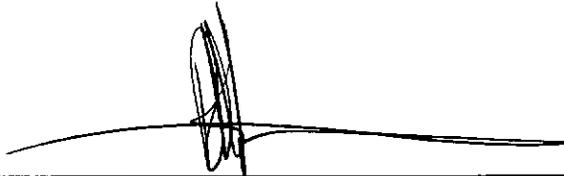


ESTABILIZAÇÃO DE ALGORITMO DE IDENTIFICAÇÃO  
POR PROPAGAÇÃO DE ONDAS

Rolando Alberto Maguiña Pérez

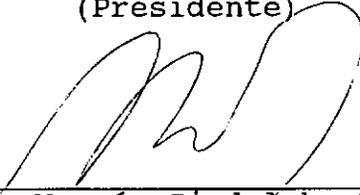
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Aprovada por:



---

Prof. Roberto A. Tenenbaum, D.Sc.  
(Presidente)



---

Prof. Moysés Zindełuk, D.Sc.



---

Prof. Agamenon de O. Rodrigues, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

ABRIL 1994

MAGUIÑA, ROLANDO ALBERTO

Estabilização de Algoritmo de Identificação por  
Propagação de Ondas

[Rio de Janeiro] 1994

IX, 118 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia  
Mecânica, 1994)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro,  
COPPE

1. Propagação de ondas

2. Acústica

I. COPPE/UFRJ    II. Título (Série)

Aos meus pais

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho só foi possível porque muitas pessoas colaboraram, de diferentes modos, para alcançar esse objetivo. Desejo expressar aqui minha gratidão e o meu reconhecimento. Se esqueci de alguém saibam desculpar-me, pela omissão e não por ingratidão.

Ao Prof. Roberto Tenenbaum pela oportunidade de desenvolver este trabalho e pela sua orientação.

Aos colegas, professores e funcionários do Programa de Engenharia Mecânica, especialmente do Laboratório de Acústica e Vibrações, nas pessoas de Vera, Maysa e Sérgio, pelo vosso companheirismo, amizade e apoio.

Aos Profs. Arthur Ripper e Jules Slama pelo vosso apoio constante e ensinamentos transmitidos.

À Jorge e Aparecida Coelho pela vossa amizade, solidariedade e apoio que foram um magnífico estímulo para concretizar este trabalho. À David Mauricio exatamente pelas mesmas razões. Em geral aos meus amigos que souberam ajudar-me nas horas difíceis como Gino, Dalber, Bernardino, Manuel, entre outros.

Especialmente à minha família, incluindo o mais recente membro: minha sobrinha Mayra Alejandra, pelo vosso carinho, solidariedade, paciência e apoio, sem os quais não teria alcançado este objetivo.

Ao Ser Supremo pois a sua Vontade permitiu este fato importante na minha vida.

RESUMO DA TESE APRESENTADA À COPPE/UFRJ COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M. Sc.)

ESTABILIZAÇÃO DE ALGORITMO DE IDENTIFICAÇÃO

POR PROPAGAÇÃO DE ONDAS

Rolando A. Maguiña Pérez

Abril 1994

ORIENTADOR : Roberto A. Tenenbaum

PROGRAMA : Engenharia Mecânica

Os métodos sequenciais desenvolvidos para a solução do problema inverso em propagação de ondas planas em meios não homogêneos, mostram-se instáveis perante a presença de ruído. Apresenta-se aqui um estudo da estabilidade do método denominado Algoritmo Sequencial Inverso (A.S.I.), propondo-se dois procedimentos que visam sua estabilização.

Com a finalidade de avaliar o comportamento dos métodos de estabilização propostos, reportam-se simulações numéricas da identificação de perfis de impedância acústica a partir de sinais ruidosos. Os perfis são identificados via A.S.I. incorporando os métodos de estabilização

Descreve-se um ensaio experimental para um meio cuja não homogeneidade é controlada. Reportam-se os resultados da identificação via algoritmo A.S.I., com os métodos de estabilização propostos, a partir de dados reais.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.).

STABILIZATION OF IDENTIFICATION ALGORITHM

BY WAVE PROPAGATION

Rolando Alberto Maguiña Pérez

April 1994

Thesis Supervisor : Roberto A. Tenenbaum  
Department : Mechanical Engineering

The sequential methods developed to solve the inverse problem for plane wave propagation in nonhomogeneous media, exhibit to be unstable in the presence of noise. Here, a stability analysis of the method called Inverse Sequential Algorithm (A.S.I.), is presented. Two procedures are proposed to stabilize the algorithm.

In order to evaluate the performance of the the stabilization methods proposed, which are incorporated in the algorithm A.S.I. , numerical simulations of the identification of acoustical impedance profiles under noisy signals are reported.

It's described an experimental test of a media whose nonhomogeneity is controlled. Results of the identification, taking experimental data as input data, are reported. Again, the profile is identified via algorithm A.S.I. with the stabilization procedures.

## ÍNDICE

CAPITULO 1	INTRODUÇÃO	
1.1	O problema abordado	1
1.2	Métodos usados na abordagem do problema inverso	1
1.2.1	Representação não paramétrica	3
1.2.2	Representação paramétrica	4
1.2.2.1	Modelos aproximados	4
1.2.2.2	Modelos não aproximados	4
1.3	Resumo da solução do problema direto	6
1.3.1	Apresentação do problema	6
1.3.2	Variáveis características	8
1.3.3	Equações algébricas p/meio estratificado	14
1.3.4	Solução exata do problema	17
1.3.5	Algoritmo Sequencial Direto (ASD)	22
1.4	Resumo da solução do problema inverso	23
1.4.1	Apresentação do problema	23
1.4.2	Algoritmo Sequencial Inverso (ASI)	24
CAPÍTULO 2	ESTABILIDADE	26
2.1	Introdução	26
2.2	Estabilidade do Algoritmo Sequencial Inverso	28
2.3	Método de estabilização por limitadores	35
2.4	Método de Ferber	36
2.4.1	Introdução	36
2.4.2	Fundamentos da estabilização	36

2.4.3	Aplicação ao Algoritmo Sequencial direto	39
2.4.4	Programas computacionais	42
2.5	Ajuste de curvas	43
2.5.1	Introdução	43
2.5.2	Fundamentos do método	44
2.5.2.1	Ajuste por mínimos quadrados	44
2.5.2.2	Hipoteses estatísticas do método	46
2.5.2.3	Critério de escolha do tipo de ajuste	47
2.5.3	Programa computacional	48
2.5.4	Descrição do método	48
CAPÍTULO 3 ENSAIOS NUMÉRICOS		50
3.1	Descrição dos ensaios	50
3.1.1	Introdução	50
3.1.2	Discretização do trecho não homogêneo	51
3.1.3	Intervalo de observação do sinal	51
3.1.4	Perfis de impedância acústica	52
3.1.5	Pulso de excitação	55
3.2	Solução direta	55
3.3	Solução inversa	58
3.3.1	Método de Ferber	59
3.3.2	Ajuste de curva	66
3.3.3	Análise comparativa dos métodos	71
CAPÍTULO 4 ENSAIOS EXPERIMENTAIS		74
4.1	Descrição dos ensaios	74
4.1.1	Meio a ser ensaiado	74

4.1.2	Banco de ensaios	75
4.1.2.1	Aparelhagem usada	75
4.1.3	Arranjo experimental	79
4.1.3.1	Alinhamento das barras	79
4.2	Características dos ensaios	80
4.3	Seleção dos extensômetros	83
4.4	Resultados dos ensaios	86
CAPÍTULO 5 CONCLUSÕES		90
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		93
ANEXOS		98

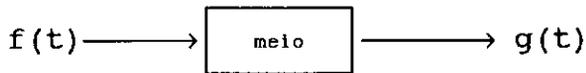
## CAPITULO 1.- INTRODUÇÃO

### 1.1 O problema abordado

A propagação de ondas planas em meios não homogêneos é um dos campos mais importantes da Acústica. Isto se deve às diversas aplicações que tem tanto na Engenharia como na Física (prospecção geológica, acústica submarina, ensaios não destrutivos de materiais, etc.) e, inclusive, na Medicina (diagnóstico médico mediante ultra-sonografia).

De maneira geral, nos fenômenos propagatórios aparecem basicamente dois problemas a serem resolvidos :

a) O problema direto, chamado também simulação, que consiste em determinar a resposta  $g(t)$  de um meio cujas propriedades são conhecidas, perante uma excitação dada  $f(t)$



$$\left. \begin{array}{l} f(t) \\ \text{meio} \end{array} \right\} g(t)$$

b) O problema inverso, ou de identificação, que consiste em caracterizar o meio a partir da sua resposta a uma excitação dada

$$\left. \begin{array}{l} f(t) \\ g(t) \end{array} \right\} \text{meio}$$

A determinação das propriedades mecânicas de um meio inacessível, a partir de sua resposta a uma excitação

aplicada à fronteira, tem merecido tentativas de diversos pesquisadores para resolver esse problema. Os algoritmos de identificação desenvolvidos nesse esforço, especialmente os sequenciais, têm se mostrado sensíveis à presença de ruído nos sinais adquiridos. No capítulo 2, efetua-se uma análise da estabilidade dos principais algoritmos de identificação, sendo o principal objetivo do presente estudo o procedimento de inversão denominado Algoritmo Sequencial Inverso [1], [3]. Como consequência da análise feita, propõem-se dois métodos que visam a estabilização desse algoritmo.

Como ponto de partida, vale a pena mencionar que o presente trabalho considera unicamente o problema unidimensional. A formulação unidimensional é a base dos algoritmos desenvolvidos, sendo considerado um modelo razoavelmente satisfatório inclusive para aplicações em Geofísica. O modelo físico a ser usado para o fenômeno propagatório unidimensional é o meio estratificado, no qual a região de propagação é assumida como seccionalmente homogênea, em camadas de espessura constante ou variável.

A identificação do meio não homogêneo - massa específica, velocidade da onda e área da seção reta variáveis - será abordada mediante a configuração pulso-eco : o meio unidimensional semi-infinito ao longo do eixo  $x$  (homogêneo para  $x < 0$  e não homogêneo para  $x > 0$ ), é excitado por um pulso incidente  $f(t)$ , observado na região homogênea cujas

propriedades são conhecidas; o eco  $g(t)$  resultante das refrações e reflexões devidas à não homogeneidade é observado na mesma estação durante um determinado intervalo de tempo. Os sinais de excitação e resposta de um ensaio tipo pulso-eco são os dados de entrada para a identificação do perfil de impedância acústica (ver Figura 1.1).

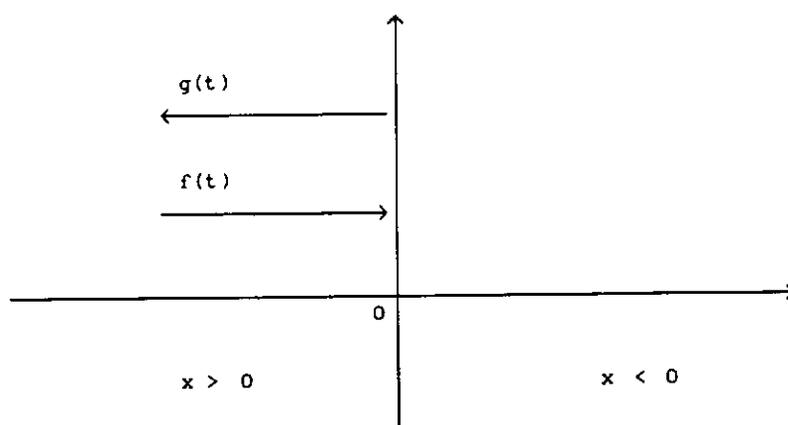


Figura 1.1

## 1.2 Métodos usados na abordagem do problema inverso

Os métodos usados na abordagem do problema inverso podem ser clasificados, segundo a representação do modelo matemático do sistema, em dois grandes grupos :

1.2.1 Representações não paramétricas : expressam a resposta do meio mediante um modelo de convolução sem visar a determinação de parâmetros do sistema. A inversão pode ser conseguida mediante um procedimento de deconvolução. Robinson [4], já em 1957, propôs uma técnica denominada deconvolução preditiva, sendo reportadas a posteriori outras técnicas como a filtragem homomórfica [5], a filtragem de

Kalman [6] e o método de Szaraniec [7].

1.2.2 Representações paramétricas : visam a determinação das propriedades do sistema. Estas podem ser subclassificadas em :

1.2.2.1 Métodos aproximados, os quais usam modelos simplificados do fenômeno propagatório, desconsiderando parcial ou totalmente as reflexões múltiplas, chegando a soluções aproximadas do problema, geralmente no domínio frequencial. Podemos mencionar, como exemplos, a solução WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin) – uma solução aproximada para o problema de difração de ondas eletromagnéticas – usada por Hassab [8] na obtenção de uma solução aproximada para o campo acústico num meio estratificado, e também o método denominado FSA (Forward Scattering Approximation) proposto por Candell et alii [9] para uma solução não reverberante do problema direto, para excitação monocromática. Os autores, em um artigo subsequente [10], apresentaram a solução do problema inverso obtendo uma expressão para os coeficientes de reflexão em função da frequência. Tenenbaum e Zindeluk [11] mostraram que uma aproximação equivalente pode ser feita também no domínio temporal.

1.2.2.2 Métodos não aproximados, cuja simplificação da modelagem limita-se à consideração de ondas planas propagando-se em um meio elástico unidimensional linear, não homogêneo e não dissipativo, como o nosso caso. Dentre destes métodos encontram-se três grandes tendências de abordagem :

a) Métodos analíticos, baseados no conhecimento da resposta impulsiva do meio; esta, depois de algumas transformações adequadas, é relacionada indiretamente com as propriedades do meio. A relação é feita em termos de uma equação integral (Gel'fand-Levitan [24], Gopinath-Sondhi [25], etc.) ou de uma equação integro-diferencial ( Coronés et alli [12] ), as quais são resolvidas numericamente.

b) Métodos baseados na teoria de controle ótimo, como o introduzido por Bamberger e Chavent [13], [14]. O método proposto usa sucessivas integrações a diferenças finitas da equação da onda, dentro de um algoritmo de otimização que aproxima perfís de impedância simulada ao perfil real.

c) Métodos sequenciais, que consistem em se discretizar as equações de estado em uma malha característica de forma a sobrepor seus nós com as interfaces do meio estratificado. As equações discretizadas representam então balanços locais de refração e reflexão em saltos de impedância e a forma triangular assumida pelas equações algébricas resultantes permite a identificação sequencial dos coeficientes de reflexão. Kunetz [15] foi o primeiro pesquisador a reportar um método sequencial para identificar um meio estratificado, usando as variáveis características. Logo depois Robinson [16], Claerbout [17] e Nahi et alli [18], desenvolveram técnicas recursivas que baseiam-se na mesma idéia : a partir do primeiro componente da resposta impulsiva discretizada do meio, determina-se a impedância acústica da primeira camada; conhecendo este parâmetro e o segundo componente do

eco discretizado, a segunda camada é identificada; e assim sucesivamente. Santosa e Schwetlick [20], dando continuidade ao trabalho pioneiro de Kunetz, usaram o método das características com aproximações de diferenças finitas de ordem superior, concluindo por não haver vantagem.

A seguir apresenta-se um resumo da solução, tanto do problema direto como do inverso, proposta por Tenenbaum e Zindeluk [2], [3] e que deu origem ao Algoritmo Sequencial Inverso (A.S.I.). Essa solução constitui a base teórica do presente trabalho.

### 1.3 Resumo da solução do problema direto

#### 1.3.1 Apresentação do problema

Vamos considerar, para nosso estudo, a propagação de ondas planas num meio elástico linear cujas propriedades mecânicas : massa específica,  $\rho(x)$ , rigidez elástica,  $E(x)$ , e área da seção reta,  $A(x)$ , variam exclusivamente com a coordenada espacial associada à direção de propagação, a coordenada  $x$ .

A equação constitutiva considerada é :

$$\sigma = E \varepsilon \quad (1.1)$$

Nesta expressão  $\sigma(x,t)$  é o campo de tensão longitudinal média na seção,  $\varepsilon(x,t)$  é o campo de deformação e  $E(x)$ , é o

módulo de Young.

O modelo adotado tem dois limites :

a) Limite inferior ( caso de uma barra fina ) :

negligencia-se a inércia radial, anulam-se tensões radiais e o módulo de Young relaciona-se com as constantes de Lamé por

$$E = \frac{\mu ( 3\lambda + 2\mu )}{\lambda + \mu} \quad (1.2)$$

b) Limite superior (caso do meio transversalmente infinito) : usualmente adotado em Geofísica, onde os deslocamentos laterais são nulos. A rigidez elástica para este caso está relacionada com as constantes de Lamé por :

$$E = \lambda + 2\mu \quad (1.3)$$

A equação constitutiva geral pode ser expressa por

$$\sigma = E u_x \quad (1.4)$$

onde  $u(x,t)$  é o campo de deslocamentos e o sub-índice

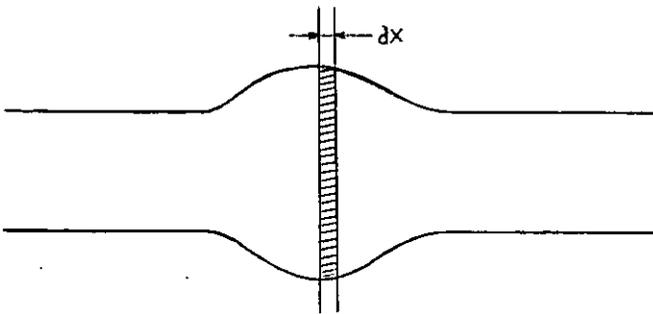


Figura 1.2

denota diferenciação parcial. Fazendo um balanço de forças em um elemento diferencial  $dx$ , desprezando-se a inércia

lateral e assumindo um campo de tensão longitudinal uniforme, obtemos a seguinte expressão para o balanço de quantidade de movimento local :

$$(\sigma A)_x = \rho A v_t \quad (1.5)$$

onde  $v(x,t)$  é o campo de velocidade na direção  $x$ .

A partir das equações (1.4) e (1.5) podemos obter uma equação diferencial de segunda ordem em termos da tensão propagante, ou seja [2]

$$\sigma_{tt} - c^2 \left[ \sigma_{xx} + \left( \frac{A'}{A} - \frac{\rho'}{\rho} \right) \sigma_x + \rho \left( \frac{A'}{\rho A} \right)' \sigma \right] = 0 \quad (1.6)$$

onde  $c(x) = [E(x)/\rho(x)]^{1/2}$  é a velocidade de propagação longitudinal no meio e o apóstrofo denota diferenciação com respeito à variável  $x$ . Essa equação hiperbólica não tem solução analítica conhecida.

### 1.3.2 Variáveis características

A formulação do problema no plano característico conjuntamente com algumas transformações matemáticas nos levará a uma forma compacta da equação da onda.

Previamente vamos expressar a propagação unidimensional mediante duas equações diferenciais de primeira ordem para os campos de tensão longitudinal e velocidade da partícula. Com esse objetivo diferenciemos a equação (1.4) com respeito ao tempo e desenvolvemos (1.5), obtendo :

$$\sigma_t = E v_x \quad (1.7)$$

$$\sigma_x + (A_x / A) \sigma = \rho v_t$$

introduzindo agora a variável tempo de percurso

$$\tau(x) = \int_0^x \frac{d\xi}{c(\xi)} \quad (1.8)$$

e usando o conceito de impedância acústica do meio,

$$z(x) = \rho(x) c(x) \quad (1.9)$$

nas equações (1.7) chegamos a :

$$\sigma_t = z v_\tau \quad (1.10)$$

$$\sigma_\tau + (A_\tau / A) \sigma = z v_t$$

Definindo então as variáveis características por

$$r = t + \tau \quad (1.11)$$

$$s = t - \tau$$

A família de curvas características no plano  $(t, \tau)$  compõe-se de retas a  $\pm 45^\circ$  (Figura 1.3).

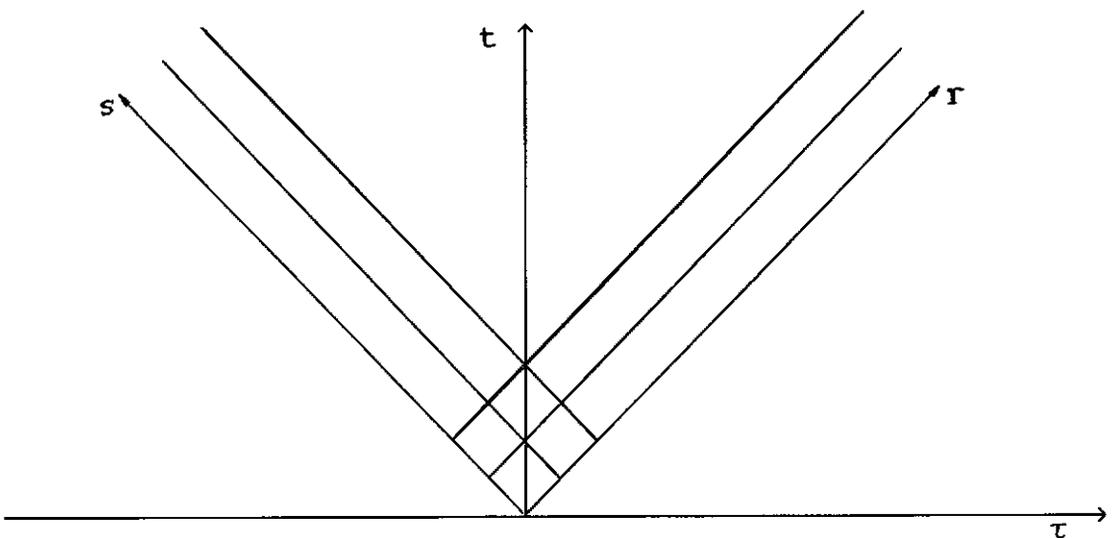


Figura 1.3

As equações (1.10) podem então ser expressas no plano característico (r,s) como :

$$\sigma_r - z v_r + (c A' / 2 A) \sigma = 0 \quad (1.12)$$

$$\sigma_s + z v_s + (c A' / 2 A) \sigma = 0$$

ficando estas desacopladas, exceto para o termo de seção variável.

Se o meio fosse homogêneo, z e A seriam constantes, logo as equações ficariam assim

$$(\sigma - z v)_r = 0 \quad (1.13)$$

$$(\sigma + z v)_s = 0$$

cuja solução, obtida mediante integração direta, é

$$\sigma - z v = 2 \phi(s) \quad (1.14)$$

$$\sigma + z v = 2 \psi(r)$$

onde  $\phi(s)$  e  $\psi(r)$  são funções arbitrárias. Se lembramos que no caso homogêneo  $\tau = x/c$  e substituimos em (1.14), obtemos a solução de D'Alembert para a tensão :

$$\sigma(x,t) = \phi(t - x/c) + \psi(t + x/c) \quad (1.15)$$

que mostra o caráter propagatório da solução, revelando que a tensão pode ser decomposta em cada ponto do plano (x,t) num componente progressivo,  $\phi(s)$ , viajando sobre a característica r constante e um componente regressivo,  $\psi(r)$ , viajando sobre a característica s constante.

Essa solução não satisfaz o caso não homogêneo, mas a idéia da decomposição progressiva-regressiva será usada para

buscar a solução do problema direto.

Faz-se então a seguinte mudança de variáveis dependentes :

$$\begin{aligned}\phi(r,s) &= \frac{1}{2} (\sigma - z v) \\ \psi(r,s) &= \frac{1}{2} (\sigma + z v)\end{aligned}\tag{1.16}$$

Resolvendo para  $\sigma$  e  $v$  e substituindo em (1.12), obtemos um sistema de equações diferenciais para os componentes progressivo e regressivo da tensão :

$$\begin{aligned}\phi_r + \frac{c}{4} \left[ \frac{z'}{z} (\psi - \phi) + \frac{A'}{A} (\psi + \phi) \right] &= 0 \\ \psi_s - \frac{c}{4} \left[ \frac{z'}{z} (\phi - \psi) + \frac{A'}{A} (\psi + \phi) \right] &= 0\end{aligned}\tag{1.17}$$

Nestas equações pode-se observar que a taxa de variação da onda progressiva (regressiva) ao longo da característica  $r(s)$ , depende da contribuição de ambos componentes. O fenômeno de reflexão pode então ser associado ao componente regressivo  $\psi(r,s)$  na primeira equação (ou ao componente  $\phi(r,s)$  na segunda) e o de refração pode ser associado ao componente progressivo  $\phi(r,s)$  na primeira equação (ou ao componente regressivo  $\psi(r,s)$  na segunda).

Mediante a seguinte transformação de variáveis dependentes pode-se retirar o termo de refração nas equações (1.17) :

$$\begin{aligned}\Phi(r,s) &= (z_0 A / z A_0)^{1/2} \phi(r,s) \\ \Psi(r,s) &= (z_0 A / z A_0)^{1/2} \psi(r,s)\end{aligned}\tag{1.18}$$

a qual não introduz singularidades pois as funções  $A(x)$  e  $z(x)$  são limitadas e não nulas em todo o intervalo.

A equação da onda fica então

$$\Phi_r + \frac{c}{4} \left( \frac{z'}{z} + \frac{A'}{A} \right) \Psi = 0 \quad (1.19)$$

$$\Psi_s - \frac{c}{4} \left( \frac{z'}{z} + \frac{A'}{A} \right) \Phi = 0$$

Se introduzimos agora o conceito de impedância generalizada

$$Z(x) = z(x) A(x) \quad (1.20)$$

chegamos a uma forma geral e compacta da equação da onda

$$\Phi_r + \frac{c}{4} \frac{Z'}{Z} \Psi = 0 \quad (1.21)$$

$$\Psi_s + \frac{c}{4} \frac{Z'}{Z} \Phi = 0$$

onde o termo de refração foi retirado pela transformação (1.18), sendo incorporado nos componentes propagantes  $\Phi$  e  $\Psi$  e permanecendo só o termo de reflexão local  $\pm (c/4) (Z'/Z)$ .

