Channel Routing by Finite Difference Method", **Journal of the Hydraulics Division**, v. 104, n.HY10(Oct), pp1379-1393.
- HUNT, B.; 1984, "Dam-Break Solution", **Journal of Hydraulic Engineering**, v.110, n6(Jun), pp.675-686.
- JARRET, R. D.; 1984, "Hydraulics of High-Gradient Streams", **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 110, n.11(Nov), pp.1519-1539.

- KARMEGAN, M., RANGAPATHY, V., HARIBABU, S.; 1991, "Development of Conveyance Routing". In: **Proceeding of the First International Conference on Computational Modelling of Free and Moving Boundaries**, v.1, Fluid-Flow, pp.235-248, Southampton.
- KATOPODES, N. D; SCHAMBER, D., R.; 1983, "Applicability of Dam-Break Flood Wave Models", **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 109, n.5(May), pp.702-721.
- LIGGETT; J.A.; CUNGE, J.A.; 1975, "Numerical Solution of the Unsteady Flow Equations", Chapter 4, **Unsteady Flow in Open Channels**, Malmood, K; Yevjevich, V; Eds., **Water Resources Publications**, Fort Collins, Colorado.
- LOU, W. C.; 1981, **Mathematical Modelling of Eart Dam Breaches**, Dissertação of Doctor of Philosophy, Colorado State University, Fort Collins, Spring.
- LYN, D.A.; GOODWIN, P.; 1987, "Stability of a General Preissmann Scheme", **Journal of the Hydraulics Division**, v.113, n.1, pp.16-28.
- MASCARENHAS, F.C.B., 1980, **Uma Metodologia para a Estimativa de Parâmetros no Cálculo da Propagação de Enchentes**, Tese M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- MASCARENHAS, F.C.B.; VIEIRA DA SILVA, R. ; 1987, "Alternativas da Metodologia para a Propagação de Ondas de Ruptura de Barragens". In: **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos e III Simpósio Luso-Brasileiro de Hidráulica e Recursos Hídricos**, v.3, pp.34-42.
- MASCARENHAS, F.C.B.; VIEIRA DA SILVA, R.; 1988, "Propagação da Onda Resultante da Ruptura de uma Barragem". In: **Memórias del XIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica**, v.3, Jul., pp.013-24, La Habana.
- MASCARENHAS, F.C.B., 1990, **Modelação Matemática de Ondas Provocadas por Ruptura de Barragens**, Tese D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

- MASCARENHAS, F.C.B.; VALENTINI, E.; COSTA; 1996, "Modelling and Predicting Beach Evolution after Groin Construction in the North-East Coast of Brasil". In: **First International Conference on Environmental Problems in Coastal Regions, Coastal Environmental 96**, Proceedings, pp. 83-91, Computational Mechanics Publications, Southampton, U.K.
- MILLER, S.; CHAUDHRY, H; 1989, "Dam-Break Flows in Curved Channel", **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 115, n. 11(Nov), pp.1465-1479.
- MOZAYENY, B.; SONG, CH.; 1969, "Propagation of Flood Waves in Open Channels", **Journal of the Hydraulics Division**, v. 95, n.HY3(May), pp.877-892.
- MUSKATIROVIK, J.; KAPOR, R.; 1985, "Analysis of the Control of Floods caused by the Failure of a Cascade System of Dams". In: **International Conference on the Hydraulic of Floods and Flood Control, Proceedings, Cranfield: BHRA Fluid Engineering**, pp.49-61, 2.:1985: Cambridge.
- NOGUEIRA, V. de P.Q.; 1984, **A Mathematical Model of Progressive Earth Dam Failure**, Dissertação of Doctor of Philosophy, Colorado State University, Fort Collins.
- PASINATO, H.; TUCCI, C.E.M.; 1992, "Modelo Matemático para Ondas Abruptas em Rios e Canais". In: **RBE, Caderno de Recursos Hídricos**, v.10, n.2(Dez), p.131-152.
- PONCE, V.M.; SIMONS, D.B.; 1977, "Shallow Wave Propagation in Open Channel Flow", **Journal of the Hydraulics Division**, v.103, n.HY12(Dec), pp.1461-1476.
- PONCE, V. M.; INDLEKOFER, H.; SIMONS, D. B; 1978, "Convergence of Four-Point Implicit Water Wave Models", **Journal of the Hydraulics Division**, v. 104, n.HY7(Jul), pp.947-958.

- PONCE, V.M.; INDLEKOFER, H.; SIMONS, D. B.; 1979, "Convergence of Implicit Bed Transient Models", **Journal of the Hydraulics Division**, v. 105, n.HY4(Apr), pp.351-363.
- PREISSMANN, A.; 1960, "Propagation des Intumescences dans les Canaux et Rivières". In: **1st, Congrès de l'Association Française de Calcul**, pp. 433-442, Grenoble.
- RAJAR, R.;1978, "Mathematical Simulation of Dam-Break Flow", **Journal of the Hydraulics Division**, v. 104, n.HY7(Jul), pp.1011-1026.
- RALSTON, A; 1965, **A First Course in Numerical Analysis**, New York, Mc Graw-Hill, Book Company.
- RICHTMYER, R.D.; MORTON, K.W.; 1957, **Difference Methods for Initial Value Problems**, Interscience Publishers Inc., New York.
- ROSE, D.; 1978, "Risk of Catastrophic Failure of Major Dams", **Journal of the Hydraulics Division**, v.104, n.HY9(Set), pp.1349-1351.
- SAKKAS, J.G.; STRELKOFF,T.; 1976, "Dimensionless Solution of Dam-Break Flood Waves", **Journal of the Hydraulics Division**, v.102, n.HY2(Feb), pp.171-184.
- SAMUELS, P.G.; SKEELS, P. C.; 1990, "Stability Limits for Preissmann's Scheme", **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 116, n. 8(Aug), pp.997-1011.
- SILVA, P.C.A., 1972, **Método Implícito para Solução do Problema de Ondas de Cheia em Junção de Rios**, Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ,Rio de Janeiro, RJ, Brasil..
- SINGH, V.P.; SCARLATOS, P.D.; 1988, "Analysis of Gradual Earth-Dam Failure", **Journal of the Hydraulics Division**, v. 114, n. 1(Jan), pp.21-42.
- STRELKOFF, T; 1969, "One-Dimensional Equations of Open-Channel Flow", **Journal of the Hydraulics Division**, v. 95, n.HY3(May), pp.861-876.

- TUCCI, C.E.; 1986, "Modelos Matemáticos em Hidrologia e Hidráulica", R.B.E, **Caderno de Recursos Hídricos**, v.2, Rio de Janeiro.
- ZEEVALLOS, O.; ZÚÑIGA, M.; 1988, "Modelo de la Onda Difusiva para el Tránsito de Crecidas em Rios". In: **Memorias del XIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica**, v.3, Jul., pag.001-12, La Habana.
- ZOVNE, J.J.; MARTIN, C.S.; 1979, "Simulation of Transient Supercritical Channel Flow", *Journal of the Hydraulics Division*, v.105, n.HY7(Jul), pp.859-875.