Finalmente vamos expressar a impedância acústica generalizada em função do tempo de percurso :

$$Z(\tau) = Z(x(\tau)) \quad (1.22)$$

logo

$$\dot{Z}(\tau) = dZ / d\tau = c Z' \quad (1.23)$$

Portanto, o sistema de equações compacto fica :

$$\Phi_r + \frac{1}{4} (\dot{Z}/Z) \Psi = 0 \quad (1.24)$$

$$\Psi_s - \frac{1}{4} (\dot{Z}/Z) \Phi = 0$$

A integração das equações (1.24) requer o estabelecimento de condições de contorno adequadas à condição física sob consideração. Se consideramos um meio semi-infinito  $x \geq 0$ , excitado em  $x = 0$ , as condições de contorno naturais são duas : a primeira prescreve o componente progressivo da tensão em  $x = \tau = 0$  ( $r = s$ ), correspondendo à tensão  $f(t)$  que está sendo aplicada no contorno, e a segunda prescreve um valor nulo para a amplitude do componente regressivo da tensão no contorno  $\tau = t$  ( $s = 0$ ).

Estas condições podem ser estabelecidas assim :

$$\Phi(s,s) = F(s) = f(t) \quad (1.25)$$

$$\Psi(r,0) = 0$$

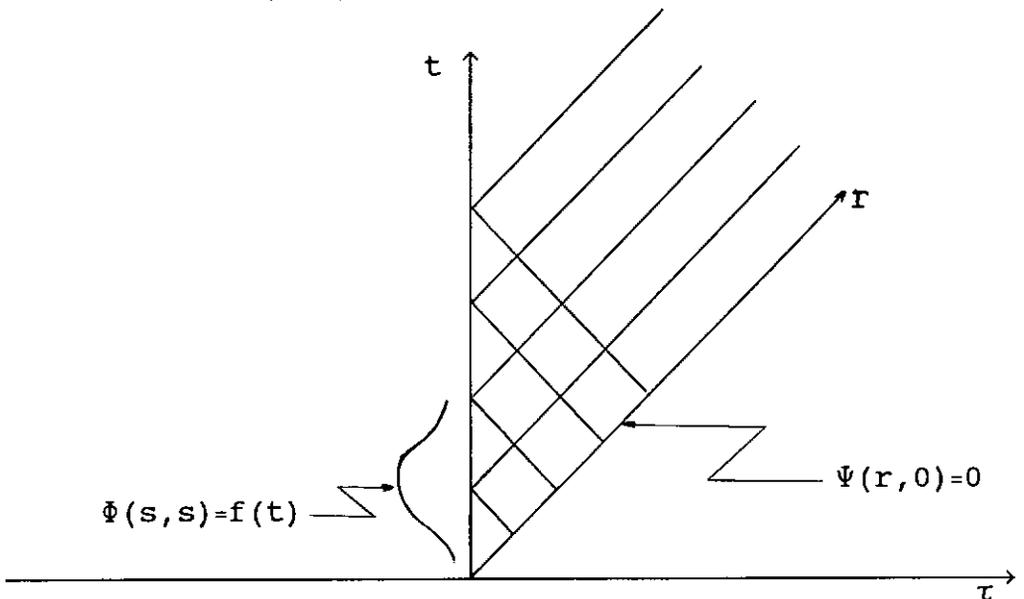


Figura 1.4

### 1.3.3 Equações algébricas para meio estratificado

As equações (1.17), para o caso particular de seção reta constante ou meio transversalmente infinito, simplificam-se a :

$$\phi_r + \frac{c}{4} \frac{z'}{z} (\psi - \phi) = 0 \quad (1.26)$$

$$\psi_s - \frac{c}{4} \frac{z'}{z} (\phi - \psi) = 0$$

O clássico método de integração numérica por diferenças finitas em malha característica aplicado ao sistema de equações (1.26), dá como resultado as seguintes equações algébricas :

$$u_{i,j} = (1 + r_{i-j}) u_{i-1,j} - r_{i-j} v_{i,j-1} \quad (1.27)$$

$$v_{i,j} = (1 - r_{i-j}) v_{i,j-1} + r_{i-j} u_{i-1,j}$$

onde  $u_{i,j}$  e  $v_{i,j}$  designam respectivamente os componentes progressivo e regressivo da tensão (ou deslocamento) no interior da malha, e  $r_k$  é o coeficiente de reflexão, usualmente definido em função do vetor de impedâncias acústicas :

$$r_k = \frac{z_k - z_{k+1}}{z_k + z_{k+1}} \quad k=1,2,\dots$$

O sistema algébrico (1.27) expressa a propagação da onda em um meio estratificado com camadas igualmente espaçadas, no sentido do tempo de percurso.

A equação da onda para meio estratificado (1.27) pode ser simplificada se discretizarmos a equação compacta (1.24). No sistema discreto, o pulso incidente  $f(t)$  e o eco  $g(t)$  são discretizados segundo a mesma frequência de amostragem  $\nu_a = 1/\epsilon$  enquanto o meio assume-se é descomposto em camadas homogêneas de igual tempo de percurso  $\Delta \tau = \Delta t = \epsilon/2$  (ver Figura 1.5 ). Os vetores do pulso discretizado e do eco discretizado são  $F_j = f(2(j-1)\Delta t)$  e  $G_j = g(2j\Delta t)$ ,  $j=1,2,\dots,N$ , onde  $N\Delta \tau$  é o intervalo de tempo que se deseja analisar. As amplitudes dos componentes progressivos da tensão, a qual foi transformada segundo (1.18), no interior da  $i$ -ésima camada entre os instantes  $(j-1)\Delta t$  e  $j\Delta t$  são designadas por  $U_n^p$ . As amplitudes dos componentes regressivos da tensão transformada no interior da  $i$ -ésima camada entre os instantes  $j\Delta t$  e  $(j+1)\Delta t$ , são designadas por  $V_n^p$ . Os contadores ao longo das retas características  $r$  e  $s$ , são  $n = (j+i)/2$  e  $p = (j-1)/2 + 1$ , respectivamente.

A Figura 1.5 mostra a malha característica no plano  $(t, \tau)$ , do octante  $t > 0$ ,  $0 \leq \tau \leq t$ , percorrida pelos primeiros componentes progressivos e regressivos da onda propagante. Também mostra-se a onda incidente  $f(t)$ , discretizada sobre a fronteira  $\tau=0$ , e o eco  $G(t)$  discretizado emergindo dessa fronteira.

O coeficiente de reflexão é definido agora por :

$$R_i = \frac{Z_i - Z_{i-1}}{Z_i + Z_{i-1}} \quad i=1, 2, \dots, N \quad (1.28)$$

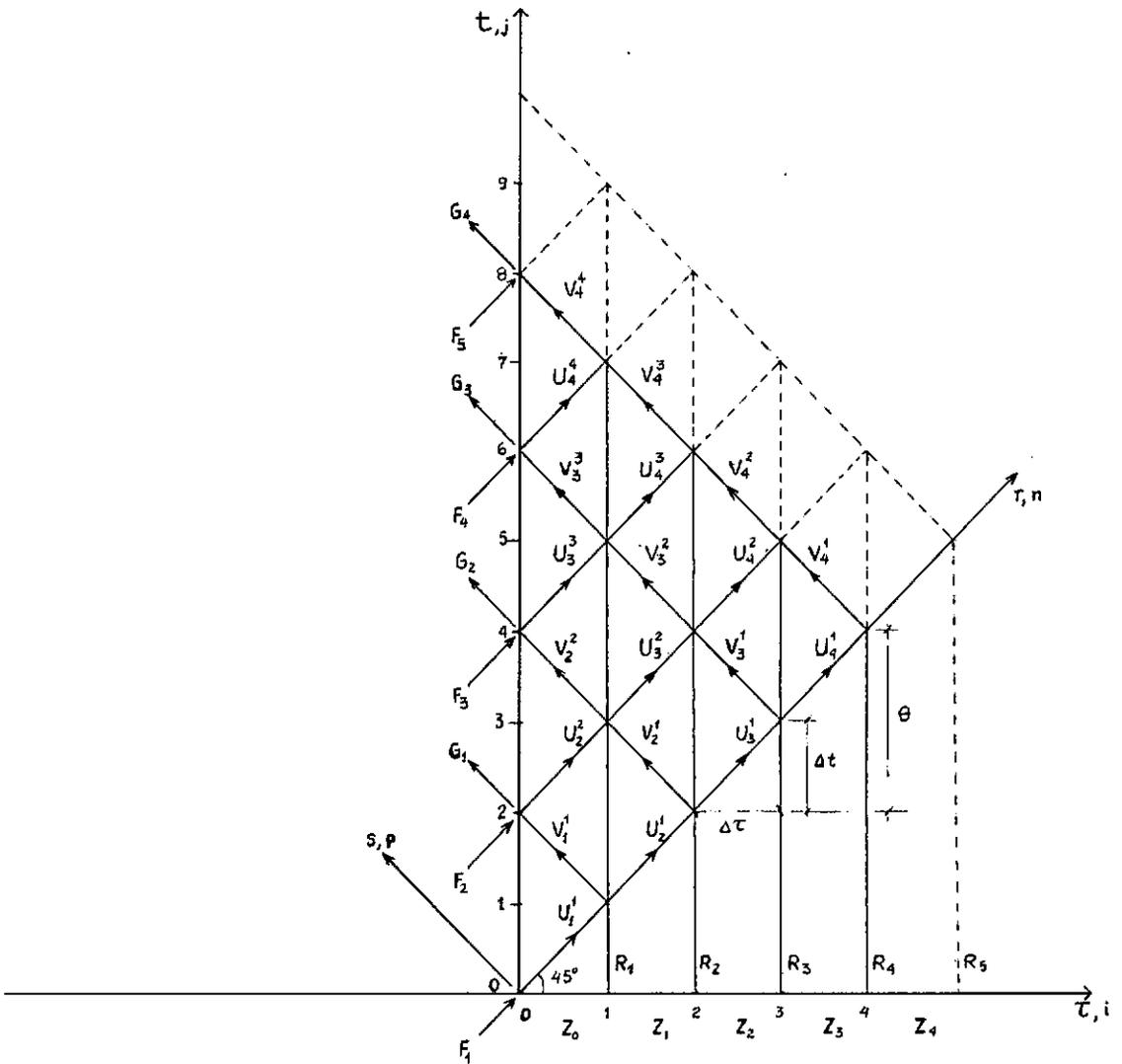


Figura 1.5 Malha característica

e o sistema discreto para propagação da onda assume a forma

$$\begin{aligned} U_n^p &= U_{n-1}^p - R_{n-p} V_{n-1}^{p-1} \\ V_n^p &= V_n^{p-1} + R_{n-p+1} U_n^p \end{aligned} \quad (1.29)$$

O sistema algébrico (1.29) tem sobre o procedimento usual duas vantagens notáveis. A primeira é que numericamente poupa tempo de computação e espaço na memória devido à sua forma mais simples e também à sua estrutura sequencial. Teoricamente, devido a ser derivado da equação compacta da onda (onde os componentes transformados mascaram o fenômeno de refração) os termos  $(1 - r_i^2)$  e  $(1 + r_i^2)$ , que são os coeficientes de transmissão em ambas direções de propagação, não aparecem, simplificando portanto a análise. A segunda vantagem, e a principal, é que propicia a pesquisa de uma solução exata para a onda refletida.

Pode-se observar, quando se rodam os esquemas numéricos, que, embora os componentes  $U$  e  $V$  no interior da malha sejam distintos de seus equivalentes não transformados  $u$  e  $v$ , no contorno  $\tau = 0$  tem-se  $Z = Z_0$ ,  $\Phi = \phi$ ,  $\Psi = \psi$  e portanto o eco discretizado  $G_j = V_j^j$  deve ser o mesmo (ver Figura 1.5).

#### 1.3.4 Solução exata do problema

Vamos considerar agora um meio semi-infinito não homogêneo cujo perfil de impedância acústica generalizada  $Z(\tau)$  é aproximada por uma função seccionalmente constante em intervalos de tempo de percurso  $(\Delta\tau)$  igualmente espaçados

$$Z_j(\tau) = Z((j-1/2)\Delta\tau) \quad j=1,2,\dots \quad (1.30)$$

Os componentes progressivo e regressivo da tensão transformada, devem satisfazer dentro da malha característica as equações (1.29) com as seguintes condições de contorno :

$$\begin{aligned} U_j^j &= F_j, & j=1,2,\dots \\ V_n^0 &= 0 & n=1,2,\dots \end{aligned} \quad (1.31)$$

Procuraremos uma fórmula algébrica para o eco discretizado

$$G_j = V_j^j, \quad j=1,2,\dots$$

Resolvendo, com as condições de contorno (1.31), para os primeiros quatro componentes  $V_j^j$ , obtém-se :

$$G_1 = R_1 F_1, \quad G_2 = R_2 F_1 + R_1 F_2$$

$$G_3 = (R_3 - R_1 R_2^2) F_1 + R_2 F_2 + R_1 F_3$$

$$G_4 = (R_4 - R_2 R_3^2 - 2R_1 R_2 R_3 + R_1^2 R_3^3) F_1 +$$

$$(R_3 - R_1 R_2^2) F_2 + R_2 F_3 + R_1 F_4$$

Destas expressões, pode ser deduzido que a contribuição do k-ésimo termo de F para o j-ésimo termo de G, é um polinômio envolvendo  $R_1, R_2, \dots, R_{j-k+1}$ , ou seja, dos primeiros (j-k+1) coeficientes de reflexão. Por exemplo,  $F_2$  dá a mesma contribuição em  $G_4$  como  $F_1$  em  $G_3$ , com  $(R_3 - R_1 R_2^2)$  como coeficiente.

Agora vamos separar, por conveniência, para cada termo  $G_j$ , a reflexão direta de cada termo  $F_{j-k+1}$  das reflexões múltiplas ocorridas durante o intervalo de tempo  $2N\Delta t$ , obtendo-se assim uma fórmula geral para os  $G_j$  como :

$$G_j = \sum_{n=1}^j (R_n + P_n) F_{j-n+1} \quad , \quad (1.32)$$

onde os polinômios  $P_n$  representam as reflexões múltiplas.

À maneira de exemplo, apresentamos os quatro primeiros polinômios  $P_n$  :

$$P_1 = P_2 = 0 \quad , \quad P_3 = -R_1 R_2^2$$

$$P_4 = -R_2^2 R_3 - 2R_1 R_2 R_3 + R_1^2 R_2^3$$

Com a finalidade de estabelecer uma expressão geral para os  $P_n$  buscar-se-á uma decomposição da forma :

$$P_n = \sum_{p=1}^{n-2} Q_n^p \quad , \quad n = 3, 4, \dots \quad (1.33)$$

Associamos então a cada termo do polinômio  $P_n$  um percurso ao longo das retas características, de maneira que cada termo seja um produto de coeficientes de reflexão correspondentes aos pontos de inflexão do percurso, desde que entre na malha como pulso discretizado até sair como eco discretizado. A superposição de todos os percursos corresponderá à soma dos termos do polinômio  $P_n$ . Por

exemplo  $P_3$  pode ser resultado da seguinte trajetória (ver Figura 1.5) : o pulso  $F_1$  entra na malha no nó  $(0,0)$  para refletir em  $R_2$ , logo reflete em  $R_1$  e outra vez em  $R_2$  para sair como  $G_3$ . O termo seria só  $(-R_1)R_2^2$  visto que a reflexão em  $R_3$  não está incluída pois não é reflexão múltipla ; o sinal negativo significa que trata-se de uma onda regressiva que está sendo refletida. Cada  $Q_n^p$  pode ser interpretado como a contribuição para os  $P_n$ , de todas as trajetórias que chegam ao nó  $(n,p)$  ( ou  $r = n \Delta t$ ,  $s = p \Delta t$  ), vindo do nó  $(n-1,p)$  e indo para o  $(n,n)$ .

Todos os componentes da onda que chegam ao nó  $(n,n)$  devem vir ao longo da linha  $r = n$ . Os dois primeiros  $Q_n^p$  seriam :

$$Q_3^1 = - R_1 R_2^2$$

$$Q_4^1 = - R_1 R_2 R_3 - R_2 R_3^2$$

$$Q_4^2 = - R_1 R_2 R_3 + R_1^2 R_2^3$$

O conjunto de trajetórias que tem o nó  $(n,p)$  como último ponto de inflexão para logo chegar ao nó  $(n,n)$ , ou seja, os polinômios  $Q_n^p$ , é composto por :

- a) todas as trajetórias que cruzam o nó  $(n-1,p)$  ao longo da linha  $p$  (  $s$  constante) vindo a infletir no nó  $(n,p)$ . Chamaremos estes polinômios como  $A_n^p$ .
- b) todas as trajetórias que infletem no nó  $(n-1,p)$  vindo pela linha  $n-1$  para logo infletir no nó  $(n,p)$ . Chamaremos estes polinômios como  $B_n^p$ .

Visto que uma inflexão num nó genérico  $(n,p)$  significa uma multiplicação por  $\pm R_{n-p}$  (positivo para a onda progressiva U e negativo para a regresiva V), então os  $A_n^p$  podem ser obtidos dos  $Q_{n-1}^p$ , descontando a última reflexão  $R_{n-p-1}$  e incluindo a reflexão  $R_{n-p}$ , chegando-se a :

$$A_n^p = ( R_{n-p} / R_{n-p-1} ) Q_{n-1}^p \quad (1.34)$$

Os  $B_n^p$  serão as trajetórias que vêm ao longo da linha  $(n-1)$  - isto é, os  $Q_{n-1}^l$  com  $l < p$ , e a reflexão direta  $R_{n-1}$  - e inclui as reflexões nos nós  $(n-1,p)$  e  $(n,p)$ , obtendo-se :

$$B_n^p = - R_{n-p} R_{n-p-1} \left( R_{n-1} + \sum_{l=1}^{p-1} Q_{n-1}^l \right) \quad (1.35)$$

Somando as duas últimas expressões obtemos a fórmula recursiva geral para os componentes polinomiais geométricos

$$Q_n^p = R_{n-p} \left[ \frac{Q_{n-1}}{R_{n-p-1}} - R_{n-p-1} \left( R_{n-1} + \sum_{l=1}^{p-1} Q_{n-1}^l \right) \right] \quad (1.36)$$

$$n = 3, 4, \dots \quad p = 1, 2, \dots$$

A solução geral exata para o problema direto, obtida substituindo a equação (1.33) na (1.32), ou seja :

$$G_j = \sum_{n=1}^j \left( R_n + \sum_{p=1}^{n-2} Q_n^p \right) F_{j-n+1} \quad (1.37)$$

pode então ser resolvida pois os coeficientes  $R_j$  são calculados mediante a equação (1.28).

### 1.3.5 Algoritmo Sequencial Direto (A.S.D.)

O algoritmo mediante o qual obtém-se a resposta de um meio não homogêneo (ecos) perante uma excitação arbitrária, usando a metodologia apresentada no item 1.3.4, chamar-se-á de Algoritmo Sequencial Direto (ASD) e têm as fórmulas e a sequência de cálculo seguintes :

a) Cálculo dos coeficientes de reflexão

$$R_i = \frac{Z_{i+1} - Z_i}{Z_{i+1} + Z_i} \quad i = 1, 2, \dots, N$$

b) Inicialização dos  $P_n$

$$P_1 = P_2 = 0$$

c) Cálculo de  $G_1$  e  $G_2$  segundo

$$G_j = \sum_{n=1}^j (R_n + P_n) F_{j-n+1} \quad j=1, 2, \dots, N$$

$$j = 1$$

$$G_1 = R_1 F_1$$

$$j = 2$$

$$G_2 = \sum_{n=1}^2 (R_n + P_n) F_{j-n+1}$$

$$G_2 = R_1 F_2 + R_2 F_1$$

d) Cálculo sequencial dos  $A_{n-1}^p$  e dos  $B_{n-1}^p$  segundo

$$A_{n-1}^p = A_{n-2}^p - B_{n-2}^p$$

$$n = 3, 4, \dots, N$$

$$p = 1, 2, \dots, N-2$$

$$A_{n-1}^{n-2} = 0 \quad n = 1, 2, \dots, N$$

$$B_{n-1}^p = R_{n-p-1} \left( \sum_{l=1}^{p-1} Q_{n-1}^l + R_{n-1} \right)$$

$$n = 3, 4, \dots, N \quad p = 1, 2, \dots, N-2$$

e) Cálculo sequencial dos  $Q_n^p$  e dos  $P_n$  para  $n$  crescente, segundo as fórmulas :

$$Q_n^p = R_{n-p} \left[ \frac{Q_{n-1}^{n-1}}{R_{n-p-1}} - R_{n-p-1} \left( R_{n-1} + \sum_{l=1}^{p-1} Q_{n-1}^l \right) \right]$$

$$n = 3, 4, \dots, N \quad p = 1, 2, \dots, n-2$$

$$P_n = \sum_{p=1}^{n-2} Q_n^p \quad n=3, 4, \dots, N$$

f) Determinação dos ecos  $G_j$ , segundo a equação mostrada no passo c).

## 1.4 Resumo da solução do problema inverso

### 1.4.1 Apresentação do problema

Nesse caso, são conhecidos os pulsos discretizados de entrada e saída do sistema e busca-se determinar o perfil de impedância acústica generalizada, para os  $N$  pontos da discretização. A inversão matemática da solução exata do problema direto para meio estratificado, permite determinar esse parâmetro em função do tempo de percurso. A decomposição adotada, que separa em cada camada a reflexão direta das contribuições das reflexões múltiplas, permite

explicitar os coeficientes de reflexão. Fornece-se assim uma fórmula algébrica para determinar o perfil de impedância. O pulso de excitação é arbitrário, supostamente tem igual tempo de propagação em cada camada e a frequência de amostragem dos pulsos de entrada e saída é a mesma  $\nu = 1/\Delta\tau$ .

#### 1.4.2 Algoritmo Sequencial Inverso (A.S.I.)

a) Inicialização dos  $P_n$

$$P_1 = P_2 = 0$$

b) Cálculo dos dois primeiros coeficientes de reflexão a partir de

$$R_i = G_i / F_i - \sum_{n=1}^{i-1} \left( R_n + P_n \right) (F_{i-n+1} / F_i) - P_i$$

$i = 1, 2, \dots$

obtendo-se

$$R_1 = G_1 / F_1 \quad \text{e} \quad R_2 = G_2 / F_1 - (F_2 / F_1) G_1$$

c) Cálculo das duas primeiras impedâncias acústicas a partir da seguinte expressão, a qual foi deduzida de 1.3.5.a)

$$Z_i = \frac{1 + R_i}{1 - R_i} Z_{i-1} \quad i = 1, 2, \dots, N$$

A primeira seria

$$Z_1 = \frac{1 + R_1}{1 - R_1} Z_0$$

e a segunda

$$Z_2 = \frac{(1 + R_2)(1 + R_1)}{(1 - R_2)(1 - R_1)} Z_0$$

d) Cálculo dos polinômios  $Q_1^3$  e  $P_3$  mediante as equações

$$Q_n^p = R_{n-p} \left[ Q_{n-1}^p / R_{n-p-1} - R_{n-p-1} \left( \sum_{l=1}^{p-1} Q_{n-1}^l + R_{n-1} \right) \right]$$

$$n = 3, 4, \dots, N$$

$$p = 1, 2, \dots, n-2$$

$$P_n = \sum_{p=1}^{n-2} Q_n^p \quad n = 3, 4, \dots, N$$

e) Cálculo do coeficiente de reflexão  $R_3$  e da impedância acústica  $Z_3$  a partir das expressões indicadas nos itens 1.4.2.b) e c) respectivamente.

f) Com  $R_3$  e  $Z_3$  calcula-se os polinômios  $Q_4^1$ ,  $Q_4^2$  e  $P_3$ , e com eles  $R_4$  e  $P_4$ , e assim sucessivamente até determinar  $R_N$  e  $Z_N$ , concluindo dessa maneira a identificação do perfil de impedância acústica.

## CAPÍTULO 2. ESTABILIDADE

### 2.1 Introdução

No capítulo anterior mostrou-se que para resolver o problema inverso, ou de identificação, na propagação de ondas em meios não homogêneos, desenvolveram-se vários métodos, sendo os procedimentos sequenciais dos mais importantes. Em geral, os algoritmos sequenciais de inversão podem ser considerados instáveis perante a presença de ruído. Isso tem sido mostrado pelos estudos feitos sobre os principais procedimentos sequenciais de inversão nestas últimas décadas.

O método proposto por Kunetz [15] – o primeiro procedimento sequencial reportado para meios estratificados – foi analisado por Bamberger et alii [20] em 1979. Nesse artigo mostrou-se que a instabilidade provém da propagação do erro nos procedimentos sequenciais. Ainda mais, mostrou que a propagação do erro é uma característica intrínseca desse tipo de procedimento.

Schwetlick [21] analisou em 1983, junto com o método de Gel'fand-Levitan, a estabilidade de dois procedimentos recursivos de inversão. Um deles é o desenvolvido por Santosa e Schwetlick [19] em 1982, usando o método das características. O outro método, baseado também na integração numérica sobre malha característica, é o chamado

regularização local e foi apresentado por Schwetlick no mesmo artigo da referência, [21]; o método propõe que a integração numérica seja repetida até satisfazer uma condição de discrepância  $\epsilon$  entre o eco estimado  $\hat{g}(t)$  e o eco observado  $g(t)$  para cada ponto :

$$|\hat{g}(t) - g(t)| < \epsilon$$

Scwetlick comprovou mediante testes numéricos que ambos métodos são sensíveis à presença de ruído nos sinais refletidos (ecos), especialmente se o pulso de excitação é de espectro limitado. De modo geral, se pode dizer que as aproximações por diferenças finitas de primeira ordem introduzem um erro por truncamento da mesma ordem que o refinamento da discretização. O erro acumula-se porque os dados sobre a  $n$ -ésima característica, que já tem erro, são usados para o cálculo dos parâmetros da  $(n+1)$ -ésima característica. Ao testar aproximações de diferenças finitas de ordem superior não se obteve nenhuma melhora considerável. O erro introduzido pelo ruído se soma ao erro por truncamento e juntos se propagam. No caso da regularização local se soma ao erro proveniente da discrepância na otimização. Quando a excitação é impulsiva, a estabilização do método de regularização local melhora embora use, para alcançar esse objetivo, um tempo computacional cinco vezes maior, para o exemplo reportado.

Em 1985 Ferber [22] analisou o método sequencial denominado Deconvolução Dinâmica (1982) proposto por Robinson [16], mostrando que é também instável perante a

presença de ruído. Uma descrição breve do método e um procedimento de estabilização sugerido por Ferber, são apresentados no item seguinte.

O Algoritmo Sequencial Inverso [3], método que foi analisado com minuciosidade no capítulo 1, representa uma importante contribuição ao estudo do fenômeno propagatório unidimensional pois é uma solução exata do problema inverso. Além disso, traz como uma característica inerente uma melhora considerável da estabilidade em relação aos métodos sequenciais existentes.

## 2.2 Estabilidade do Algoritmo Sequencial Inverso (A.S.I.)

Antes de analisar a estabilidade do A.S.I. e com a finalidade de entender melhor quais são as principais fontes da instabilidade, apresenta-se a seguir um estudo sucinto da estabilidade dos métodos sequenciais.

Atendendo à formulação de Kunetz, a resposta impulsiva discretizada de um meio estratificado, descrita pela sequência de coeficientes de reflexão  $r_i$ ,  $i=1,2,\dots$  pode ser expressa por :

$$h_k = H_k(r_1, r_2, \dots, r_{k-1}) \quad (2.1)$$

$$h_k = \prod_{i=1}^{k-1} (1 - r_i^2) r_k + p_k(r_1, r_2, \dots, r_{k-1})$$

$$k = 1, 2, \dots$$

onde os  $(1 - r_i^2)$  são os coeficientes de transmissão e os  $p_k$

são polinômios que representam as refrações e reflexões múltiplas no interior do meio até a camada (k-1). Deve-se comentar que não existe nenhuma expressão matemática para os  $p_k$  na formulação de Kunetz, mas a formal relação com os coeficientes de reflexão pode ser assumida.

Diferenciando com respeito a cada um dos  $r_i$ , se chega a :

$$\frac{\partial H_k}{\partial r_i} = \begin{cases} - 2 \prod_{i=1}^{k-1} (1 - r_i^2) \frac{r_i r_k}{1 - r_i^2} + \frac{\partial p_k}{\partial r_i}, & i < k \\ \prod_{i=1}^{k-1} (1 - r_i)^2 & i = k \\ 0 & i > k \end{cases} \quad (2.2)$$

Suponha-se agora que a resposta impulsiva estimada,  $\hat{h}_k$ , desvia-se do seu valor verdadeiro,  $h_k$ , por um erro de estimativa local :

$$\Delta h_k = \hat{h}_k - h_k, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.3)$$

resultante da deconvolução e da presença de ruído no sinal. Os coeficientes de reflexão estimados  $\hat{r}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ , também terão um desvio com relação aos coeficientes verdadeiros, igual a :

$$\Delta r_i = \hat{r}_i - r_i, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.4)$$

Aliás, a seguinte equação deve ser satisfeita :

$$\hat{h}_k = H_k(\hat{r}_1, \hat{r}_2, \dots, \hat{r}_k), \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.5)$$

Considerando uma aproximação de primeira ordem para  $H$  :

$$h_k \approx \sum_{i=1}^k \frac{\partial H_k}{\partial r_i} r_i, \quad k=1,2,\dots \quad (2.6)$$

logo, o erro na estimativa para a resposta impulsiva pode ser expressa mediante :

$$\Delta h_k \approx \sum_{i=1}^k \frac{\partial H_k}{\partial r_i} \Delta r_i, \quad k=1,2,\dots \quad (2.7)$$

Explicitando o termo  $\Delta r$  desta equação :

$$\Delta r_k = \left( \frac{\partial H_k}{\partial r_k} \right)^{-1} \left[ \Delta h_k - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\partial H_k}{\partial r_i} \Delta r_i \right] \quad (2.8)$$

Substituindo a equação (2.2) na (2.8), consegue-se :

$$\Delta r_k = \frac{1}{\prod_{l=1}^{k-1} (1 - r_l^2)} \left[ \Delta h_k + \sum_{i=1}^{k-1} \left( 2 \prod_{l=1}^{k-1} (1 - r_l^2) \frac{r_l r_k}{1 - r_l^2} - \frac{\partial p_k}{\partial r_i} \right) \Delta r_i \right] \quad (2.9)$$

Esta expressão revela as fontes da instabilidade. O erro na estimativa do coeficiente de reflexão  $r_k$ , provém do erro na estimativa local do componente da resposta impulsiva  $h_k$ , ou seja,  $\Delta h_k$ , incrementado pela soma dos erros nas estimativas dos coeficientes de reflexão anteriores,  $\Delta r_i$ ,  $i = 1,2,\dots,k-1$ . Ambos os erros são ampliados pelo fator :

$$\left( \frac{\partial H_k}{\partial r_k} \right)^{-1} = \left( \sum_{l=1}^{k-1} (1 - r_l^2) \right)^{-1} > 1 \quad (2.10)$$

Procedendo a uma análise do A.S.I., análoga à do procedimento de Kunetz, pode ser deduzido da expressão (1.37) que a resposta do meio,  $G_j$ , é função dos coeficientes de reflexão generalizados,  $R_i$ , e dos componentes do pulso incidente normalizado,  $F_i$ ; em ambos casos, para  $i = 1, 2, \dots, j$ . Matematicamente, isso pode ser expresso mediante :

$$G_j = \Gamma_j (R_1, R_2, \dots, R_j, F_1, F_2, \dots, F_j) , \quad j=1, 2.. \quad (2.11)$$

Diferenciando parcialmente com respeito a cada coeficiente de reflexão generalizado, obtém-se :

$$\frac{\partial \Gamma_j}{\partial R_i} = \begin{cases} F_{j-i+1} + \sum_{n=i+1}^j \frac{\partial P_n}{\partial R_i} F_{j-i+1} , & i < j \\ 1 & i = j \\ 0 & i > j \end{cases} \quad (2.12)$$

onde os polinômios  $P_n$ , representam as reflexões múltiplas no interior da malha e são expressos mediante as equações (1.33) e (1.36).

As derivadas parciais com respeito aos componentes do pulso incidente adimensional, são :

$$\frac{\partial \Gamma_j}{\partial F_i} = R_{j-i+1} + P_{j-i+1} \quad (2.13)$$

Suponha-se agora que os sinais adquiridos dos pulsos de entrada e saída, ambos discretizados, numa experiência qualquer, sejam  $F_j$  e  $G_j$ ;  $j = 1, 2, \dots$ . Os erros locais na aquisição dos dados são :

$$\Delta G_j = \tilde{G}_j - G_j \quad \text{e} \quad \Delta F_j = \tilde{F}_j - F_j$$

Os coeficientes de reflexão estimados  $\hat{R}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  que desviam-se de seus valores verdadeiros pelo erro na estimativa :

$$\Delta R_i = \hat{R}_i - R_i$$

devem satisfazer à equação :

$$\tilde{G}_j = \Gamma_j (\hat{R}_1, \hat{R}_2, \dots, \hat{R}_j, \tilde{F}_1, \tilde{F}_2, \dots, \tilde{F}_j) \quad (2.14)$$

Fazendo uma aproximação de primeira ordem para  $\Gamma_j$ , o erro local sobre o eco é :

$$\Delta G_j = \sum_{i=1}^j \left( \frac{\partial \Gamma_j}{\partial R_i} \Delta R_i + \frac{\partial \Gamma_j}{\partial F_i} \Delta F_i \right) \quad (2.15)$$

Explicitando nesta equação o termo  $\Delta R_j$  e usando as equações (2.12) e (2.13), obtém-se a expressão :

$$\begin{aligned} \Delta R_j = \Delta G_j - \sum_{i=1}^j \left( R_{j-i+1} + P_{j-i+1} \right) \Delta F_i \\ - \sum_{i=1}^{j-1} \left( F_{j-i+1} + \sum_{n=i+1}^j \frac{\partial P_n}{\partial R_i} F_{j-i+1} \right) \Delta R_i \end{aligned} \quad (2.16)$$

A partir desta equação, observa-se que o erro na estimativa do coeficiente de reflexão  $R_j$  é função dos erros nas estimativas dos coeficientes de reflexão anteriores e dos erros na aquisição dos dados.

Quando compara-se a equação (2.16) com a (2.9), com o objetivo de analisar a propagação do erro nos procedimentos sequenciais, observa-se que na primeira equação o termo

multiplicador  $(\partial \Gamma_j / \partial R_j)^{-1}$  tem valor unitário. Suprime-se assim o fator de ampliação que incrementava, a cada passo, o erro na estimativa. Outra diferença importante, é que o erro na estimativa da resposta,  $\Delta G$ , é gerado exclusivamente pelo ruído na aquisição do sinal enquanto que o erro na estimativa da resposta impulsiva,  $\Delta h_k$ , provém, além do ruído, do erro inerente ao procedimento da deconvolução ocasionando maior distorção no sinal. O somatório dos erros nas estimativas dos coeficientes de reflexão anteriores ao coeficiente sob análise, também constitui uma fonte de instabilidade embora seja de menor significância que a anterior. A última fonte de instabilidade é o erro na aquisição do pulso de excitação, este de menor importância que os dois anteriores [3].

A conclusão da análise feita até aqui é que a remoção dos coeficientes de refração contribuiu para uma melhora razoável da estabilidade; porém pode se considerar que a supressão do fator de ampliação e a ausência de deconvolução constituíram a base da melhora alcançada.

Porém, o problema da propagação do erro não foi inteiramente contornado. O erro na aquisição dos ecos,  $\Delta G_j$ , além de desviar o valor do coeficiente de reflexão  $R_j$ , distorce, de uma maneira indireta, os valores dos polinômios  $P_j$  correspondentes. Estes, que aparecem a partir do terceiro coeficiente de reflexão, são formados pelos produtos dos coeficientes anteriores à camada  $j$  e apenas propagam os

erros cometidos nas camadas anteriores. Outro fator que, embora não seja a principal fonte da instabilidade, ainda não foi resolvido, é a contribuição dos erros nas estimativas dos coeficientes anteriores a  $R_j$ . Finalmente, o erro na aquisição do pulso incidente,  $\Delta F_1$ , pode distorcer a estimativa dos coeficientes de reflexão especialmente se tratar-se do erro no primeiro componente  $F_1$ . Isto pode ser deduzido da expressão matemática contida no item 1.4.2.b para o cálculo dos coeficientes de reflexão.

Na seguinte seção, apresenta-se o método proposto por Tenenbaum [1] para melhorar a estabilidade do Algoritmo Sequencial Inverso e, nas seções 2.4 e 2.5, apresentam-se outros dois métodos que visam a estabilização de algoritmos sequenciais. O primeiro deles, chamado, método de Ferber [22], pretende estabilizar o algoritmo removendo o desvio ou erro na estimativa dos coeficientes de reflexão via A.S.I.. O segundo, denominado Ajuste de curva, tenta efetuar a mesma tarefa filtrando parte do ruído do sinal de resposta do meio.

### 2.3 Método de estabilização por limitadores

Dois expedientes simples, para controlar parcialmente o crescimento do erro na identificação, podem ser propostos :

a) Controle dos valores altos dos coeficientes de reflexão mediante a introdução de um limitador aplicado a cada passo, tal como :

$$|R_j| < R_{\max} \leq 1$$

Essa condição, que equivale a admitir um valor máximo para o salto de impedância local, atua assim : se o valor do módulo de  $R_j$  for maior que  $R_{\max}$ , o método de estabilização prescreve que assuma este último valor. Expressando matematicamente essa idéia :

$$|R_j| < R_{\max} \Rightarrow |R_j| = R_{\max}$$

O valor de  $R_{\max}$  é estabelecido tomando em conta a informação disponível sobre os possíveis valores máximos e mínimos da impedância acústica generalizada e também do parâmetro de refinamento  $N$ . Se não se dispõe de nenhuma informação a priori, assume-se que  $R_{\max}$  tem o valor de 1, que é o máximo valor teórico possível.

b) Controle dos valores baixos dos coeficientes de reflexão mediante uma estabilização local efetuada por médias.

Quando os valores dos  $R_j$  são muito baixos e, simultaneamente, o erro  $\Delta G_j$  é comparativamente alto, então o erro na estimativa dos  $R_j$  cresce. O método determina, caso o  $R_j$  seja menor que um valor mínimo pre-estabelecido, calcular a média dos três últimos coeficientes incluindo ele mesmo, ou seja :

$$|R_j| < R_{\min} \Rightarrow R_{j-1} = \frac{R_{j-2} + R_{j-1} + R_j}{3}$$

e, em seguida, recalculer o valor do coeficiente  $R_j$ .

Com esses expedientes, se impede o "overflow" que se

produz pela propagação dos erros nas estimativas dos  $R_j$  .

## 2.4 Método de Ferber

### 2.4.1 Introdução

Na Geofísica, o cálculo dos coeficientes de reflexão a partir dos sismogramas de reflexão de incidência normal, apresenta um problema difícil de resolver. Trata-se da instabilidade do procedimento de inversão perante a presença de ruído. Ferber [22] propôs um método de estabilização para dois algoritmos usados na inversão : a Deconvolução Dinâmica e a Filtragem de Inversão. A idéia básica é estimar e em seguida remover o desvio dos termos não lineares. Adicionalmente, é incorporado um teste estatístico para os coeficientes de reflexão na Deconvolução Dinâmica e outro para os coeficientes de correlação parcial na Filtragem de Inversão.

### 2.4.2 Fundamentos da estabilização

A seguir apresenta-se uma breve descrição do primeiro procedimento, proposto por Robinson [16], com a única intenção de entender melhor a idéia que Ferber propôs, apresentando-se a estabilização proposta por Ferber para esse algoritmo. O modelo usado é o meio estratificado, onde as camadas são assumidas seccionalmente homogêneas e de igual espessura.

A Deconvolução Dinâmica é um método iterativo para deconvoluir a influência das primeiras  $k$  camadas do sismograma refletido. Como resultado dessa deconvolução,

obtém-se um novo sismograma de reflexão para as camadas subsequentes, cujo primeiro termo corresponde ao coeficiente de reflexão daquela camada. O método inclui um procedimento recursivo para o cálculo, no domínio da transformada Z, dos coeficientes do filtro de deconvolução.

A iteração é a seguinte :

Inicialização :

$$r(0) = x(1) \quad , \quad v^2 = 1 - r^2(0) \quad ,$$

$$P(0, z) = 1 \quad \text{e} \quad Q(0, z) = 0$$

Algoritmo :

$$r(k+1) = \frac{1}{v^2(k)} \sum_{j=0}^{k-1} p(k, j) x(k+1-j)$$

$$v^2(k+1) = (1 - r^2(k+1)) v^2(k)$$

$$P(k+1, z) = P(k, z) - r(k+1) z Q^R(k, z)$$

$$Q(k+1, z) = Q(k, z) - r(k+1) z P^R(k, z)$$

$$P^R(k, z) = z^k P(k, z^{-1})$$

$$Q^R(k, z) = z^k Q(k, z^{-1})$$

onde  $r(k+1)$  é o coeficiente de reflexão na camada sob análise,  $v^2(k+1)$  é o coeficiente de transmissão na mesma camada,  $x(j)$  denota os dados do sismograma de reflexão para  $j=1, \dots, m$ , e  $P(k, z)$  e  $Q(k, z)$  são polinômios em  $z$  cujos coeficientes são  $p(k, j)$  e  $q(k, j)$  com  $j = 0, 1, \dots, k$ .

Esse algoritmo apresenta instabilidade perante a presença de ruído no sismograma de reflexão e não consegue completar o cálculo dos coeficientes de reflexão.

A estabilização do algoritmo baseia-se em estimar o desvio das estimativas quadráticas dos coeficientes de reflexão

quando elas são usadas para estimar os quadrados dos coeficientes de reflexão verdadeiros. O fundamento estatístico é que, embora a estimativa do coeficiente  $r(j)$  não seja tendenciosa, ou seja :

$$E [\hat{r}(j)] = r(j) \quad (2.17)$$

onde  $E$  significa esperança matemática ou valor esperado e  $\hat{r}(j)$  é o valor estimado do coeficiente de reflexão, o estimador  $\hat{r}^2(j)$  é tendencioso para o quadrado do coeficiente  $r(j)$ , ou seja,

$$E [\hat{r}^2(j)] = r^2(j) + V [\hat{r}(j)] \quad (2.18)$$

onde  $\hat{r}^2(j)$  é o quadrado da estimativa do coeficiente de reflexão e  $V [\hat{r}(j)]$  é a variância da estimativa do mesmo coeficiente. A demonstração é a seguinte :

por definição de variância

$$V [\hat{r}(j)] = E [ \hat{r}(j) - E (\hat{r}(j)) ]^2 \quad (2.19)$$

desenvolvendo o lado direito da expressão anterior

$$V [\hat{r}(j)] = E [\hat{r}^2(j) - 2 \hat{r}(j)E(\hat{r}(j)) + (E(\hat{r}(j)))^2] \quad (2.20)$$

aplicando propriedades do valor esperado  $E$

$$V [\hat{r}(j)] = E [\hat{r}^2(j)] - 2 E[\hat{r}(j)]E[\hat{r}(j)] + (E(\hat{r}(j)))^2 \quad (2.21)$$

logo

$$V[\hat{r}(j)] = E [\hat{r}^2(j)] - (E[\hat{r}(j)])^2 \quad (2.22)$$

substituindo (2.17) em (2.22) e arranjando a equação resultante, finalmente se chega a :

$$E (\hat{r}^2(j)) = r^2(j) + V [\hat{r}(j)]$$

Portanto, a estimativa não tendenciosa do coeficiente de reflexão quadrático verdadeiro, que deve usar-se para

estabilizar o algoritmo, é :

$$\hat{r}^2(j) - V[\hat{r}(j)]$$

Ferber fornece, com essa finalidade, uma estimativa grosseira da variância da estimativa do coeficiente de reflexão, calculada a cada iteração, tratando-se por tanto de uma variância móvel. Para determinar se os coeficientes de reflexão são significativamente maiores que o ruído presente, Ferber propõe efetuar o seguinte teste estatístico :

na iteração inicial

$$|\hat{r}(0)| < c \hat{\sigma} \Rightarrow \hat{r}(0) = 0$$

a cada iteração

$$|\hat{r}(k+1)| < c DP(k+1) \Rightarrow \hat{r}(k+1) = 0$$

onde  $\hat{\sigma}$  é a estimativa do desvio padrão do ruído presente,  $DP(k+1)$  é a estimativa do desvio padrão do coeficiente de reflexão na iteração  $k+1$  e  $c$  é o fator de ampliação, cujo valor geralmente está entre 2 e 4

Com esses expedientes, Ferber consegue estabilizar o algoritmo conseguindo estimar os coeficientes a partir de sismogramas de reflexão com ruído aditivo cuja variância é 0.0001 [22] , e para ruído com variância de 0.001, para pulsos de banda limitada.

#### 2.4.3 Aplicação ao Algoritmo Sequencial Direto (A.S.I.)

A aplicação do método de Ferber ao Algoritmo Sequencial Inverso apresenta uma séria dificuldade. No A.S.I. não se

calcula, nem se usa na obtenção de qualquer parâmetro, o coeficiente de reflexão quadrático e sim o coeficiente de reflexão. A aplicação direta do método, portanto, não é possível pois este propõe estimar e logo remover o desvio das estimativas quadráticas dos coeficientes de reflexão, quando elas são usadas como estimativas dos quadrados dos coeficientes verdadeiros.

Uma aplicação indireta é possível utilizando-se, numa primeira etapa, como estimativa do  $j$ -ésimo coeficiente de reflexão quadrático verdadeiro  $R^2(j)$  a seguinte:

$$\hat{R}^2(j) - V [R(\hat{j})]$$

onde  $\hat{R}^2(j)$  é o quadrado do  $j$ -ésimo coeficiente estimado via A.S.I,  $V [\hat{R}(j)]$  é a variância do coeficiente de reflexão estimada no  $j$ -ésimo passo mediante :

$$V [\hat{R}(j)] = \frac{\sum_{i=1}^j (\hat{R}(i) - \bar{R})^2}{j - 1} ,$$

sendo  $\bar{R}$  a média do do coeficiente estimada no  $j$ -ésimo passo

$$\text{por : } \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^j \hat{R}(i)}{j} .$$

Numa segunda etapa, estima-se o coeficiente de reflexão mediante :  $\hat{R}(j) = [\hat{R}^2(j)]^{1/2}$

tendo como sinal aquele que o algoritmo ASI lhe assinalou. O valor obtido é então usado no cálculo do coeficiente seguinte e também da impedância acústica correspondente. Visto que o cálculo dos coeficientes é sequencial, a variância e também a média, deverão ser atualizadas para cada valor de  $j$ ; em outras palavras, trata-se de variância

e média moveis.

O tamanho da amostra para o cálculo da variância dos coeficientes de reflexão, a ser usada na primeira etapa, deve ser tal que permita uma boa estimativa desse parâmetro. Portanto, o método de estabilização começa a partir de um valor de  $j$ , tal como  $m$ , que permita cumprir essa condição e vai até completar a identificação.

O método proposto considera a correção, baseada também no método de Ferber, dos  $m-1$  coeficientes anteriores ao começo da estabilização. O objetivo é atenuar o crescimento dos erros correspondentes a esses coeficientes. Se efetua usando como estimativa do  $i$ -ésimo coeficiente :

$$\hat{R}^2(i) - V [\hat{R}(i)]$$
$$\forall i, \quad i = 1, 2, \dots, k-1$$

com a diferença que, para este caso, a variância e portanto também a média, são constantes. A variância é calculada para os primeiros  $(m-1)$  coeficientes, também mediante :

$$V [\hat{R} (i)] = \frac{\sum_{i=1}^{m-1} ( \hat{R} (i) - \bar{R} )^2}{m - 2}$$

sendo  $\bar{R}$  a média dos  $(k-1)$  primeiros coeficientes, estimada

por : 
$$\frac{\sum_{i=1}^{m-1} \hat{R} (i)}{m - 1}$$

E logo 
$$\hat{R}(i) = [ \hat{R}^2(i) ]^{1/2}.$$

Com a finalidade de determinar se os coeficientes de reflexão são significativamente maiores que o ruído presente, o método proposto inclui, da mesma maneira que

o método de Ferber , o seguinte teste estatístico :  
no passo inicial

$$|\hat{R}(1)| < c \hat{\sigma} \Rightarrow \hat{R}(1) = 0$$

a cada N

$$|\hat{R}(N)| < c DP(N) \Rightarrow \hat{R}(N) = 0$$

onde  $\hat{\sigma}$  é a estimativa do desvio padrão do ruído presente, DP(N) é a estimativa do desvio padrão do coeficiente de reflexão no passo N e c é o fator de ampliação, cujo valor assumiremos, ao igual que o método de Ferber, está entre 2 e 4.

Para controlar os valores altos dos coeficientes de reflexão, considera-se também um limitador que condicione  $|R(j)| < R_{max} < 1$ .

Nos testes numéricos, além do teste estatístico indicado, se identificará alguns perfís de impedância usando o seguinte teste estatístico :

$$- |\hat{R}(N)| < c DP(N) \Rightarrow \hat{R}(N) = [\hat{R}(N) + \hat{R}(N-1) + \hat{R}(N-2) + \hat{R}(N-3) + \hat{R}(N-4)] / 5$$

#### 2.4.4 Programas computacionais

Baseado no programa computacional implementado para o Algoritmo Sequencial Inverso ASI [1] do mesmo nome e nos expedientes de estabilização indicados no item anterior, foram implementados os programas de computação Asifelim.for e Asife.for (ver Anexos). O primeiro contém todos os

expedientes exceto o teste estatístico e o segundo deles inclui o teste. Além disso, foi implementado no programa Asife.for o teste estatístico mencionado no último parágrafo do item anterior.

## 2.5 Ajuste de curva

### 2.5.1 Introdução

Apesar de que o algoritmo A.S.I. traz com a sua implementação uma melhora da estabilidade dos procedimentos sequenciais, a instabilidade ainda constitui um dos principais problemas no processo da inversão. Dependendo do nível de ruído relativo e do perfil de impedância, muitas vezes a identificação não é completada pois o algoritmo apresenta "overflow".

Apresenta-se aqui um novo método que, embora seja usado vastamente com outros objetivos, tais como obter uma equação que relacione duas ou mais variáveis, ou ainda na obtenção de curvas de calibração para confirmar ou refutar uma relação, será usado no presente trabalho para atenuar o ruído presente na aquisição da resposta do meio (ecos).

Trata-se do ajuste de curva, ou seja : fornecidos os valores das variáveis a relacionar, determinar a curva que melhor se aproxime dos dados. Assim, a curva obtida ao localizar os ecos ruidosos, variável dependente, e a variável independente tempo, é ajustada como se o objetivo fosse

expressar a relação entre as duas variáveis, sob alguma forma matemática. Esta pode ser polinomial, exponencial ou de outro tipo, dependendo da tendência do sinal.

O ajuste permitirá obter, a partir da função correspondente, um novo vetor de ecos, já ajustados, com um nível de ruído relativo menor. Dessa maneira, elimina-se parcial e, em alguns casos, quase totalmente, o ruído que esteve presente nas medições respectivas e que é responsável pelo erros locais na estimativa do eco. Ao introduzir-se o vetor de ecos ajustados juntamente com o vetor do pulso incidente discretizado no algoritmo A.S.I. não produzirá o "overflow" e completará portanto a identificação.

## 2.5.2 Fundamentos do método

### 2.5.2.1 Ajuste por mínimos quadrados

Para definir a melhor curva de ajuste para um conjunto de dados, se usará o chamado princípio dos mínimos quadrados. Esse princípio estabelece que a melhor curva é a que minimiza a soma dos quadrados das discrepâncias entre os valores observados (medidos) e os valores estimados a partir da equação correspondente à essa curva.

Suponha-se que, segundo mostra a Figura 1.4, tem-se  $n$  valores de uma variável não aleatória  $x$ , por exemplo  $x_1, x_2, \dots, x_n$  e que para cada  $x_i$  mediu-se a variável aleatória

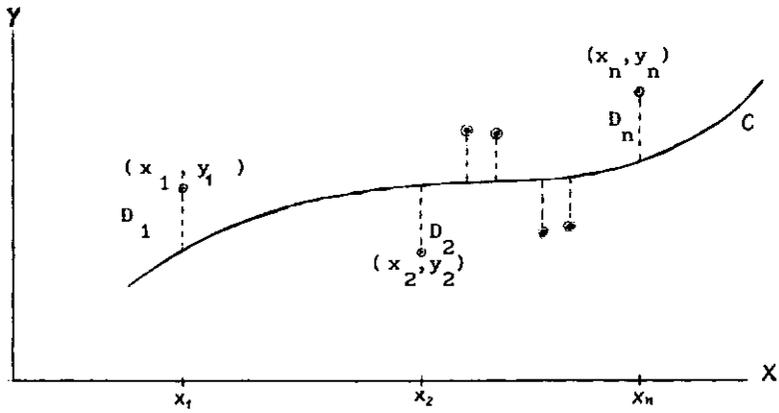


Figura 1.4

$y$ , ou seja  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ .

Assuma-se também que a equação da curva, que para o exemplo é uma reta, que melhor ajusta-se a essa amostra é :

$$Y = \alpha X + \beta \quad (2.23)$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são os coeficientes a estimar para minimizar :

$$S(\alpha, \beta) = \sum_{j=1}^n (y_j - Y_j)^2 = \sum_{j=1}^n (y_j - \alpha x_j - \beta)^2 \quad (2.24)$$

onde  $Y_j$  é o valor ajustado para  $y_j$ .

Para tornar mínima  $S(\alpha, \beta)$  deve-se resolver

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial S}{\partial \beta} = 0$$

derivando parcialmente a equação (2.24) em relação a  $\alpha$  e  $\beta$ , obtém-se :

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = -2 \sum_{j=1}^n (x_j y_j - \alpha x_j^2 - \beta x_j) \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta} = -2 \sum_{j=1}^n (y_j - \alpha x_j - \beta)$$

resolvendo de (2.25)

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y})}{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}$$

onde

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^n x_j}{n}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{j=1}^n y_j}{n}$$

e

$$\hat{\beta} = \bar{y} - \hat{\alpha} \bar{x}$$

#### 2.5.2.2 Hipóteses estatísticas do método

As hipóteses estatísticas nas quais baseia-se o ajuste por mínimos quadrados são as seguintes :

- a) Se conhece ou se escolheu a "forma correta da equação". Se não se selecionou a forma correta, alguns valores fornecidos pela equação se desviarão de maneira que embora se use outro conjunto de dados, a média dos coeficientes estimados não convergirão ao verdadeiro valor.
- b) Os dados são típicos; por exemplo, para o nosso caso, se a aquisição dos sinais efetua-se com outra configuração da ponte de Wheatstone ou com outra posição da estação dos extensômetros, os dados assim obtidos não serão típicos pois não correspondem às condições comumente usadas.
- c) Os dados observados (medidos) são estatisticamente não correlacionados. Cada  $y$  observado (medido) está formado por o valor verdadeiro denotado por  $\eta$  mais um componente aleatório, o erro, ou seja :

$$y_j = \eta_j + e_j$$

- d) O erro  $e_j$  tem as seguintes propriedades :

- o valor esperado de  $e_j$  é zero; a variável aleatória  $y_j$  é

um estimador não tendencioso de  $\eta_j$ .

- os  $e_j$  são estatisticamente não correlacionados, ou seja o valor esperado de  $e_j, e_{j'}$  para qualquer par de pontos  $j$  e  $j'$  é zero.

- a distribuição do erro é normal, ou gaussiana.

### 2.5.2.3 Critério de escolha do tipo de ajuste

Para definir, quando existem duas ou mais alternativas, qual é o melhor tipo de curva que ajusta-se ao gráfico ecos ruidosos-tempo, existem vários critérios que podem ser usados : mediante o coeficiente de correlação ou o critério do erro total quadrático definido por Mallows [23], ou o critério do simples erro [28]

Recomenda-se usar o critério do erro quadrático total, porque toma em conta parâmetros estatísticos que os outros critérios não consideram. Porém, nos experimentos numéricos apresentados no presente trabalho, quando foi necessário e por facilidade de cálculo, usou-se o erro simples  $\varepsilon$ , o qual está definido por :

$$\varepsilon = \|Y - z\|$$

onde :  $Y$  é o vetor de ecos ruidosos,  $z$  é o vetor de ecos ajustados e o símbolo  $\| \cdot \|$  denota a norma dessa diferença de vetores. O critério determina escolher o tipo de curva que tenha o menor erro.

O erro quadrático total, parâmetro denotado por  $C_p$ , está definido por [23] :

$$C_p = \frac{\sum_{j=1}^N (y_j - Y_j)^2}{s^2} - (N - 2p)$$

onde os  $y_j$  são os valores medidos dos ecos ruidosos,  $Y_j$  são os valores ajustados dos ecos,  $s$  é a estimativa da variância dos ecos ajustados,  $N$  é o tamanho da amostra ou número de pontos da discretização e  $p$  o número de coeficientes mais um da equação usada no ajuste. O critério estabelece, também neste caso, escolher o tipo de curva que possua menor erro.

### 2.5.3 Programa computacional

Com os critérios mencionados, se implementou um programa computacional em ambiente MATLAB, denominado Ajuste.m . Este programa permite, a partir do conjunto de dados :  $(t, \tilde{G})$  , onde  $\tilde{G}$  corresponde ao sinal dos ecos adquiridos (ou ecos simulados via ASI, com ruído aditivo) e  $t$  é a variável independente, ajustar polinomialmente ou exponencialmente a curva obtida no gráfico correspondente. Mediante esse programa é possível separar por trechos e ajustar cada um deles independentemente, agrupando os ecos ajustados para cada trecho num vetor só.

### 2.5.4 Descrição do método

O método consiste basicamente nos seguintes passos :

a) Obter o gráfico dos sinais correspondentes aos ecos ruidosos e tempo respectivamente, adquiridos num período

natural.

b) Determinar visualmente, quando for possível e como uma primeira tentativa, se é uma reta a que melhor ajusta-se aos dados ou se mostra evidência de algum tipo de curvatura conhecida ou alguma forma mais complicada. Se há curvatura e não é possível definir com certeza qual é o tipo de curva adequada, essa questão deverá ser resolvida pelo procedimento de tentativa e erro. O critério de escolha será o indicado no item 2.5.2.3 .

Se há evidências de vários tipos de curva, o gráfico pode ser dividido em trechos e logo ser ajustado cada um deles, segundo o tipo de curva encontrado.

c) Ajustar os dados mediante a equação correspondente ao tipo de curva selecionada segundo o passo anterior. Em seguida, obter o gráfico ecos ruidosos-tempo e ecos ajustados-tempo, para observar o resultado conseguido.

d) Calcular, a partir da equação selecionada, o vetor de ecos ajustados e o erro quadrático total do ajuste efetuado. Se o ajuste estiver se efetuando por trechos, dever-se-á agrupar num único vetor, os vetores de ecos ajustados para cada um deles.

## CAPÍTULO 3. ENSAIOS NUMÉRICOS

### 3.1 Descrição dos ensaios

#### 3.1.1 Introdução

Nesta seção são apresentados vários exemplos de simulação numérica, tanto do problema direto como do problema inverso, este com os procedimentos de estabilização mencionados no Capítulo 2 implantados no algoritmo A.S.I.

No problema direto, são simulados perfis de impedância acústica, para vários casos, e o pulso de excitação; a resposta simulada do meio (eco) obtém-se mediante o Algoritmo Sequencial Direto, através do programa ASD.

O problema inverso é abordado segundo o Algoritmo Sequencial Inverso e traduzido numericamente mediante o programa ASI; o perfil de impedância acústica se identifica a partir do pulso de excitação e dos ecos, ambos simulados no passo anterior. O número de pontos usado nas identificações, tal como nas simulações para obter a resposta do meio, geralmente é 256 exceto em alguns perfis nos quais se usa 512 ou 64 pontos.

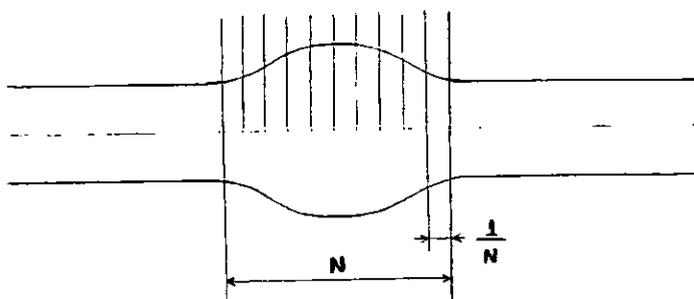
A abordagem do problema inverso para ecos ruidosos simulados é feita a partir do algoritmo ASI com os métodos

de estabilização propostos no Capítulo 2. Os programas usados com esse objetivo, foram:

- Asifelim.for, que contém os expedientes de estabilização do método de Ferber, exceto o teste estatístico.
- Asife.for, que contém todos os expedientes de estabilização do método de Ferber.
- Ajuste.m, programa feito em ambiente MATLAB versão 3.5c para ajustar os ecos ruidosos e logo proceder à identificação.

### 3.1.2 Discretização do trecho não homogêneo

O trecho não homogêneo com tempo de percurso  $T_0$  é discretizado em um número de pontos que correspondem a potências inteiras de dois :  $N = 16, 32, 64, 128, 256, \dots$



O parâmetro  $N$  controla o refinamento da discretização de modo que :

$$T_0 = N \Delta\tau \quad (4.1)$$

### 3.1.3 Intervalo de observação do sinal

O período natural do trecho não homogêneo é :

$$T = 2 N \Delta\tau \quad (4.2)$$

Visto que o desenvolvimento do presente trabalho se está fazendo na malha característica, se cumpre que (ver

Figura 1.5):

$$\Delta t = \Delta \tau \quad (4.3)$$

O intervalo de amostragem do eco discretizado é :

$$\Theta = 2 \Delta t$$

portanto o número de pontos que precisamos para ouvir o período natural do obstáculo é :

$$N = \frac{T}{\Theta}$$

Ouviremos então em alguns casos dois períodos naturais para observar as reflexões múltiplas, ou seja  $2 N$  pontos, e em outros ouviremos mais períodos como no caso do perfil 3.

#### 3.1.4 Perfis de impedância acústica

Os perfis de impedância acústica que serão adotados nas simulações numéricas são :

##### a) Perfil fracamente não homogêneo

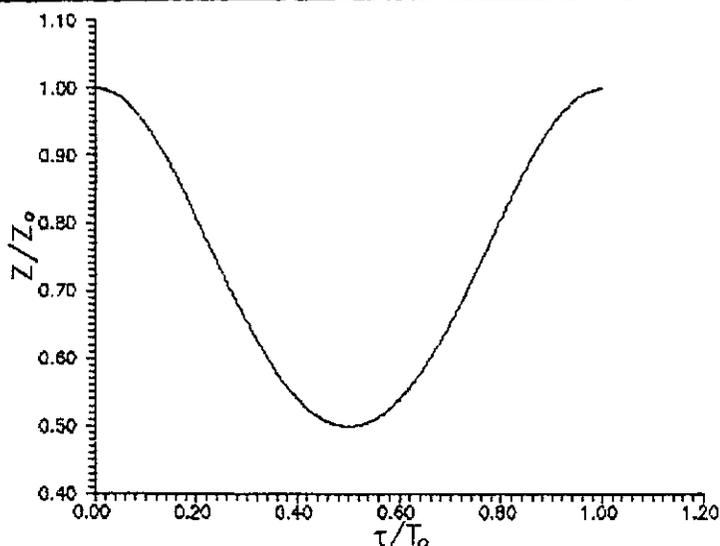


Figura 3.1 Perfil fracamente não homogêneo  
 $k = 0.5$  ,  $n_0 = 1$  ,  $N = 256$

Este perfil é da forma :

$$z(\tau) = z_0 \left[ A + B \cos \left( \frac{2 n_0 \pi \tau}{T_0} \right) \right]^2$$

com A e B satisfazendo

$$A + B = 1 \quad \text{e} \quad (A - B)^2 = k$$

onde k é o nível de estrangulamento do perfil,  $n_0$  é o número de estrangulamentos do perfil e  $T_0$  é o tempo de percurso do trecho não homogêneo. O perfil da Figura 3.1 foi obtido a partir desta expressão, para  $k = 0.5$  e  $n_0 = 1$ .

Dessa maneira consegue-se simular numericamente um perfil de impedância acústica de variação suave. Por conveniência a impedância é adimensionalizada por  $Z_0$  e o tempo de percurso,  $\tau$ , adimensionalizado por  $T_0$ .

#### b) Perfil fortemente não homogêneo

O perfil cossenoidal triplo da Figura 3.2, foi obtido também a partir da mesma expressão, para  $k = 0.25$  e  $n_0 = 3$ , resultando em um perfil de variação acentuada.

#### c) Perfil com um salto de impedância acústica

O perfil é obtido mediante a função

$$\frac{z(\tau)}{z_0} = \begin{cases} 1.0 & \tau / T_0 \leq 0 \\ 4 & 0 < \tau / T_0 < 1.0 \\ 1.0 & \tau / T_0 \geq 1.0 \end{cases}$$

Esse perfil simula um meio não homogêneo com um salto de impedância acústica generalizada. No caso da barra de ensaio, este corresponde à mudança de área de seção reta, sendo a parte não homogênea do meio, o trecho de 1" de diâmetro e a parte homogênea, o restante da barra de 1". Ele permitirá comparar a identificação do perfil a partir

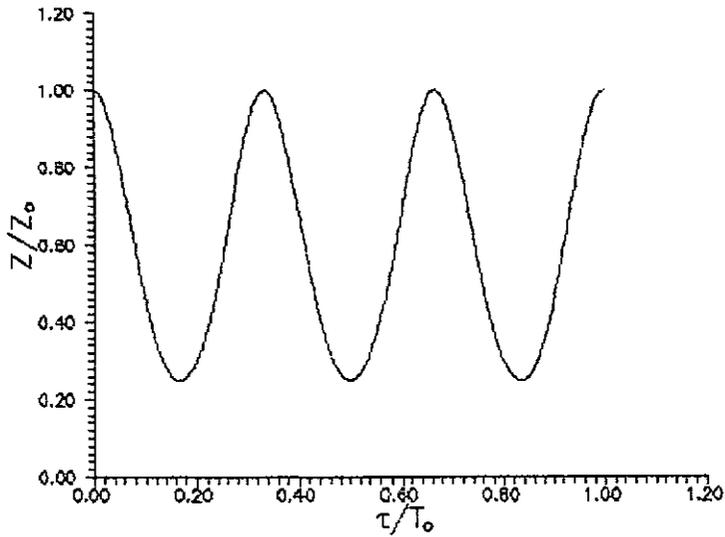


Figura 3.2 Perfil fortemente não homogêneo  
 $k = 0.25$  ,  $n_0 = 3$  ,  $N = 512$

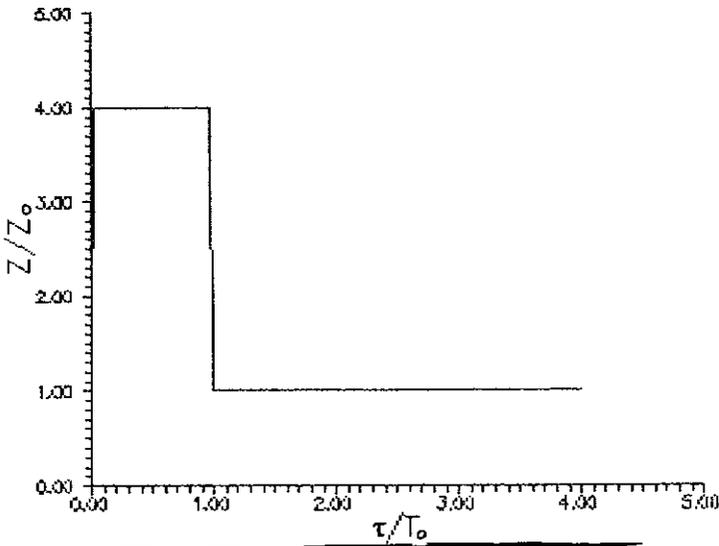


Figura 3.3 Perfil com um salto de impedância  
 $z/z_0 = 4$  ,  $N = 64$

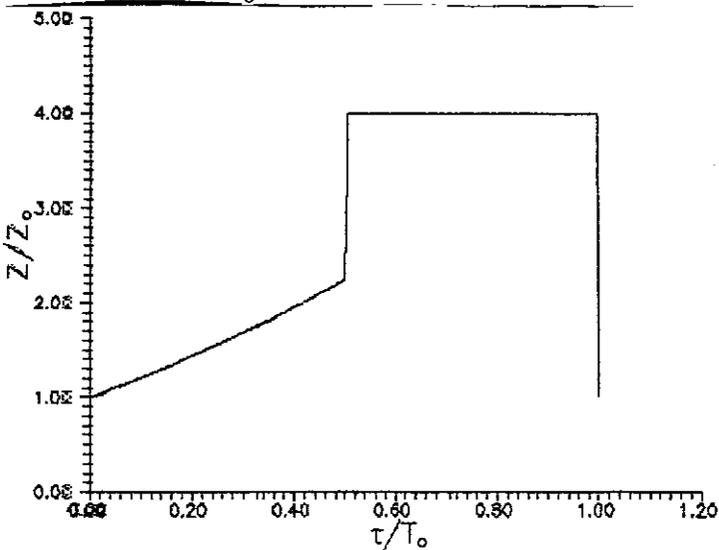


Figura 3.4 Perfil misto  
 $N = 256$

das simulações numéricas do pulso incidente e a resposta do meio, com a identificação baseada nos dados experimentais. Neste caso, também por conveniência, a impedância acústica é adimensionalizada por  $z_0$ .

#### d) Perfil misto

Neste caso a função  $z(\tau)$  simula um perfil formado por dois trechos : o primeiro, de tempo de percurso ( $T_0 / 2$ ), apresenta uma variação suave de impedância, correspondendo a uma função rampa e o segundo, apresenta um salto brusco de impedância acústica. O perfil é obtido mediante a expressão :

$$\frac{z(\tau)}{z_0} = \begin{cases} 1 & \tau/T_0 \leq 0 \\ 1 + \frac{1.25}{(T_0/2)} \tau & 0 < \tau/T_0 \leq 0.5 \\ 4 & 0.5 < \tau/T_0 \leq 1 \\ 1 & \tau / T_0 > 1 \end{cases}$$

onde mais uma vez a impedância é adimensionalizada por  $Z_0$  e o tempo de percurso é adimensionalizado por  $T_0$ .

#### 3.1.5 Pulso de excitação

A excitação que consiste em um pulso retangular de suporte longo com amplitude igual a um, também foi simulado numericamente. O pulso de excitação ideal correspondente é a função de Heavyside ou degrau unitário,  $U(t)$ , definido por :

$$U(t) = \begin{cases} 0 & , t < 0 \\ 1 & , t \geq 0 \end{cases}$$

### 3.2 Solução direta

Nesta seção apresenta-se a resposta de meios não homogêneos de diferentes características e que foram mostrados no item 3.4.1.

A Figura 3.5 mostra a resposta do meio fracamente inhomogêneo mostrado na Figura 3.1, obtida mediante o algoritmo A.S.D. para uma discretização de 256 pontos. Simula-se neste caso a resposta para dois períodos naturais.

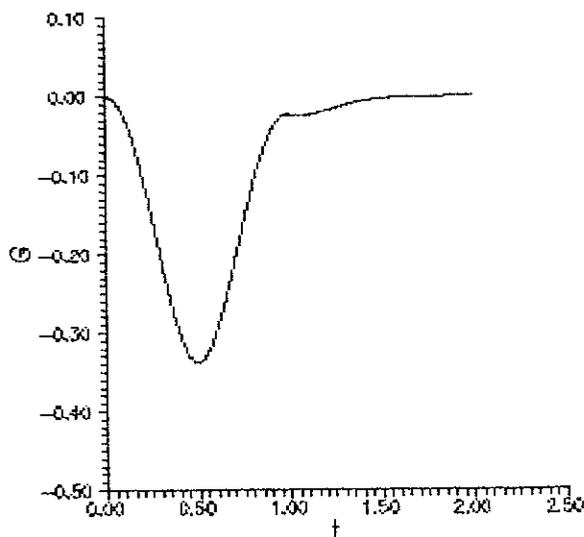


Figura 3.5 Resposta via ASD  $k = 0,5$ ,  $n_0 = 1$   
 $N = 256$  para 2 períodos naturais

Os ecos gerados pelo meio fortemente não homogêneo mostrado na Figura 3.2, durante dois períodos naturais, são mostrados na Figura 3.6. Os ecos foram obtidos mediante o programa ASD para 512 pontos e o mesmo pulso incidente.

A Figura 3.7 mostra a resposta do meio não homogêneo cujo perfil de impedância simulado é mostrado na Figura 3.3. Simula-se aqui a resposta para quatro períodos naturais. A Figura 3.8 ilustra os ecos gerados pelo meio mostrado na

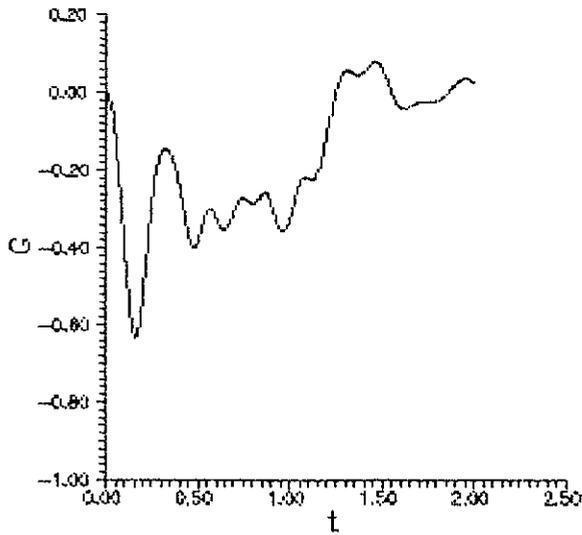


Figura 3.6 Resposta via ASD  $k = 0.25$ ,  $n_0 = 3$ ,  
 $N = 512$  para 2 períodos

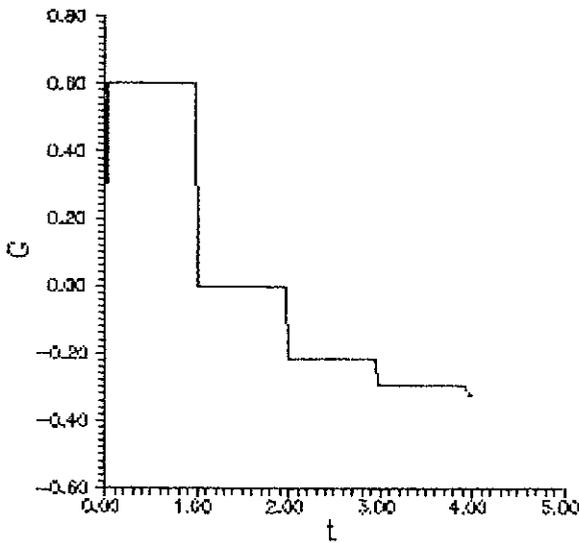


Figura 3.7 Resposta via ASD  $z/z_0 = 4$ ,  $N = 64$   
para 4 períodos

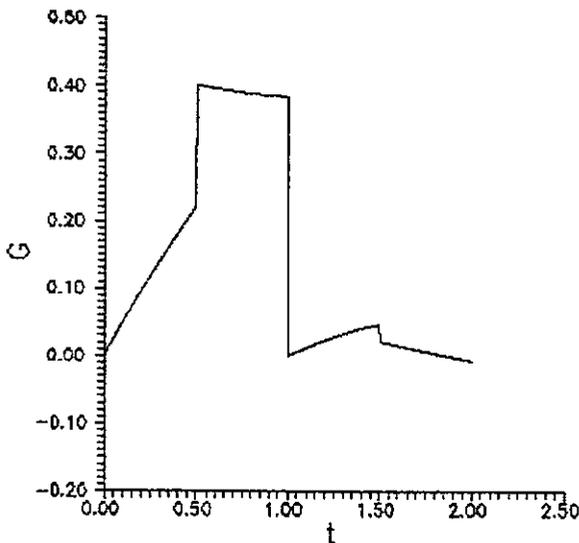


Figura 3.8 Resposta via ASD do perfil misto  
 $N = 256$  para 2 períodos

Figura 3.4. A resposta do meio foi simulada para 256 pontos e dois períodos naturais.

### 3.3 Solução inversa

Como tínhamos mencionado anteriormente, um dos principais benefícios da solução exata do problema direto é que permite a solução do problema inverso para meios estratificados. O perfil de impedância acústica pode ser então determinado a partir da resposta do meio perante uma excitação, ambas discretizadas. A identificação mediante o A.S.I. é sequencial, rápida e estável.

Porém, como sublinhou-se no capítulo 2, o problema da instabilidade na presença de ruído, não foi totalmente contornado. Com a finalidade de avaliar o comportamento dos métodos de estabilização propostos para o Algoritmo Sequencial Inverso, procedeu-se à identificação a partir de sinais ruidosos simulados. Os sinais foram obtidos a partir dos ecos gerados no item anterior, adicionando-se séries mutuamente independentes de valores pseudo-aleatórios, uniformemente distribuídos no intervalo  $(-\epsilon, +\epsilon)$ . Esses valores foram gerados mediante a função rand do programa MATLAB.

Para medir o nível de ruído relativo  $S_{rel}$  com relação aos ecos  $G_j$ , usa-se a seguinte definição :

$$S_{rel} = \frac{\left( \sum_{j=1}^N S_j^2 / N \right)^{1/2}}{\left( \sum_{j=1}^N G_j^2 / N \right)^{1/2}}$$

onde os  $S_j$  são os componentes do vetor de ruído gerado.

### 3.3.1 Método de Ferber

Com os expedientes de estabilização baseados no método de Ferber, implantados no A.S.I. e sem incluir ainda o teste estatístico que esse método propõe, se procedeu a identificar a partir da resposta de um meio fracamente não homogêneo, simulada via ASD perante um pulso incidente retangular de suporte longo; a essa resposta lhe foi adicionado ruído com um nível relativo de 10 % (ver Figura 3.9). A Figura 3.10 ilustra o resultado da identificação comparado ao perfil original; o perfil, praticamente sem ruído, apresenta um "retardo" cuja origem está na etapa previa da estabilização. Observa-se na referida figura que, para os pontos usados nessa etapa, não se está corrigindo eficazmente os erros gerados pelo ruído no cálculo dos coeficientes, devido a que a estimativa da variância - parâmetro constante para essa etapa - usada com esse propósito, não é boa, pois a amostra é pequena. Embora o ruído tenha sido atenuado na etapa de estabilização, a propagação do erro que não se corrigiu, produz esse retardo.

Para um nível de ruído relativo de 20%, o "retardo" aumenta consideravelmente. Isto confirma o comentário do anterior parágrafo pois os erros aqui são maiores devido a que o nível de ruído também é maior (ver Figura 3.11).

Ao eco mostrado na Figura 3.12, simulado para um meio fortemente não homogêneo e o mesmo pulso incidente, também foi adicionado ruído com nível relativo de 10 %. A

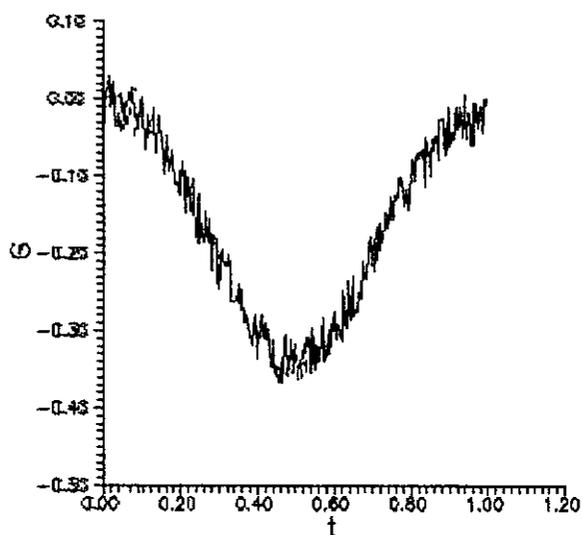


Figura 3.9 Eco simulado com ruído aditivo  
 $k=0.5$ ,  $n_0=1$ ,  $N=256$ ,  $S_{rel}=10\%$

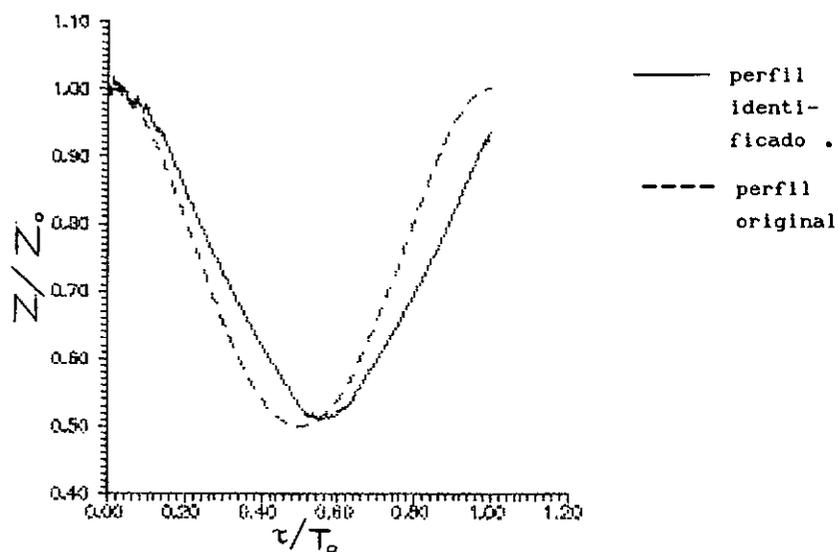


Fig. 3.10 Perfil identificado via Asifelim vs Perfil original  
 $k=0.5$ ,  $n_0=1$ ,  $N=256$ ,  $M=10$ ,  $R_{max}=0.0043$ ,  $S_{rel}=10\%$

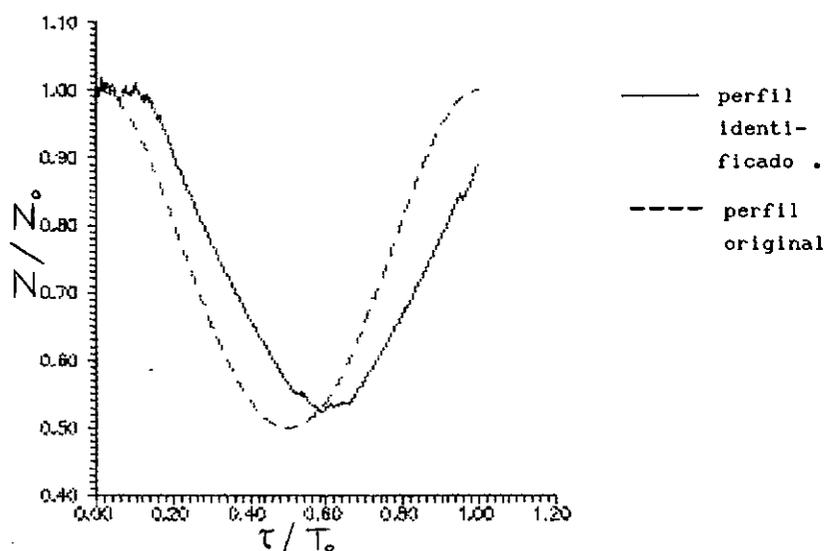


Fig. 3.11 Perfil identificado via Asifelim vs Perfil original  
 $k=0.5$ ,  $n_0=1$ ,  $N=256$ ,  $n_0=1$ ,  $R_{max}=0.0043$ ,  $S_{rel}=20\%$

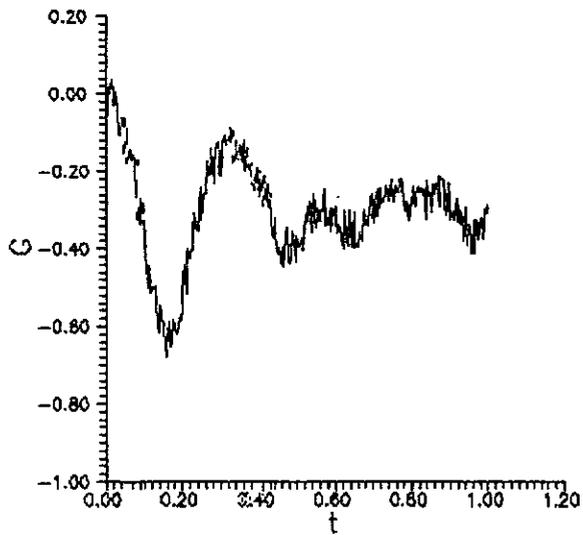


Figura 3.12 Eco simulado com ruído aditivo  
 $k=0.25$ ,  $n_0=3$ ,  $N=256$ ,  $S_{rel}=10\%$

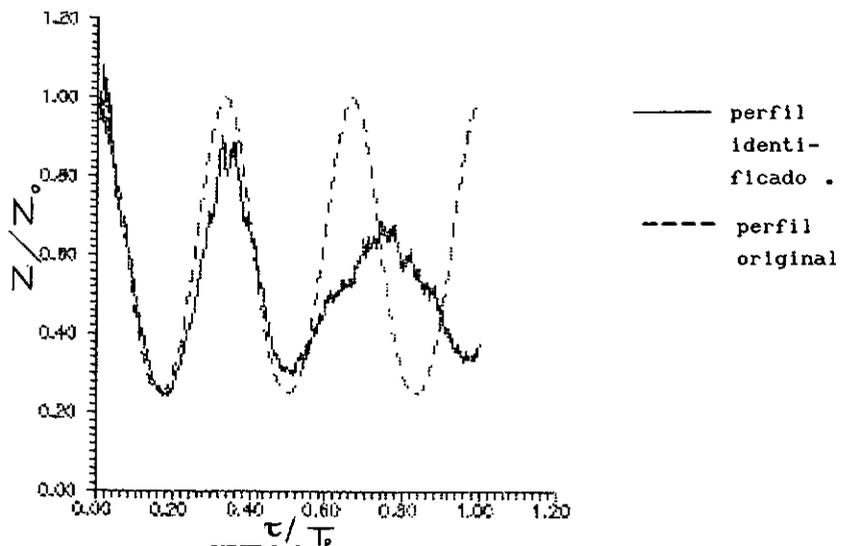


Fig. 3.13 Perfil original vs Perfil identificado via Asifelim  
 $k=0.25$ ,  $n_0=3$ ,  $N=256$ ,  $S_{rel}=10\%$ ,  $R_{max}=0.03$

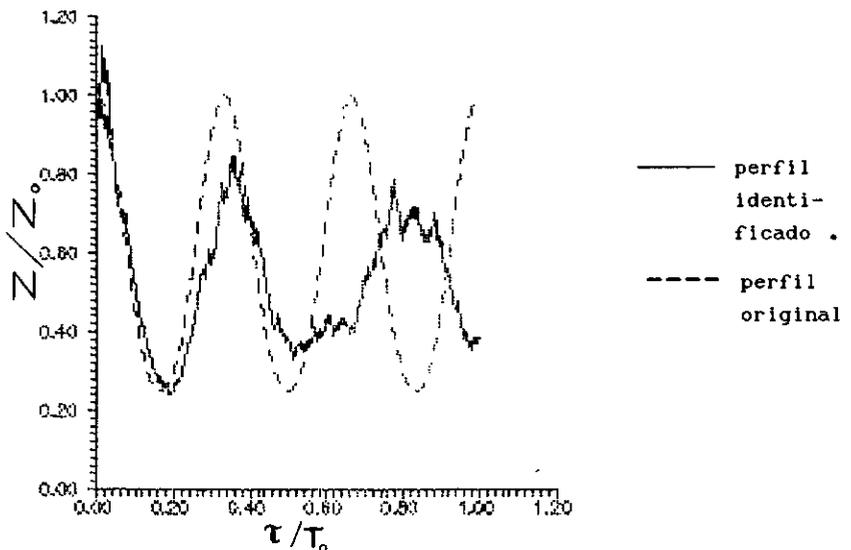


Fig. 3.14 Perfil original vs Perfil identificado via Asifelim  
 $k=0.25$ ,  $n_0=3$ ,  $N=256$ ,  $S_{rel}=20\%$ ,  $R_{max}=0.03$

identificação conseguida indica que o método estabiliza o algoritmo razoavelmente até aproximadamente a metade do período natural; depois, mostra-se deficiente (ver Figura 3.13). Também apresenta um "retardo" embora pequeno, em relação com o mostrado pelo perfil fracamente não homogêneo. Para um nível de ruído relativo de 20 %, o "retardo" aumenta ligeiramente (ver Figura 3.14).

Implantou-se logo no A.S.I. o teste estatístico que Ferber propõe efetuar, com a finalidade de determinar se os coeficientes de reflexão são significativamente maiores que o ruído presente. Mantendo os outros expedientes de estabilização, procedeu-se a identificar a partir dos ecos ruidosos mostrados nas Figuras 3.9 e 3.12, respectivamente. O resultado da identificação do perfil fracamente não homogêneo mostra que diminuiu o "retardo" embora apresente um nível de ruído muito pequeno (ver Figura 3.15). A do perfil fortemente não homogêneo, indica um resultado semelhante ao conseguido sem o teste estatístico, à exceção de um aumento pequeno do "retardo" (ver Figura 3.16). Para um nível de ruído relativo de 20 %, a identificação do perfil fracamente não homogêneo piora notoriamente, enquanto que a do meio fortemente não homogêneo, apresenta um aumento pequeno do "retardo" e do nível de ruído presente (ver Figuras 3.17 e 3.18). O procedimento de obter propositadamente o quadrado do coeficiente de reflexão para depois subtrair-lhe a variância das estimativas e finalmente calcular a raiz quadrada dessa diferença, não está conseguindo estabilizar o algoritmo em nenhum caso.

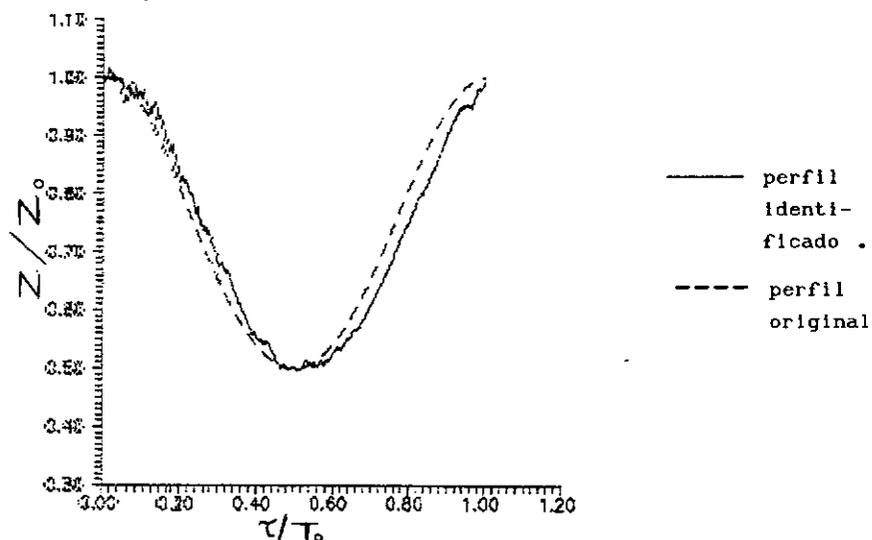


Fig. 3.15 Perfil identificado via Asife vs. Perfil original  
 $k=0.5$ ,  $no=1$ ,  $N=256$ ,  $S_{rel}=10\%$ ,  $R_{max}=0.0043$ ,  $W=0.019$ ,  $c=3$

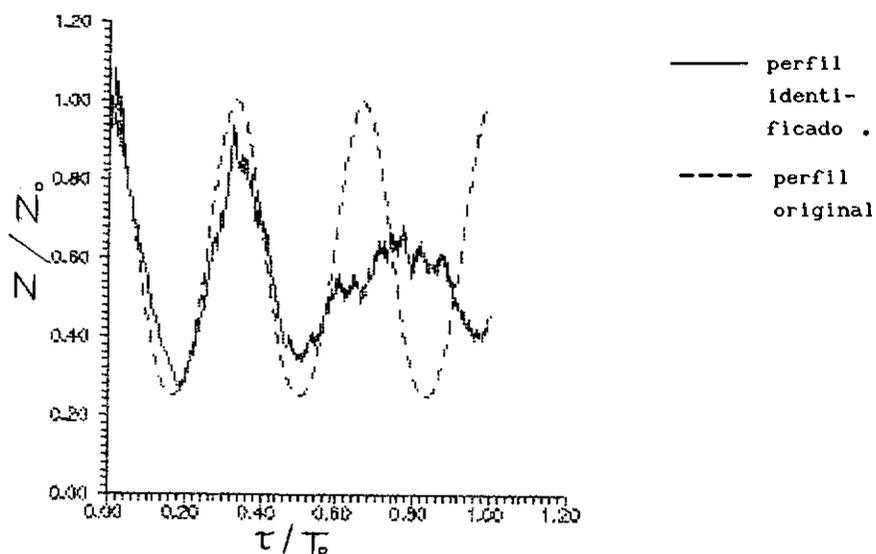


Fig. 3.16 Perfil identificado via Asife vs. Perfil original  
 $k=0.25$ ,  $no=3$ ,  $N=256$ ,  $S_{rel}=10\%$ ,  $W=0.036$ ,  $c=2$

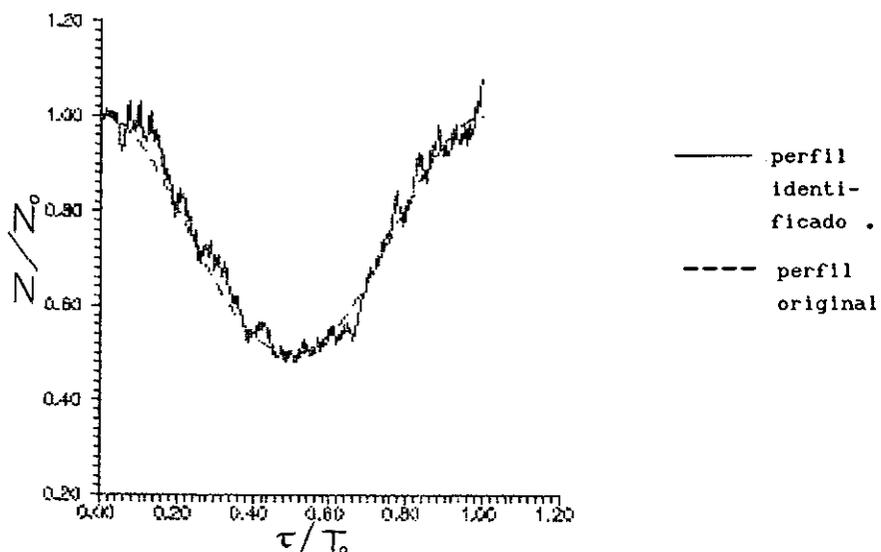


Fig. 3.17 Perfil identificado via Asife vs. Perfil original  
 $k=0.5$ ,  $no=1$ ,  $N=256$ ,  $S_{rel}=20\%$ ,  $W=0.019$ ,  $c=3$

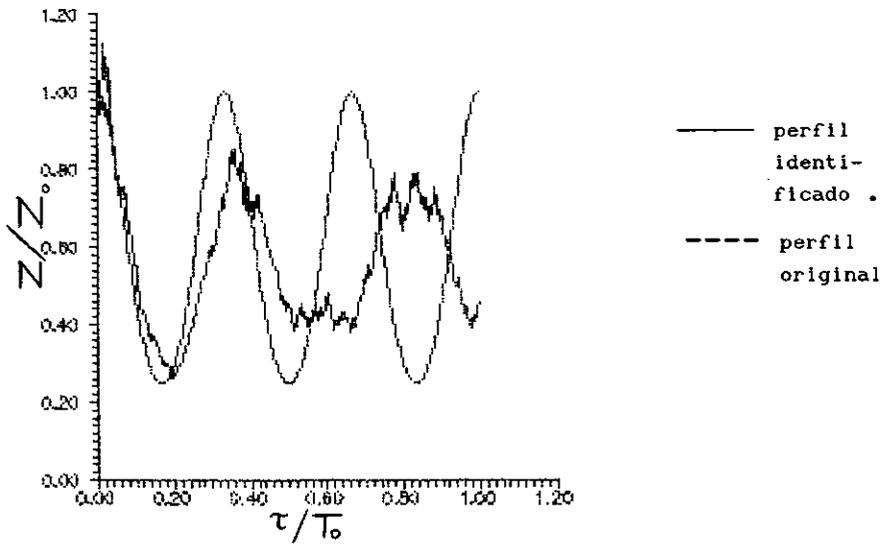


Fig. 3.18 Perfil identificado via Asife vs. Perfil original  
 $k=0.25$ ,  $\sigma=3$ ,  $N=256$ ,  $S_{rel}=20\%$ ,  $W=0.036$ ,  $c=2$

Quando muda-se o teste estatístico que o método Ferber inclui para cada  $N$ , da seguinte maneira:

$$|\hat{R}(N)| < c DP(N) \Rightarrow \hat{R}(N) = (\hat{R}(N) + \hat{R}(N-1) + \hat{R}(N-2) + \hat{R}(N-3) + \hat{R}(N-4)) / 5$$

ou seja, fazendo que o valor do coeficiente de reflexão seja a média dos cinco últimos coeficientes incluindo ele mesmo, o resultado da identificação, tanto do meio fracamente não homogêneo como a do fortemente não homogêneo, para níveis de ruído de 10 %, praticamente não muda, observando-se somente um pequeno aumento do "retardo" em ambos casos (ver Figuras 3.19 e 3.20).

Quando implanta-se no A.S.I. o limitador de valores baixos do coeficiente de reflexão sem considerar o teste estatístico, não consegue-se melhorar as anteriores identificações, segundo observa-se nas Figuras 3.21 e 3.22.

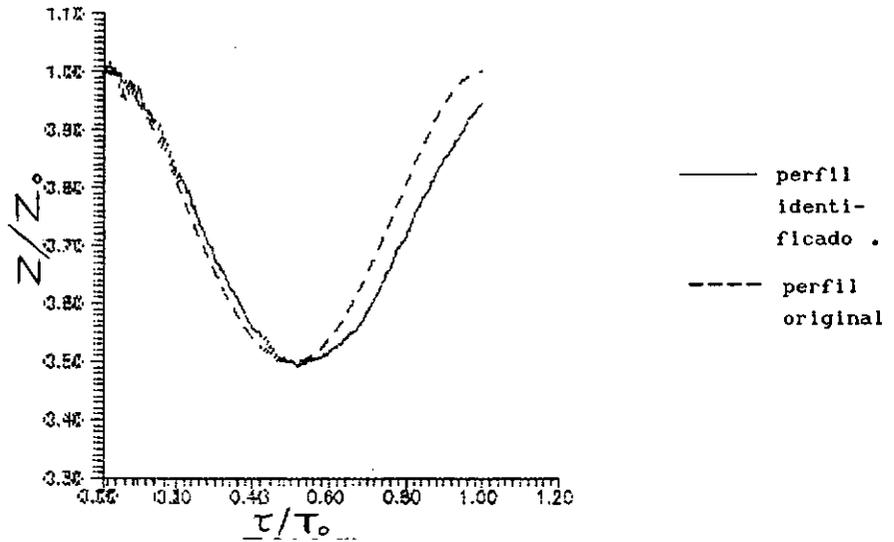


Fig. 3.19 Perfil identificado via Asife vs. Perfil original  
 $N=256$ ,  $M=10$ ,  $S_{rel}=10\%$ ,  $R_{max}=0.0043$ ,  $W=0.019$ ,  $c=3$

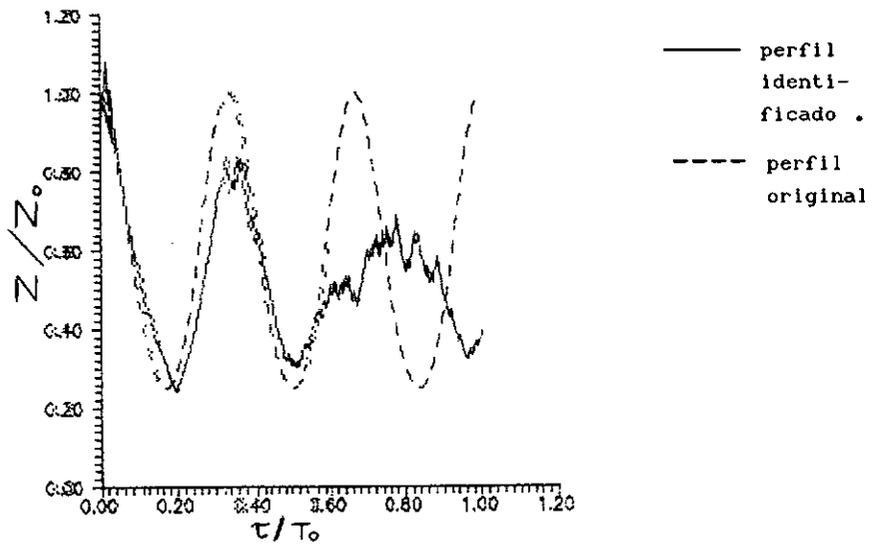


Fig. 3.20 Perfil identificado via Asife vs. Perfil original  
 $N=256$ ,  $M=10$ ,  $S_{rel}=10\%$ ,  $R_{max}=0.03$ ,  $W=0.036$ ,  $c=2$

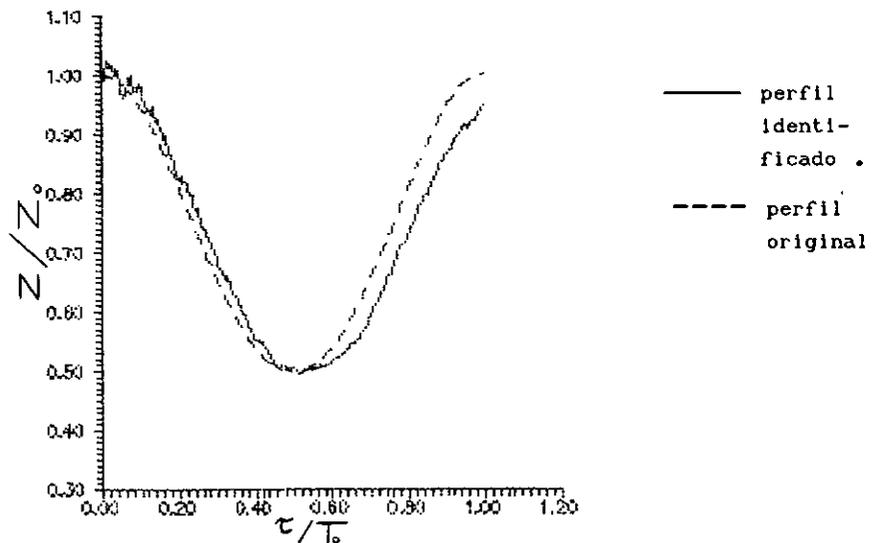


Fig. 3.21 Perfil original vs. Perfil identificado via Asife  
 $N=256$ ,  $M=10$ ,  $S_{rel}=10\%$ ,  $R_{max}=0.0043$ ,  $R_{min}=0.0001$

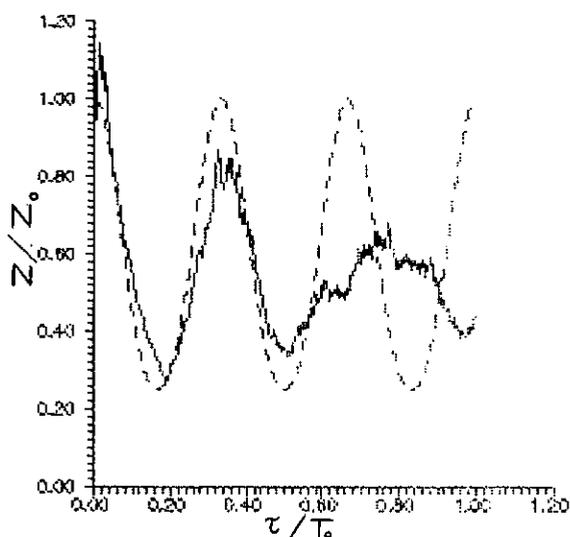


Fig. 3.22 Perfil original vs. Perfil identificado via Asife  
 $N=256$ ,  $M= 10$ ,  $S_{rel}=10\%$ ,  $R_{max}=0.03$ ,  $R_{min}=0.00001$

### 3.3.2 Ajuste de curva

Com a finalidade de poder compará-los com os resultados conseguidos mediante o A.S.I. incorporando o método de Ferber, ajustaram-se os ecos ruidosos mostrados nas Figuras 3.9 e 3.12 antes de procedimento de identificação. Os ajustes respectivos aparecem nas Figuras 3.23 e 3.24; no caso do perfil fracamente não homogêneo, ajustou-se mediante um polinômio de grau 6; para o perfil fortemente não homogêneo, usou-se um polinômio de grau 24.

Em ambos os casos, usou-se para o ajuste o programa denominado Ajuste.m (ver Anexos). As respectivas identificações, feitas mediante o A.S.I., são ilustradas nas Figuras 3.25 e 3.26. No caso do perfil fracamente não homogêneo, observa-se um excelente resultado pois o perfil identificado cobre quase todo o perfil original; a

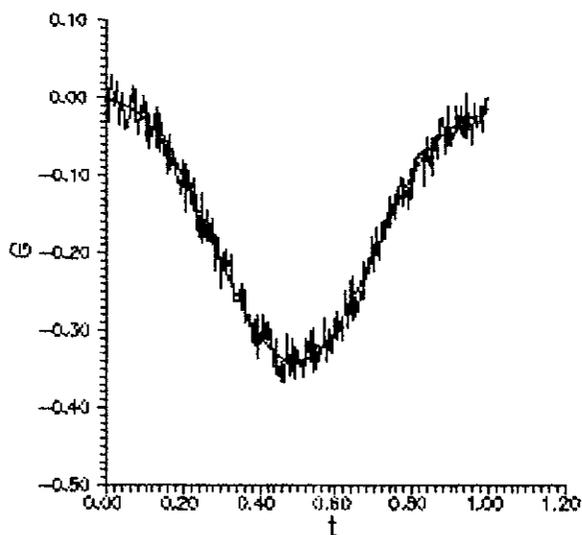


Figura 3.23 Ecos com ruído ( $S_{rel}=10\%$ ) vs. Ajuste polinomial com grau 6

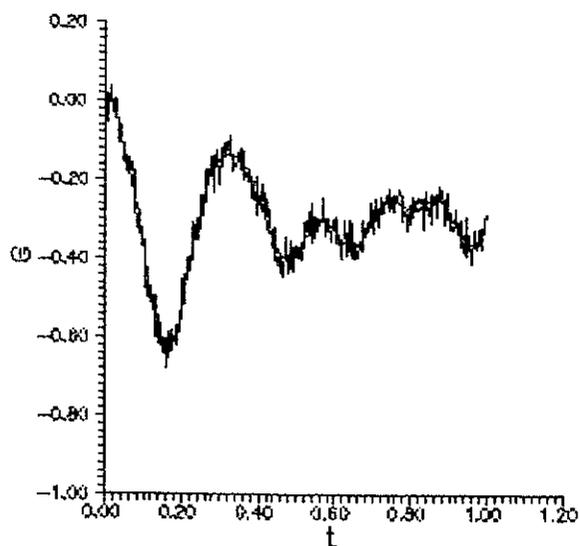


Figura 3.24 Ecos com ruído ( $S_{rel}=10\%$ ) vs. Ajuste polinomial com grau 24

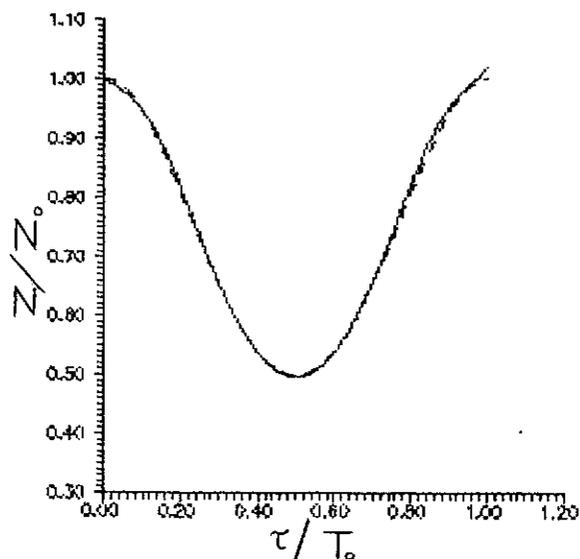


Figura 3.25 Perfil original vs. Perfil identificado via ASI a partir do ajuste dos ecos ruidosos (10%)

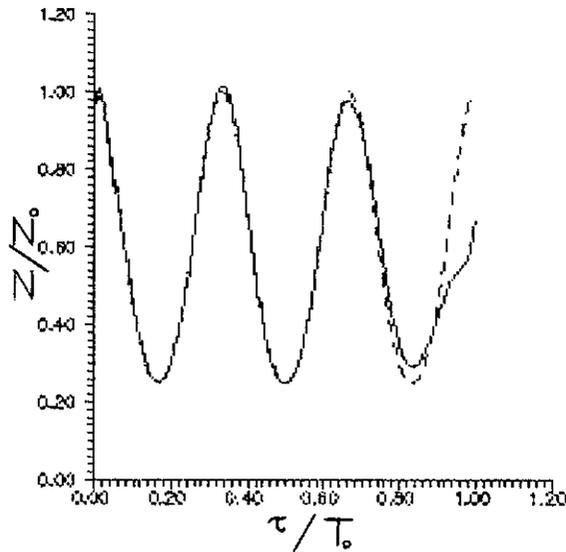


Figura 3.26 Perfil original vs. Perfil identificado via ASI a partir do ajuste dos ecos ruidosos ( $S_{rel}=10\%$ )

identificação do perfil fortemente não homogêneo, é boa, mostrando erro somente no final do período.

Para os ecos com um nível de ruído relativo de 20 %, os ajustes e as respectivas identificações, são ilustrados nas Figuras 3.27 e 3.28, 3.29 e 3.30. Os resultados mostram que o método funciona bem ainda para esse nível de ruído.

Finalmente, se ajustaram os ecos ruidosos ( $S_{rel}=10\%$ ) gerados pelo meio não homogêneo com saltos de impedância, mostrado na Figura 3.21. O pulso de excitação, foi o mesmo dos outros ensaios. Para conseguir um melhor resultado, se ajustou inicialmente o trecho compreendido entre  $0 \leq \tau \leq 0.5$  mediante um polinômio de grau 2, e, em seguida, o segundo trecho, entre  $0.5 < \tau \leq 1$ , com ajuste exponencial. Juntando depois os valores obtidos independentemente a partir da respectiva função de ajuste, consegue-se o vetor de ecos discretizados a serem usados na identificação via algoritmo ASI (ver Figuras 3.32 e 3.33). O resultado mostra, segundo se ilustra na Figura 3.37, uma boa identificação, quando é

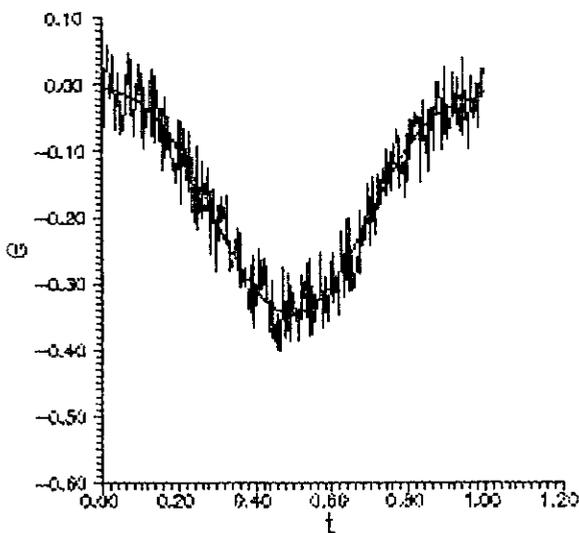


Figura 3.27 Ecos com ruído ( $S_{rel}=20\%$ ) vs. Ajuste polinomial com grau 6

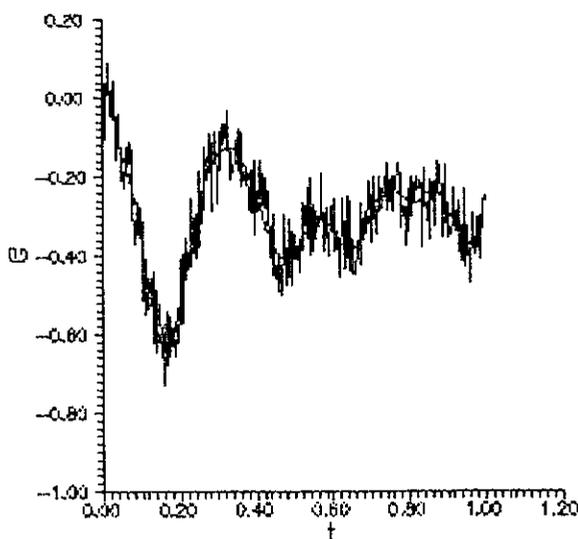


Figura 3.28 Ecos com ruído ( $S_{rel}=20\%$ ) vs. Ajuste polinomial com grau 24

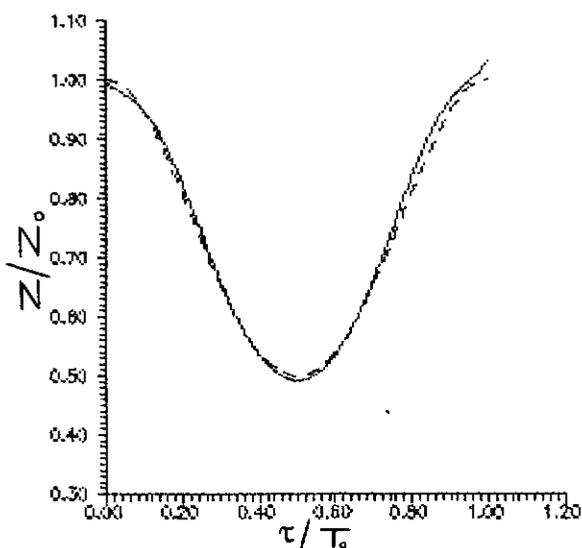


Figura 3.29 Perfil original vs. Perfil identificado via ASI a partir do ajuste dos ecos ruidosos ( $S_{rel}=20\%$ )

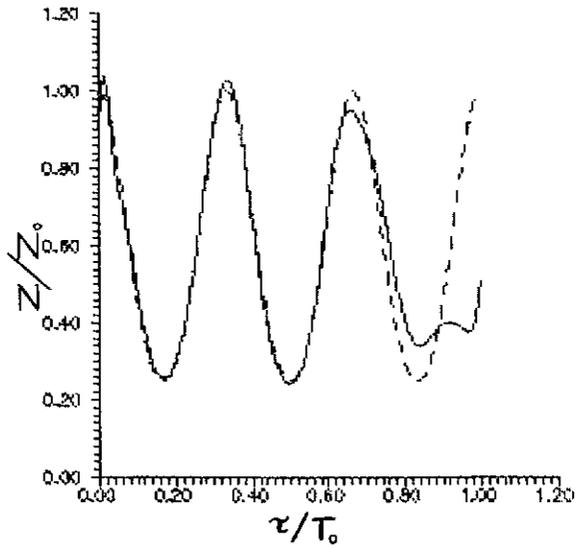


Figura 3.30 Perfil original vs. Perfil identificado via ASI a partir do ajuste dos ecos ruidosos ( $S_{rel}=20\%$ )

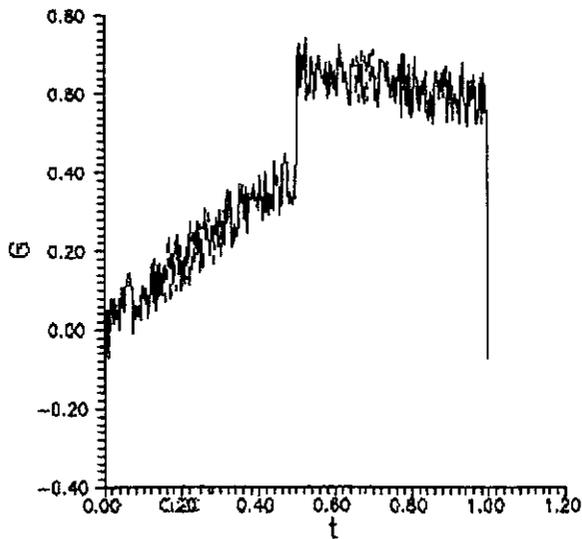


Figura 3.31 Eco simulado via ASD com ruído aditivo  $N=256$ ,  $S_{rel}=10\%$

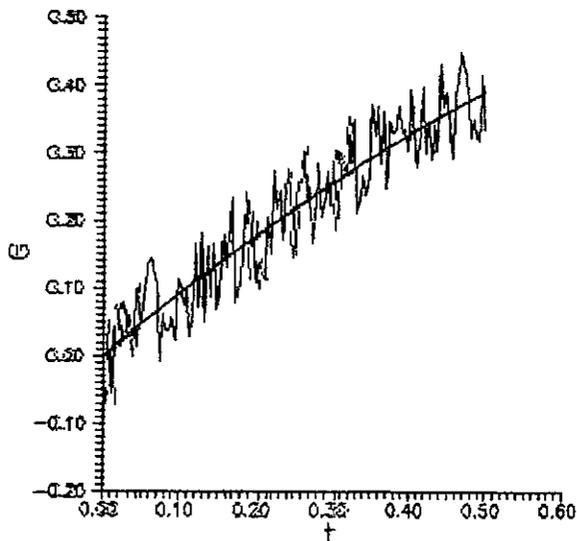


Figura 3.32 Ajuste do primeiro trecho

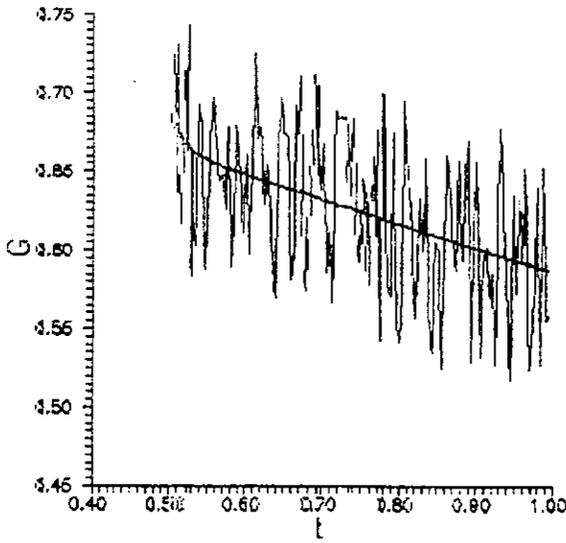


Figura 3.33 Ajuste do segundo trecho

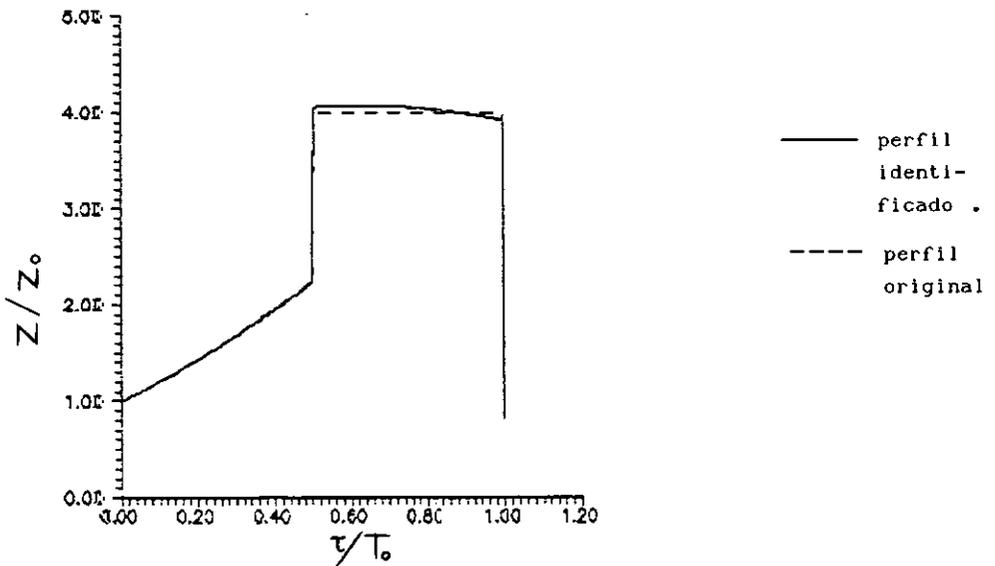


Figura 3.34 Perfil original vs. Perfil identificado via ASI a partir do ajuste dos ecos ruidosos

comparado com o perfil original.

### 3.3.3 Análise comparativa dos métodos

Com a finalidade de comparar os métodos de estabilização propostos para o algoritmo A.S.I., se procedeu a identificar a partir dos ecos com ruído aditivo ( $S_{rel}=10\%$ ) mostrados na Figura 3.15. Correspondem ao meio fortemente

não homogêneo da Figura 3.2.

A identificação mediante o A.S.I com os expedientes de estabilização por limitadores, não apresenta "retardo" e pode ser avaliada como razoável só até, aproximadamente, a metade do período natural. A identificação mediante o A.S.I. com os expedientes de estabilização de Ferber apresenta resultados semelhantes ao anterior (ver Figuras 3.35 e 3.36). Em todos os casos, a partir de, aproximadamente, a segunda metade do período, a propagação do erro produz a piora da identificação. Quando ajustam-se previamente os ecos e depois se identifica via o A.S.I., o resultado, segundo mostra a Figura 3.37, melhora o conseguido com ambos métodos anteriores. O ruído, que simula aquele que estaria presente na aquisição da resposta do meio, é atenuado ou parcialmente "filtrado" pelo ajuste da curva. Ao diminuir o erro na aquisição dos ecos, a principal fonte da instabilidade do algoritmo ASI, consegue-se, embora indiretamente, melhorar a estabilidade do algoritmo.

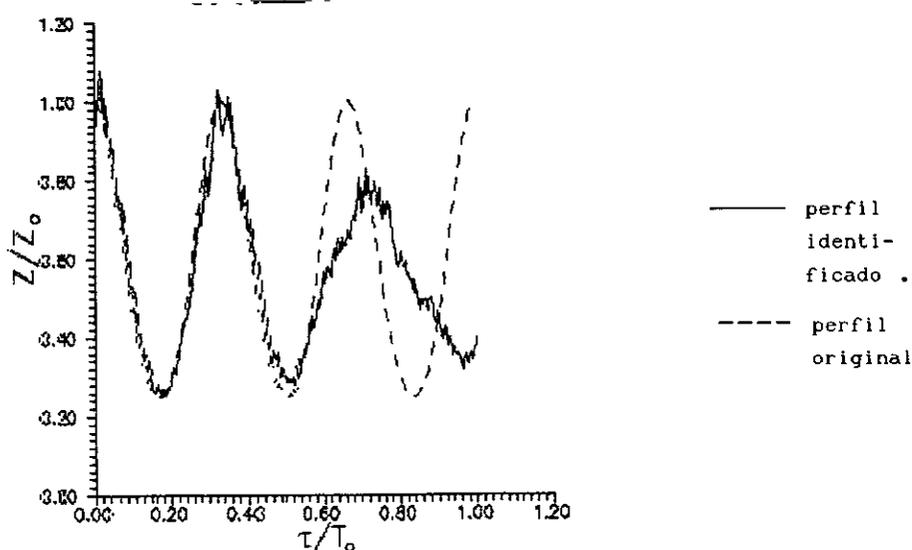


Figura 3.35 Perfil original vs. Perfil identificado via ASIE para  $N=256$ ,  $R_{max}=0.03$ ,  $R_{min}=0.00001$

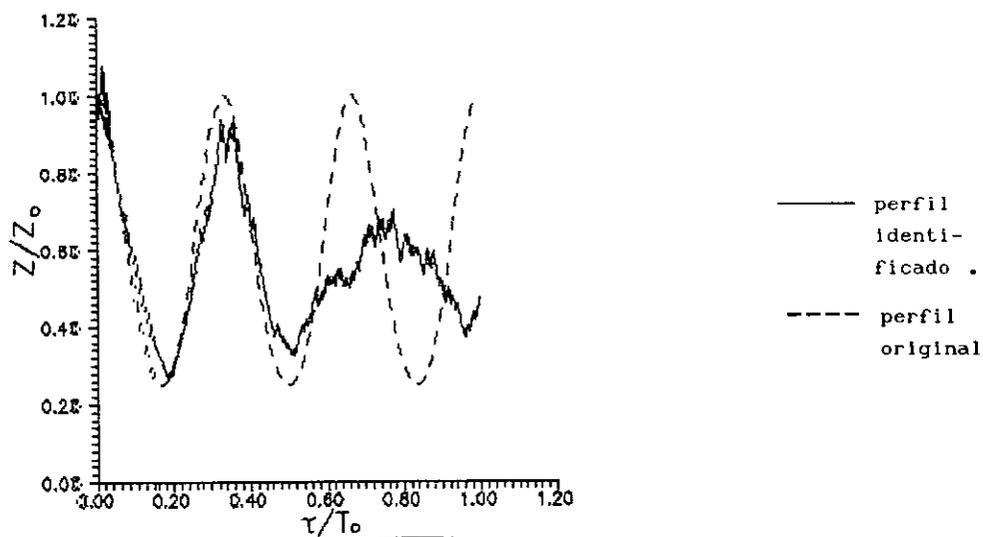


Figura 3.36 Perfil original vs. Perfil identificado via ASI para  $S_{rel}=10\%$ ,  $N=256$ ,  $M=10$ ,  $R_{max}=0.03$ ,  $W=0.036$ ,  $c=2$

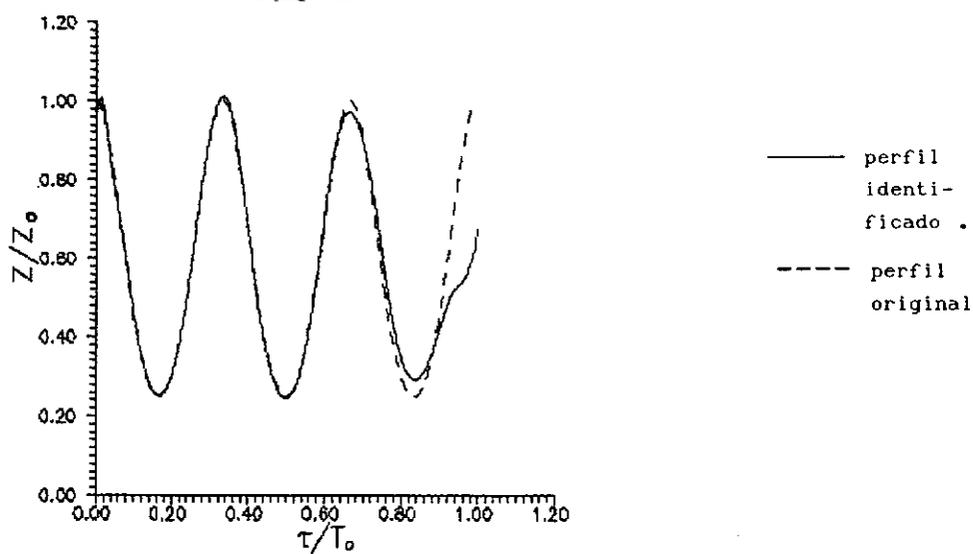


Figura 3.37 Perfil original vs. Perfil identificado via ASI a partir do ajuste polinomial dos ecos ruidosos ( $S_{rel}=10\%$ )

## CAPÍTULO 4 ENSAIOS EXPERIMENTAIS

### 4.1 Descrição dos ensaios

Neste capítulo mostram-se os resultados do ensaio de impacto de um meio não homogêneo cujo perfil de impedância acústica é conhecido. A partir dos sinais adquiridos do pulso de excitação e da resposta do meio (ecos), o perfil de impedância acústica é identificado mediante o algoritmo A.S.I. com os métodos de estabilização incorporados nele. Desta maneira, testar-se-á a eficácia dos métodos apresentados, sobre dados reais.

#### 4.1.1 Meio a ser ensaiado

O meio selecionado é uma barra cilíndrica de aço SAE 1020, de 3.29 m de comprimento total. A barra tem diâmetro de 1/2" em toda sua extensão exceto num trecho de comprimento L, no qual tem diâmetro de 1". O trecho constitui uma não homogeneidade limitada em um meio homogêneo; esta configuração foi obtida mediante usinagem, a partir de uma barra de 1" de diâmetro (ver Figura 4.1).

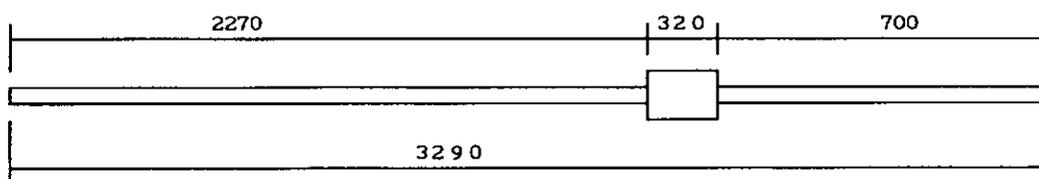


Figura 4.1 Barra de ensaio

#### 4.1.2 Banco de ensaios

##### 4.1.2.1 Aparelhagem usada

O banco de ensaios implementado conta com a seguinte aparelhagem :

##### Barra Hopkinson

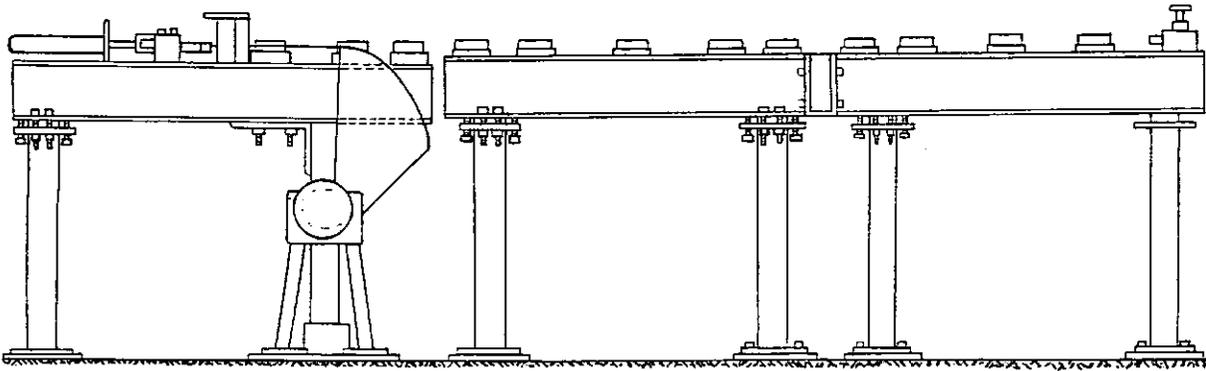
Esse aparelho usa-se em ensaios dinâmicos de pequenos espécimens, visando a determinação de sua curva tensão-deformação para trasientes rápidos (ver Figura 4.2.a).

O pulso de carga é produzido pela colisão da barra projétil na extremidade da barra incidente. A barra projétil é engatilhada, recuando-a até uma posição que, ao ser lançada, lhe permita alcançar a velocidade de impacto desejada. O mecanismo de lançamento consiste na liberação da energia potencial elástica armazenada no recuo, em uma mola de torção, com o auxílio de um cilindro hidráulico. O disparo provém do cisalhamento de uma peça de conexão após o encosto em um batente de posicionamento variável (ver Figura 4.2.b).

A adaptação para o ensaio de impacto consistiu, em uma primeira etapa, no recuo da fixação do amortecedor de impacto e conseqüente recuo da barra transmissora, de modo a permitir a substituição da barra incidente pela barra de



a) Configuração original das barras



b) Vista geral da Barra Hopkinson

Figura 4.2 Barra Hopkinson

ensaio. Com a finalidade de observar tanto a onda incidente de compressão, gerada pelo impacto, como a onda refletida, colou-se um par de extensômetros elétricos sobre a superfície da barra. O posicionamento dos extensômetros, alinhados longitudinalmente e opostos diametralmente, tem como objetivo corrigir o efeito de flexão resultante de qualquer eventual desalinhamento no impacto (ver Figura 4.3).

#### Ponte de Wheatstone

Nos ensaios, foi usada uma ponte de Wheatstone para medir variações relativas de resistência dinâmica. A ponte têm dois canais para aquisição de dados e pode ser usada com a configuração chamada ponte cheia - um extensômetro elétrico ativo em cada braço da ponte - ou com a denominada meia ponte - dois extensômetros ativos em dois braços da ponte - sendo completada a ponte com dois resistores internos de 120 ohms. No primeiro caso, pode-se medir flexão, torque e tração-compressão. No segundo caso, dependendo como são ligados os extensômetros na ponte, pode-se medir flexão ou tração-compressão. A Figura 4.3 mostra a configuração meia ponte com os extensômetros ligados no circuito elétrico de maneira que se anulam os efeitos de flexão e só é possível medir tração-compressão. Neste caso tensão de saída da ponte  $e$ , é dobrada :

$$e = \frac{1}{2} \epsilon K V$$

onde  $\epsilon$  é a deformação do extensômetro,  $K$  o fator do

extensômetro e  $V$  a tensão de alimentação.

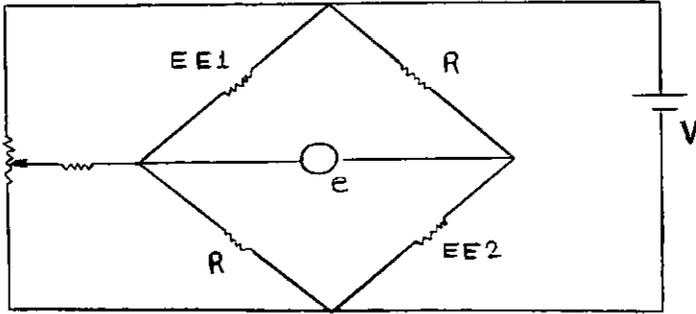


Figura 4.3 Meia ponte de Wheatstone para medição de tração e compressão

sendo EE1 o extensômetro elétrico 1, EE2 o extensômetro elétrico 2 e R o resistor interno da ponte.

Para balancear a ponte de Wheatstone deve seguir-se o seguinte procedimento :

-com o osciloscópio previamente configurado para medir pulsos em varredura única, conetar os aparelhos do sistema de medição segundo o arranjo mostrado na Figura 4.4.

-com chave de acoplamento do osciloscópio na posição GND, fazer coincidir o traço dele à posição marcada como "terra" na tela.

-selecionar a chave de acoplamento para a posição AC. O traço mudará de posição se a ponte estiver desbalanceada. Nesse caso, ajustar mediante o botão de balanceamento da ponte até que o traço volte à posição "terra" da tela do osciloscópio. Fixar o botão mediante o seguro dele.

### Amplificador diferencial

Um amplificador diferencial, capaz de aumentar dez vezes a tensão medida foi conetada à ponte.

### Osciloscópio analógico-digital

Usou-se um osciloscópio analógico-digital marca Tektronix, modelo 468, com dois canais de aquisição de dados, uma largura de banda de 10 Mz e cuja faixa de trabalho é :

Sistema vertical 5 mV/div - 5 V/div

Sistema horizontal 0.5 s/div - 0.02  $\mu$ s/div

No modo digital o osciloscópio pode digitalizar, armazenar e mostrar os dados correspondentes ao sinal obtido.

O osciloscópio possui uma interface digital paralela chamada GPIB (General Purpose Interface Bus) para comunicação com outros aparelhos ou instrumentos.

### Computador PC

Um computador PC-XT compatível, cuja velocidade de processamento é 4 MHz, foi conetado ao osciloscópio. No computador foi instalado o Cartão Controlador GPIB STD-8410 para a comunicação com o osciloscópio Tektronix.

### 4.1.3 Arranjo experimental

O arranjo experimental usado nas medições efetuadas, foi o mostrado na Figura 4.4

### 4.3.1 Alinhamento das barras

Com a finalidade de evitar um possível desalinhamento que

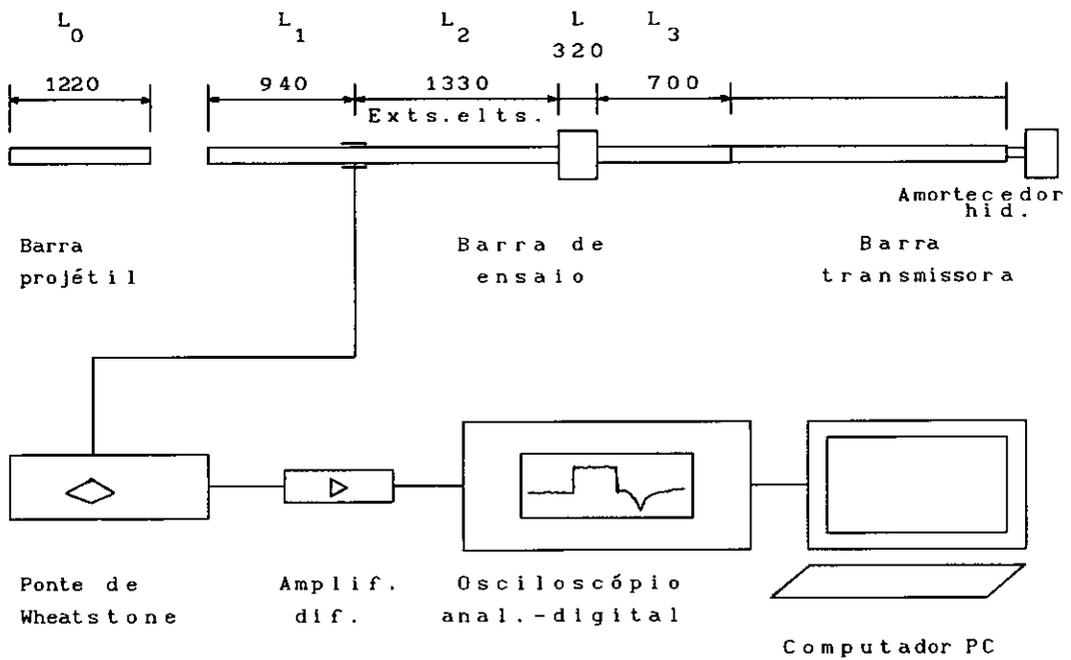


Figura 4.4 Arranjo experimental dos ensaios

possa produzir, no impacto, momentos de flexão indesejados, se realizou um cuidadoso alinhamento das barras. Teve as seguintes etapas :

- Alinhamento das vigas
- Alinhamento dos mancais
- Alinhamento das barras

O alinhamento dos mancais se fez usando uma corda de nylon como referência e o correspondente às barras, seguindo o procedimento indicado no manual da Barra Hopkinson.

## 4.2 Características dos ensaios

- Ao colidir longitudinalmente a barra projét il na barra de ensaio, gera-se uma onda de compressão (pulso incidente) que

se propaga no meio. Visto que tanto a barra projétil como a barra de ensaio possuem, nas suas extremidades, faces planas o pulso gerado é aproximadamente retangular. A duração do pulso está determinada por :

$$T_0 = \frac{2 L_0}{c_0} \approx 478 \mu s$$

onde  $L_0$  é o comprimento da barra projétil (1.22 m) e  $c_0$  é a velocidade de propagação no aço(barras) ( 5100 m/s).

-Quando a onda propagante encontra a não homogeneidade, neste caso a mudança de seção de área, parte dela é refletida (eco) enquanto que o restante da onda se refrata. Analiticamente, pode se dizer que ambas grandezas estão determinadas pelos coeficientes de reflexão e de transmissão, respectivamente (ver Figura 4.5).

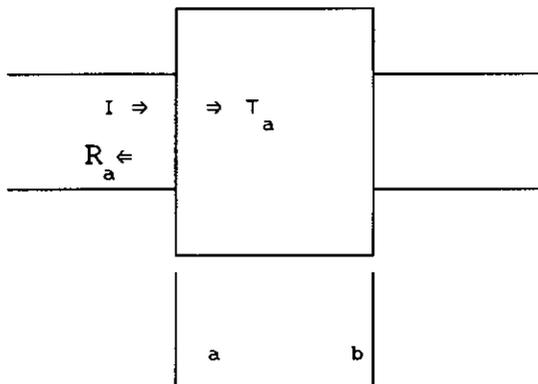


Figura 4.5

-Quando chega ao final do trecho não homogêneo, outra vez parte é refletida ( $R_b$ ) e parte continua propagando-se no sentido positivo original ( $T_b$ ) (ver Figura 4.6).

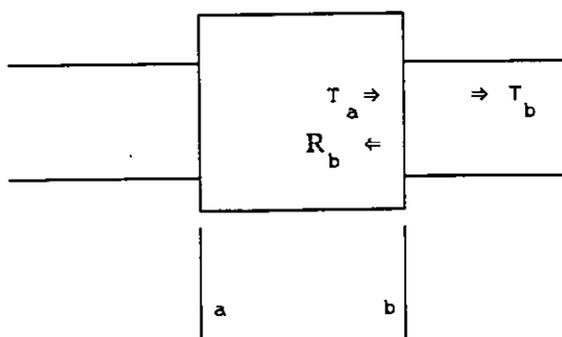


Figura 4.6

-Este último eco ( $R_b$ ) ao passar pelo começo do trecho não homogêneo, refletirá parcialmente ( $R'_a$ ) e a outra parte se transmitirá ( $T'_a$ ). Outra vez, as proporções são definidas pelos coeficientes de reflexão e transmissão, respectivamente e assim sucessivamente.

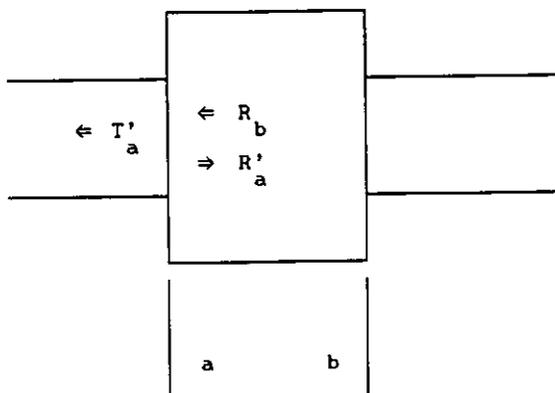


Figura 4.7

- Tanto o pulso incidente ( $I$ ) como as reflexões ou ecos gerados ( $R_a$ ,  $T'_a$ , etc.), serão adquiridos pela estação de extensômetros elétricos.

-A localização dos extensômetros é muito importante para a aquisição dos sinais. Ela é escolhida de maneira que o primeiro componente da onda refletida (eco), possa ser adquirida após a passagem de todo o pulso incidente ( $L_2 > L_0$ ), bem como que tudo o conteúdo do eco a ser

utilizado no algoritmo de identificação seja observado antes da chegada da reflexão deste na extremidade livre ( $L_1 > 2 L$ ).

- As ondas refletidas foram observadas durante  $[0, 4T_0]$ , sendo  $T_0$  o período natural do trecho não homogêneo (125.5  $\mu$ s). Este critério satisfaz a recomendação de Tenenbaum [1], que estabelece ouvir um período não menor ao dobro do período natural do trecho.

- Tomando como referência as Figuras 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7, e com a finalidade de mostrar os fenômenos que acontecem na barra de ensaio a partir da colisão com a barra projétil, e também os tempos percorridos, apresenta-se na seguinte página a tabela 4.1.

### 4.3 Seleção dos extensômetros

Os critérios usados para a seleção dos extensômetros foram os seguintes :

Tipo de solicitação ou carga : visto que se deseja medir cargas de tração e compressão em uma direção só, se escolheu um extensômetro simples, de aplicação geral e cuja forma é retangular e alongado na direção dos fios.

Geometria da medição : tendo em conta que a medição da deformação é idealmente pontual e que o acesso ao ponto de medição não apresenta nenhuma dificuldade, se escolheu um extensômetro pequeno.

Comprimento do extensômetro : segundo os cálculos analíticos se espera que o pulso incidente seja aproximadamente 478  $\mu$ s

Fenômeno	Tempo decorrido ( $\mu\text{s}$ )
Início do impacto ou geração da onda incidente	0
Passagem da frente da onda incidente ( $L_1$ )	184
Chegada da frente de onda ao começo do trecho não homogêneo ( $L_1 + L_2$ )	445
Frente da onda chegando ao final do trecho não homogêneo ( $L_1 + L_2 + L$ )	508
Frente da onda chegando ao final da barra ( $L_1 + L_2 + L + L_3$ )	645
Fim da passagem da onda incidente ( $L_1 + 2 L_0$ )	662
Chegada da frente do eco do começo do obstáculo ( $L_1 + 2 L_2$ )	706
Chegada da frente do eco do final do obstáculo ( $L_1 + 2 L_2 + 2 L$ )	831
Chegada da frente do eco do final da barra ( $L_1 + 2 L_2 + 2 L + 2 L_3$ )	1105
Retorno do eco do começo da barra ( $3 L_1 + 2 L_2$ )	1074

Tabela 4.1

e que o primeiro eco esteja em torno de  $125 \mu\text{s}$ . Procura-se então um extensômetro cujo comprimento permita o passo da onda propagante em um tempo menor que a duração ou suporte do pulso a medir. Se selecionamos um extensômetro cujo comprimento seja  $1 \text{ mm}$ , a onda propagante demorará aproximadamente  $0.2 \mu\text{s}$  em passar por ele. Portanto, serve para o nosso objetivo.

Alongamento máximo : os extensômetros simples geralmente têm um alongamento máximo em torno de  $2 \%$ , valor que está acima

da deformação máxima esperada (em torno de 0.1%). Esta depende da velocidade de propagação na barra de aço,  $c_0$ , e da velocidade de impacto da barra projétil,  $v_0$ , segundo a seguinte expressão matemática :

$$\varepsilon = \frac{v_0}{2 c_0}$$

A velocidade de impacto pode ser controlada mediante a quantidade de energia elástica armazenada na mola de torção, a qual é função do recuo da barra projétil. Nos ensaios usou-se um recuo de 4" que representa uma velocidade de impacto de aproximadamente 8.4 m/s. Visto que a velocidade de propagação na barra de ensaio é 5100 m/s, a deformação máxima esperada está em torno de 0.1 %.

Compensação de temperatura : escolheu-se um extensômetro que não precisa de compensação de temperatura quando se mede sobre aço ordinário pois é autocompensado para esse material.

Com estes critérios, selecionou-se o extensômetro marca Kyowa, com código KFC-1-C1-11 cujas características técnicas são :

comprimento	: 1 mm
base	: 4.2mmx3.1mm
fator de gage	: 2.1 $\pm$ 1%
resistência elétrica	: 120 $\pm$ 0.3 ohms
alongamento máximo	: 2.8 % (à temperatura ambiente)
compensação de temperatura para aço	

#### 4.4 Resultados dos ensaios

A Figura 4.8 mostra os sinais do pulso incidente e das reflexões ou ecos gerados pelo trecho não homogêneo, adquiridos no mesmo canal do osciloscópio, usando uma varredura de  $100 \mu\text{s}/\text{div.}$  correspondendo a um período total de amostragem de 1 ms. Pode ser observado que o primeiro eco é adquirido logo após da passagem do pulso incidente completo tendo uma duração de  $142 \mu\text{s.}$  A frente do segundo eco aparece quando está acabando de passar o primeiro e tem uma duração de  $126 \mu\text{s.}$  Similarmente, a frente do terceiro eco chega quando acaba de passar o segundo.

É importante resaltar que se observa uma discrepância entre a simulação via algoritmo ASD da resposta (ecos) do perfil de impedância correspondente ao trecho não homogêneo, para o mesmo pulso incidente, quando se compara com os resultados experimentais. Estes não mostram, como na simulação, um período natural igual a zero entre o primeiro e o segundo eco (ver Figura 3.7).

#### 4.5 Identificação

Embora o nível de ruído relativo observado seja baixo, de maneira que a identificação via algoritmo ASI é possível sem a ajuda de nenhum método de estabilização, se usou o proposto no capítulo anterior chamado ajuste de curva. A finalidade é analisar o comportamento desse método para identificação de perfís a partir de dados reais. Assim, se

ajustou o primeiro eco experimental, que contém 71 pontos, mediante uma reta e logo se identificou via o algoritmo ASI, a partir do vetor de ecos ajustados e o pulso incidente usado na simulação (ver Figura 4.9). O resultado desse processo, ilustrado na Figura 4.10, mostra uma boa identificação com respeito ao perfil original. Observa-se só um erro na amplitude, produzido pelo ruído presente na aquisição da resposta do meio que ficou remanescente depois de aplicar-se o ajuste da curva.

Cabe mencionar que não se identificou o perfil de impedância correspondente ao trecho não homogêneo da barra, mediante o Algoritmo Sequencial Inverso com o método Ferber incorporado, pois o número de pontos amostrados é insuficiente para estabilizar eficazmente o algoritmo ASI. A etapa prévia da estabilização, chamada correção, não seria eficaz pois ela requer uma quantidade mínima de valores de coeficientes de reflexão para ser efetiva; se for efetuada essa etapa, dado o escasso número de pontos amostrados, não se conseguiria uma estabilização adequada pois esta começaria depois que o erro já se propagou. Esta é outra das limitações que o método apresenta.

O resultado da identificação mediante o algoritmo ASI com estabilização por limitadores, mostrado na Figura 4.11, não é bom. Visto que o nível de ruído é baixo, os limitadores tanto dos valores máximos como dos mínimos praticamente não atuam, sendo uma identificação quase equivalente à que se obteria mediante o mesmo algoritmo sem estabilização. Observa-se que o perfil identificado contém quase o mesmo

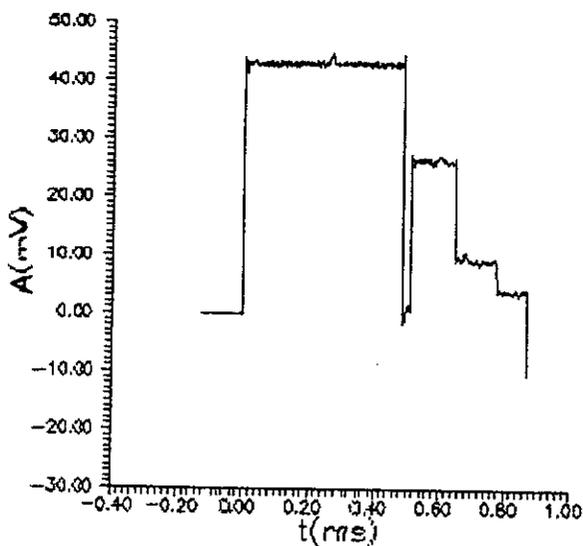


Figura 4.8 Sinais adquiridos a partir do ensaio de impacto

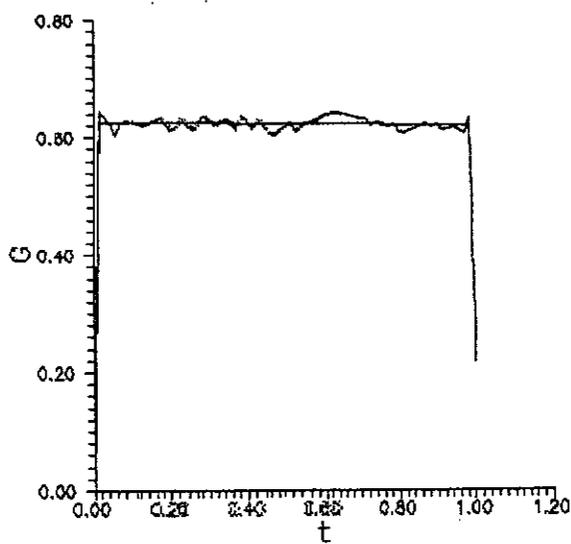


Figura 4.9 Eco experimental vs Ajuste polinomial  
N = 71

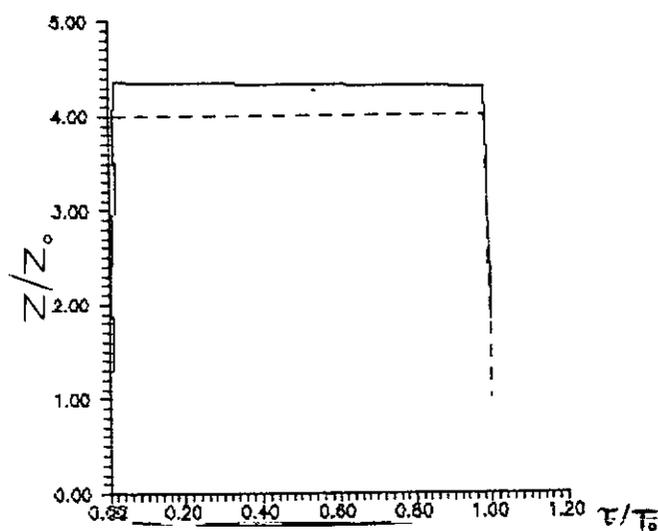


Figura 4.10 Perfil original vs Perfil identificado a partir do ajuste do eco ruidoso

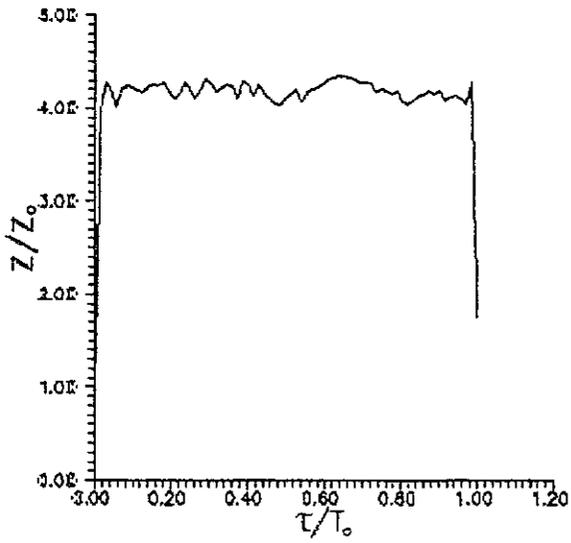


Figura 4.11 Perfil original vs Perfil identificado via ASIE a partir do eco ruidoso

nível de ruído relativo que o sinal adquirido.

## CAPÍTULO 5 .- CONCLUSÕES

5.1 A aplicação direta do método de Ferber ao Algoritmo Sequencial Inverso visando sua estabilização não é possível pois o princípio do método – remover o desvio das estimativas quadráticas dos coeficientes de reflexão quando elas são usadas para estimar os quadrados dos coeficientes verdadeiros – não pode ser implementado visto que no algoritmo não calcula-se, nem usa-se para obter algum parâmetro, o coeficiente de reflexão quadrático. Porém, o método se aplicou indiretamente ao Algoritmo Sequencial Inverso mostrando, nos experimentos numéricos, não ser eficiente para resolver o problema da instabilidade produzido pelo ruído presente nos sinais adquiridos. Isto se deve a que o estimador do coeficiente de reflexão, usado na segunda etapa da aplicação indireta, é tendencioso; não se consegue, portanto, remover o erro na estimativa do coeficiente. Mesmo recorrendo a outros expedientes para melhorar os resultados conseguidos, como por exemplo usar outra estimativa da variância do coeficiente de reflexão ou fazer o procedimento recursivo, persistiria ainda a limitação indicada.

5.2 O método de Ferber pode ser usado diretamente ao Algoritmo Sequencial Inverso se aplicado aos coeficientes de reflexão quadráticos que apresentam-se nas reflexões

múltiplas dentro da malha característica, isto é, nos polinômios  $P_j$ . Em outras palavras, cada vez que o componente progressivo ou regressivo da onda propagante cruze duas vezes no mesmo refletor tem-se um coeficiente quadrático; portanto, pode aplicar-se diretamente o princípio do método de Ferber, ou seja, estimar e remover o desvio das estimativas quadráticas dos coeficientes.

5.3 Se apresentou outro método de estabilização para o Algoritmo Sequencial Inverso, denominado Ajuste de curva. Diferentemente da maioria dos métodos que atuam diretamente nos algoritmos de identificação, este visa a estabilização atenuando os erros na aquisição da resposta do meio mediante o ajuste da curva Ecos ruidosos-tempo, previamente à identificação. Os resultados conseguidos com este método, como observou-se nas simulações numéricas e nos ensaios experimentais, são melhores que os conseguidos com o método de Ferber e o método por limitadores sugerido por Tenenbaum [1]. A identificação a partir dos ecos ajustados e do pulso de excitação mediante o algoritmo ASI mostrou-se menos instável que os outros métodos; isto é mais notório nos perfis com variação de impedância acústica acentuada. Em geral o método mostra-se eficiente para perfis de impedância suave e, inclusive, para perfis com saltos bruscos de impedância, segundo se observou nos exemplos reportados.

5.4 Os resultados do ensaio experimental permitiram

confirmar a eficácia do método ajuste de curva para a estabilização, embora indireta, do algoritmo A.S.I.. A identificação a partir do pulso de excitação adquirido e da resposta do meio, também adquirida e logo ajustada, mostrou-se eficiente com respeito ao perfil original. Além disso, os ensaios efetuados permitiram encontrar uma discrepância entre a simulação numérica via Algoritmo Sequencial Direto (A.S.D.) da resposta do meio e o resultado experimental correspondente. Se o meio tem um salto de impedância como o trecho não homogêneo da barra de ensaio e simula-se sua resposta via o algoritmo A.S.D. para vários períodos naturais, os resultados mostram que o segundo período apresenta um valor dos ecos igual a zero. Analiticamente se determina que isto não acontece pois quando está acabando de passar o primeiro componente do eco já está chegando a frente do segundo, produzindo-se portanto uma soma algébrica de ambos componentes cujo resultado não é zero e que, aliás, permanece inalterável para todo o segundo período. Os resultados experimentais confirmam essa análise. O estudo dessa discrepância pode significar uma nova linha de pesquisa dentro desta importante solução do problema direto e, portanto, também do inverso.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. R. Tenenbaum, "Soluções para o problema inverso em propagação unidimensional", Tese D.Sc., COPPE, Universidade Federal de Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1987 .
2. R. Tenenbaum e M. Zindeluk, "An exact solution for the one-dimensional elastic wave equation in layered media", J. Acoust. Soc. Am. 92, 3363-3370, 1982 .
3. R. Tenenbaum e M. Zindeluk, "A fast algorithm to solve the inverse scattering problem in layered media with arbitrary input", J. Acoust. Soc. Am. 92, 3371-3378, 1982 .
4. E. Robinson, "Predictive Decomposition of Seismic Traces", Geophysics, Vol. 22, 767-778, 1957 .
5. A. Oppenheim, G. Kopec e J. Tribolet, "Signal analysis by homomorphic prediction", IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process ASSP-24(4), 327-332, 1976 .
6. J. Mendel and J. Kormylo, "Single channel white noise estimators for deconvolution", Geophysics 43, 102-124, 1978.
7. E. Szaraniec, "On direct recovery of the impulse response", Geophys. Prospect. 33, 498-502, 1985 .

8. J. Hassab, "A generalized approach to the solution of variable systems subject to arbitrary source functions and boundary conditions", *J. Souns Vib.* 48, 227-291, 1976.
9. S. Candel, F. de Filippi and A. Launay, "Determination of the inhomogeneous structure of a medium from its plane wave reflection response, Part 1: A numerical analysis of the direct problem", *J. Sound Vib.* 68(4), 571-582, 1980.
10. S. Candel, F. de Filippi and A. Launay, "Determination of the inhomogeneous structure of a medium from its plane wave reflection response, Part 2: A numerical approximation", *J. Sound Vib.* 68(4), 583-595, 1980 .
11. R. Tenenbaum e M. Zindeluk, "Classical signal processing techniques applied to variable impedance identification by impulse testing", in *Proceedings Internoise 86*, edited by R. Lotz (Noise Control Foundation, Cambridge, MA, 1986), 1241-1246 .
12. J. Coronés, M. Davidson and R. Krueger, "Direct and inverse scattering in the time domain via invariant imbedding equations", *J. Acoust. Soc. Am.* 73, 1535-1541, 1983
13. A. Bamberger e G. Chavent, "Sur le problème inverse en sismique", *Am. Sci. Math. Quebec* 1(2), 153-174, 1977 .

14. A. Bamberger, G. Chavent and P. Lailly, "Étude mathématique et numérique d'un problème inverse pour l'équation des ondes à une dimension", Rapport de Recherche No.226, IRIA, Le Chesnay .
15. G. Kunetz, "Essai d'analyse de traces sismiques", Geophys.Prosp. 9(3), 1961.
16. E. Robinson, "Multichannel Time Series Analysis with Digital Computer Programs (Hodden-Dau, San Francisco, CA, 1967).
17. J. Claerbout, "Fundamentals of Geophysical Data Processing", (Mc Graw, New York, 1976) .
18. N. Nahi, J. Mendel and L. Silverman, "Recursive derivation of reflection coefficients from noisy seismic data", IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Signal Process., Tulsa, OK, 1978.
19. F. Santosa and H. Schwetlick, "The inversion of acoustical impedance profile by methods of characteristics", Geophys. J. R. Astron. Soc. 70, 229-243, 1982.
20. A. Bamberger, G. Chavent and P. Lailly, "About the stability of the inverse problem in 1-D wave equations - Application to the interpretation of seismic profiles", Appl. Math. Opt. 5, 1-45, 1979.

21. H. Schwetlick, "Inverse methods in the reconstruction of acoustical impedance profiles", J. Acoust. S. Am. 73, 1179-1183, 1983
22. R. Ferber, "Stabilization of normal-incidence seismogram inversion removing the noise-induced bias", Geophys. Prospect. 33, 212-223, 1985 .
23. C. Daniel and F. Wood, "Fitting equations to data", John Wiley&Sons, Inc., 1971.
24. I. Gel'fand e B. Levitan, "On the determination of a diferencial equation from its spectral function", Izv. Akad. Nauk. SSSR, Vol.15, pp.309-360,(1951). [Am. Math. Sec. Transl.,Vol11, no.2, pp. 253-304, (1955)].
25. M.Sondhi e B. Gopinath "Determination of Vocal Tract Shape from Impulse Response at the Lips", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 49, pp 1867-1873, (1971).
26. Manual de Barra Hopkinson, The departament of Material Science, Soutwest Research Institute, EEUU.
27. W. Goldsmith, "Impact. The theory and Physical Behaviour of Colliding Solids". Edward Arnol Ltd.

28. Manual "PC-MATLAB for MS-DOS Personal Computers" Version 3.1-PC, 1987.
29. I. Skangold, "Mathematical Physics", The Mc Millan Company, 1968.
30. J. Dally e W. Riley, "Exponential Stress Analysis", Mc Graw-Hill Kogakusha Ltd. 2a. ed., 1978.
31. P. Morettin e C. de Castro, "Previsão de séries temporais", Atual Editora, 1985
32. D. Montgomery, "Design and analysis of experiments", John Wiley&Sons Inc, 1976

```
C          ASIFELIM.FOR
C Programa baseado no Algoritmo Sequencial Inverso para identificacao
C do meio. Inclui os expedientes de estabilizacao do metodo proposto
C por R.Ferber exceto o teste estatistico.
```

```
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION F(512),G(513),R(512),A(512),B(512),Tau(513)
DIMENSION A1(512),B1(512),Q(512),P(512),Z(513),RC(512)
```

```
C Os dados de entrada, pulso de excitacao do meio e a resposta dele,
C ambos discretizados, serao introduzidos mediante os arquivos
C 1 y 2 respectivamente.
```

```
OPEN(UNIT=1,FILE='      ',STATUS='OLD')
OPEN(UNIT=2,FILE='      ',STATUS='OLD')
OPEN(UNIT=3,FILE='      ',STATUS='NEW')
OPEN(UNIT=4,FILE='HELP1.DAT ',STATUS='NEW')
```

```
C N1 e o numero de pontos em que se discretizou o meio
```

```
WRITE(*,200)
```

```
200 FORMAT(/,20X,'Entre com N1 =')
```

```
READ(*,*)N1
```

```
C NN1 e o numero de pontos a partir do qual comeca a
```

```
C estabilizacao
```

```
WRITE(*,300)
```

```
300 FORMAT(/,20X,'Entre com NN1 =')
```

```
READ(*,*)NN1
```

```
C Limitador de valores altos de R(N)
```

```
WRITE(*,350)
```

```
350 FORMAT(/,20X,'RMAX =')
```

```
READ(*,*)RMAX
```

```
C A identificacao dos primeiros NN1 pontos se efetua mediante o ASI
```

```
C sem nenhuma alteracao
```

```
DO 22 I=1,N1
```

```
READ(1,*)F(I)
```

```
22 READ(2,*)Tau(I),G(I)
```

```
READ(2,*)Tau(N1+1),G(N1+1)
```

```
DO 20 I=1,N1
```

```
Q(I)=0.0
```

```
A(I)=0.0
```

```
B(I)=0.0
```

```
A1(I)=0.0
```

```
B1(I)=0.0
```

```
20 P(I)=0.0
```

```
R(1)=G(2)/F(1)
```

```
IF(ABS(R(1)).GT.RMAX)THEN
```

```
R(1)=ABS(R(1))/R(1)*RMAX
```

```
ELSE
```

```

        R(1)=R(1)
    ENDIF
    R(2)=G(3)/F(1)-F(2)/F(1)*R(1)
    IF (ABS(R(2)) .GT. RMAX) THEN
        R(2)=ABS(R(2))/R(2)*RMAX
    ELSE
        R(2)=R(2)
    ENDIF
    DO 80 N=3,NN1
    DO 30 I=1,N-2
    IF (N-I.NE.2) GO TO 40
    A(I)=0.0
    GO TO 50
40  A(I)=A1(I)-B1(I)
50  S=0.0
    IF (I.EQ.1) GO TO 60
    DO 70 L=1,I-1
70  S=S+R(N-L-1)*(A1(L)-B1(L))
60  B(I)=R(N-I-1)*(S+R(N-1))
    Q(I)=R(N-I)*(A(I)-B(I))
    P(N)=P(N)+Q(I)
30  CONTINUE
    V=0.0
    DO 85 K=1,N-1
85  V=V+(R(K)+P(K))*F(N-K+1)
    R(N)=(G(N+1)-V)/F(1)-P(N)
    IF (ABS(R(N)) .GT. RMAX) THEN
        R(N)=ABS(R(N))/R(N)*RMAX
    ELSE
        R(N)=R(N)
    ENDIF
    DO 84 I1=1,N-2
    A1(I1)=A(I1)
84  B1(I1)=B(I1)
90  CONTINUE
    NN1=NN1+1
    Z(1)=1.0
    WRITE(3,*)Tau(1),Z(1)
    DO 90 I=2,NN1
    Z(I)=(1.0+R(I-1))/(1.0-R(I-1))*Z(I-1)
90  WRITE(3,*)Tau(I),Z(I)
C Comeco da estabilizacao. Vai-se calcular como primeiro passo a variancia
C do coeficiente de reflexao usando os primeiros (NN1) pontos
    NN1=NN1-1
    MED=0
    DO 400 J=1,NN1
    MED = MED + R(J)
400  CONTINUE
    MED =MED/NN1
    VAR=0
    DO 500 N=1,NN1
    VAR=VAR + ((R(N) -MED)**2)

```

```

500  CONTINUE
      VAR=VAR/(NN1-1)
C   Aplicando o metodo proposto por Ferber,vai-se retirar o desvio
C   do estimador quadratico do coeficiente de reflexao para os
C   primeiros NN1 pontos.Nesta parte a variancia(calculada com os NN1 pontos)
C   e constante.Logo se obtera o coeficiente de reflexao corregido
      SRC=0
      DO 100  i=1,NN1
          RC(i)=R(i)*R(i)
          SRC=SRC +RC(i)
          RC(i)=RC(i)-VAR
          WR=ABS(SQRT(ABS(RC(i))))
          IF (R(i).LT.0.0) THEN
              R(i)=-WR
          ELSE
              R(i)=WR
          ENDIF
          WRITE(4,*)R(i)
100    CONTINUE
C   Recalculo da soma dos coeficientes de reflexao e da soma
C   dos seus quadrados para os primeiros (NN1)pontos.D calculo se faz
C   agora com os valores corregidos dos coeficientes
      SR=0
      SRC=0
      DO 800  J=1,NN1
          SR = SR + R(J)
          SRC=SRC + R(j)*R(j)
800    CONTINUE

C   Calculo dos coeficientes de reflexao dos (Ni-NNi) pontos
C   restantes mediante o ASI.Usam-se aqui os valores corregidos do
C   coeficientes correspondentes aos primeiros (NN1)pontos
      DO 120  N=NN1+1,N1
          DO 29  I=1,N-2
              IF (N-I.NE.2) GO TO 39
              A(I)=0.0
              GO TO 49
39      A(I)=A1(I)-B1(I)
49      S=0.0
          IF (I.EQ.1) GO TO 59
          DO 69  L=1,I-1
79      S=S+R(N-L-1)*(A1(L)-B1(L))
59      B(I)=R(N-I-1)*(S+R(N-1))
          Q(I)=R(N-I)*(A(I)-B(I))
          P(N)=P(N)+Q(I)
29    CONTINUE
          V=0.0
          DO 86  K=1,N-1
86      V=V+(R(K)+P(K))*F(N-K+1)
          R(N)=(G(N+1)-V)/F(1)-P(N)

C   Calculo da variancia do coeficiente de reflexao para cada um

```

```
C dos(N1-NN1) pontos restantes. O calculo se faz sequencialmente
C pois se trata da variancia movel e usando-se os valores de SRC y SRC
C obtidos na correcao dos primeiros (NN1) coeficientes.
  WSRC= SRC
  SRC=SRC + R(N)**2
  WSR=SR
  SR=SR + R(N)
  MED=SR/N
  VAR=SRC - 2*SR*MED + N*(MED**2)
  VAR=VAR/(N-1)
C Limitador de valores altos de R(N)
  IF (ABS(R(N)).GT.RMAX) THEN
    R(N)=ABS(R(N))/R(N)*RMAX
  ELSE
    R(N)=R(N)
  ENDIF
C Aplicando outra vez o metodo proposto por Ferber, se va a retirar
C o desvio do estimador quadratico do coeficiente de reflexao para
C os (N1-NN1) pontos restantes. Neste caso se usa a variancia movel
C Logo se calcula o valor do coeficiente de reflexao, supostamente
C sem erro.
  RC(N)=R(N)*R(N)-VAR
  WR=ABS(SQRT(ABS(RC(N))))
  IF (R(N).LT.0) THEN
    R(N)=-WR
  ELSE
    R(N)=WR
  ENDIF
  WRITE(4,*)R(N)
  SRC=WSRC + R(N)**2
  SR=WSR + R(N)
  DO 89 I1=1,N-2
    A1(I1)=A(I1)
  89 B1(I1)=B(I1)
120 CONTINUE
C Calculo das impedancias acusticas dos (N1-NN1) pontos restantes,
C completando assim a identificacao.
  N1=N1+1
  WRITE(3,*)Tau(1),Z(1)
  DO 89 I=NN1+2,N1
    Z(I)=(1.0+R(I-1))/(1.0-R(I-1))*Z(I-1)
  89 WRITE(3,*)Tau(I),Z(I)
  CLOSE(1)
  CLOSE(2)
  CLOSE(3)
  CLOSE(4)
  STOP
END
```

```
C                               ASIFE.FOR
C Programa baseado no Algoritmo Sequencial Inverso para identificacao
C do meio. Inclui os expedientes de estabilizacao do metodo proposto
C por R.Ferber
```

```
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION F(512),G(513),R(512),A(512),B(512),Tau(513)
DIMENSION A1(512),B1(512),Q(512),P(512),Z(513),RC(512)
```

```
C Os dados de entrada, pulso de excitacao do meio e a resposta dele,
C ambos discretizados, serao introduzidos mediante os arquivos
C 1 y 2 respectivamente.
```

```
OPEN(UNIT=1,FILE='      ',STATUS='OLD')
OPEN(UNIT=2,FILE='      ',STATUS='OLD')
OPEN(UNIT=3,FILE='      ',STATUS='NEW')
OPEN(UNIT=4,FILE='HELP1.DAT ',STATUS='NEW')
```

```
C N1 e o numero de pontos em que se discretizou o meio
```

```
WRITE(*,200)
200  FORMAT(/,20X,'Entre com N1 =')
READ(*,*)N1
```

```
C NN1 e o numero de pontos a partir do qual comeca a
C estabilizacao
```

```
WRITE(*,300)
300  FORMAT(/,20X,'Entre com NN1 = ')
READ(*,*)NN1
```

```
C Limitador de valores altos de R(N)
```

```
WRITE(*,350)
350  FDMAT(/,20X,'RMAX = ')
READ(*,*)RMAX
```

```
C Parametros para os testes estatisticos
```

```
WRITE(*,250)
250  FORMAT(/,20X,'Desvio padrao do ruido =      ')
READ(*,*)W
```

```
WRITE(*,270)
270  FORMAT(/,20X,'Fator de ampliacao =      ')
READ(*,*)c
```

```
C A identificacao dos primeiros NN1 pontos se efetua mediante o ASI
C sem nenhuma alteracao
```

```
DO 22 I=1,N1
  READ(1,*)F(I)
22  READ(2,*)Tau(I),G(I)
  READ(2,*)Tau(N1+1),G(N1+1)
DO 20 I=1,N1
  Q(I)=0.0
  A(I)=0.0
  B(I)=0.0
```

```

A1(I)=0.0
B1(I)=0.0
20 P(I)=0.0
R(1)=G(2)/F(1)
IF (ABS(R(1)) .GT. RMAX) THEN
    R(1)=ABS(R(1))/R(1)*RMAX
ELSE
    IF (R(1) .GE. (c*W)) THEN
        R(1)=R(1)
    ELSE
        R(N)=0
    ENDIF
ENDIF
R(2)=G(3)/F(1)-F(2)/F(1)*R(1)
IF (ABS(R(2)) .GT. RMAX) THEN
    R(2)=ABS(R(2))/R(2)*RMAX
ELSE
    R(2)=R(2)
ENDIF
DO 80 N=3, NN1
DO 30 I=1, N-2
IF (N-I .NE. 2) GO TO 40
A(I)=0.0
GO TO 50
40 A(I)=A1(I)-B1(I)
50 S=0.0
IF (I .EQ. 1) GO TO 60
DO 70 L=1, I-1
70 S=S+R(N-L-1)*(A1(L)-B1(L))
60 B(I)=R(N-I-1)*(S+R(N-1))
Q(I)=R(N-I)*(A(I)-B(I))
P(N)=P(N)+Q(I)
30 CONTINUE
V=0.0
DO 85 K=1, N-1
85 V=V+(R(K)+P(K))*F(N-K+1)
R(N)=(G(N+1)-V)/F(1)-P(N)
IF (ABS(R(N)) .GT. RMAX) THEN
    R(N)=ABS(R(N))/R(N)*RMAX
ELSE
    R(N)=R(N)
ENDIF
DO 84 I1=1, N-2
A1(I1)=A(I1)
84 B1(I1)=B(I1)
80 CONTINUE
NN1=NN1+1
Z(1)=1.0
WRITE(3,*) Tau(1), Z(1)
DO 90 I=2, NN1
Z(I)=(1.0+R(I-1))/(1.0-R(I-1))*Z(I-1)
90 WRITE(3,*) Tau(I), Z(I)

```

C Comeco da estabilizacao. Vai-se calcular como primeiro passo a variancia  
 C do coeficiente de reflexao usando os primeiros (NN1) pontos

```

NN1=NN1-1
MED=0
DO 400 J=1,NN1
MED = MED + R(J)
400 CONTINUE
MED =MED/NN1
VAR=0
DO 500 M=1,NN1
VAR=VAR + ((R(M) -MED)**2)
500 CONTINUE
VAR=VAR/(NN1-1)

```

C Aplicando o metodo proposto por Ferber, vai-se retirar o desvio  
 C do estimador quadratico do coeficiente de reflexao para os  
 C primeiros NN1 pontos. Nesta parte a variancia (calculada com os NN1 pontos  
 C e constante. Logo se obtera o coeficiente de reflexao corregido

```

SRC=0
DO 100 i=1,NN1
RC(i)=R(i)*R(i)
SRC=SRC +RC(i)
RC(i)=RC(i)-VAR
WR=ABS(SQRT(ABS(RC(i))))
IF (R(i).LT.0.0) THEN
R(i)=-WR
ELSE
R(i)=WR
ENDIF
WRITE(4,*)R(i)
100 CONTINUE

```

C Recalculo da soma dos coeficientes de reflexao e da soma  
 C dos seus quadrados para os primeiros (NN1) pontos. O calculo se faz  
 C agora com os valores corregidos dos coeficientes

```

SR=0
SRC=0
DO 800 J=1,NN1
SR = SR + R(J)
SRC=SRC + R(j)*R(j)
800 CONTINUE

```

C Calculo dos coeficientes de reflexao dos (Ni-NN1) pontos  
 C restantes mediante o ASI. Usam-se aqui os valores corregidos do  
 C coeficientes correspondentes aos primeiros (NN1) pontos

```

DO 120 N=NN1+1,N1
DO 29 I=1,N-2
IF (N-I.NE.2) GO TO 39
A(I)=0.0
GO TO 49
39 A(I)=A1(I)-B1(I)
49 S=0.0
IF (I.EQ.1) GO TO 59
DO 69 L=1,I-1

```

```

69 S=S+R(N-L-1)*(A1(L)-B1(L))
59 B(I)=R(N-I-1)*(S+R(N-1))
   Q(I)=R(N-I)*(A(I)-B(I))
   P(N)=P(N)+Q(I)
29 CONTINUE
   V=0.0
   DO 86 K=1,N-1
86 V=V+(R(K)+P(K))*F(N-K+1)
   R(N)=(G(N+1)-V)/F(1)-P(N)

```

C Calculo da variancia do coeficiente de reflexao para cada um  
C dos(N1-NN1) pontos restantes. O calculo se faz sequencialmente  
C pois se trata da variancia movel e usando-se os valores de SRC y SRC  
C obtidos na correcao dos primeiros (NN1) coeficientes.

```

WSRC= SRC
SRC=SRC + R(N)**2
WSR=SR
SR=SR + R(N)
MED=SR/N
VAR=SRC - 2*SR*MED + N*(MED**2)
VAR=VAR/(N-1)
DP=ABS(SQRT(VAR))
write(*,*)DP

```

C Limitador de valores altos de R(N) e teste estadistico

```

IF(ABS(R(N)).GT.RMAX)THEN
   R(N)=ABS(R(N))/R(N)*RMAX
ELSE
   IF(ABS(R(N)).GE.(c*DP))THEN
      R(N)=R(N)
   ELSE
      R(N)=0
   ENDIF
ENDIF

```

C Aplicando outra vez o metodo proposto por Ferber, se va a retirar  
C o desvio do estimador quadratico do coeficiente de reflexao para  
C os (N1-NN1) pontos restantes. Neste caso se usa a variancia movel  
C Logo se calcula o valor do coeficiente de reflexao, supostamente  
C sem erro.

```

RC(N)=R(N)*R(N)-VAR
WR=ABS(SQRT(ABS(RC(N))))
IF (R(N).LT.0) THEN
   R(N)=-WR
ELSE
   R(N)=WR
ENDIF

```

```

WRITE(4,*)R(N)
SRC=WSRC + R(N)**2
SR=WSR + R(N)
DO 83 I1=1,N-2
A1(I1)=A(I1)
83 B1(I1)=B(I1)

```

Path: A:\

File: ASIFE .FOR 6.571 .a.. 01-01-80 0:41:22

Page 5

120 CONTINUE

C Calculo das impedancias acusticas dos (N1-NN1) pontos restantes,  
C completando assim a identificacao.

N1=N1+1

WRITE(3,\*)Tau(1),Z(1)

DO 89 I=NN1+2,N1

Z(I)=(1.0+R(I-1))/(1.0-R(I-1))\*Z(I-1)

89 WRITE(3,\*)Tau(I),Z(I)

CLOSE(1)

CLOSE(2)

CLOSE (3)

CLOSE (4)

STOP

END

```
%                               Ajuste.m
echo on
clc
% Este programa ajusta uma funcao, polinomial ou exponencial, a
% um conjunto de dados. Quando trata-se do ajuste exponencial,
% usa-se uma funcao chamada FMINS que implementa o algoritmo
% Nelder-Mead para minimizar a funcao nao linear.
load Eco.dat
t=Eco(:,1);
G=Eco(:,2);
plot(t,G),xlabel('t'),ylabel('G'),title('Ecos com ruido - tempo'),pause
% Bater qualquer tecla para continuar
% k e o numero de pontos que deseja-se pegar do total, para ajustar
k=input('numero de pontos do trecho = ')
for i=1:k+1
    for j=1:2
        Data(i,j)=Eco(i,j);
    end
end
clc

% Segundo a tendencia mostrada pela curva, o ajuste sera polinomial,
% exponencial ou de outro tipo. A variavel "tipo" tera os seguintes
% valores :
%           ajuste polinomial ----> tipo = 1
%           ajuste exponencial----> tipo = 2
ta=Data(:,1);
Ga=Data(:,2);
plot(ta,Ga),xlabel('t'),ylabel('G'),title('Ecos com ruido - tempo'),pause
% Bater qualquer tecla para continuar
tipo=input('ajuste tipo = ')
global Data
if tipo == 2, lam=[1 0]';
pause % Bater qualquer tecla para comecar o ajuste
lam=fmins('ajexfun1',lam,0.1)
pause % Bater qualquer tecla para acabar
load z1.m
else
    n=input('grau do polinomio = ')
    p=polyfit(ta,Ga,n);
    z1=polyval(p,ta);
    f=norm(z1-Ga);
% Sentencias para plotar o vetor ajustado
plot(ta,Ga,ta,z1),xlabel('t'),ylabel('G'),title('Ecos ajustados - tempo')
xt=max(ta)/2;
yt=max(z1)/2;
text(xt,1.0*yt,['err norm = ' num2str(f)])
pause % Bater qualquer tecla para salvar o vetor
fita(1)=0.0;
for i=2:k+1
    fita(i)=z1(i);
end
```

```

    fita=fitaf;
pause % Bater qualquer tecla para acabar o ajuste
end

% Se deseja continuar ajustando outro trecho,dever-se-a dar o valor
% 1 a variavel controle.Caso contrario dar o valor de 0
%     Controle ---->     Sim = 1
%     Controle ---->     Nao = 0

controle=input('deseja ajustar outro trecho = ')
global Datb
if controle == 0 , ecoaj=[ta fita] ;
save ajuste.dat ecoaj /ascii /double
else
for i=1:k+1
    for j=1:2
        Datb(i,j)=Eco(k+2,j);
    end
end
for i=k+2:2*k
    for j=1:2
        Datb(i,j)=Eco(i,j);
    end
end

% Segundo a tendencia mostrada pela curva,o ajuste sera polinomial,
% exponencial ou de outro tipo.A variavel "tipo" tera os seguintes
% valores :
%     ajuste polinomial ---->     tipo = 1
%     ajuste exponencial---->     tipo = 2
tb=Datb(:,1);
Gb=Datb(:,2);
plot(tb,Gb),xlabel('t'),ylabel('G'),title('Ecos com ruido - tempo'),pause
% Bater qualquer tecla para continuar
tipo=input('ajuste tipo = ')
if tipo == 2, lam=[1 0]';
    pause % Bater qualquer tecla para comecar o ajuste
    lam=fmins('ajexfun2',lam,0.1)
load z2.m
else
    n=input('grau do polinomio = ')
    p=polyfit(tb,Gb,n);
    z2=polyval(p,tb);
    f=norm(z2-Gb);
% Sentencias para plotar o vetor ajustado
    plot(tb,Gb,tb,z2),xlabel('t'),ylabel('G'),title('Ecos ajustados - tempo')
    xt=max(tb)/2;
    yt=max(z2)/2;
    text(xt,1.0*yt,['err norm = ' num2str(f)])
pause % Bater qualquer tecla para continuar
end
for i=1:k+1

```

Path: A:\

File: AJUSTE .M

3.488 .a.. 01-01-80 5:24:56

Page 3

```
fit(i)=fita(i);
x(i)=t(i);
end
for i=k+2:2*k
fit(i)=z2(i);
x(i)=t(i);
end
fit=fit'
x=x'
fit(257)=G(257);
x(257)=t(257);
ecoaj=[x fit];
save ajuste.dat ecoaj /ascii /double
end
end
```